

## Лабораторная работа №13

# Синтез и моделирование работы преобразователя кода

### 1. Цель работы

Освоить порядок синтеза и моделирования преобразователя кода с помощью программы Multisim 11.0.2.

### 2. Общие сведения

В вычислительной технике часто возникают задачи синтеза (создания) цифрового устройства, которое при изменении многоуровневых входных сигналов в ответ формирует заданный выходной сигнал.

Такое цифровое устройство получило название **преобразователя кода** (ПК). Частными случаями ПК являются шифраторы, дешифраторы, мультиплексоры, демультимплексоры, АЛУ. Преобразователь кода относится к комбинационным цифровым устройствам. Понятно, что эти устройства называют цифровыми по той причине, что входные и выходные сигналы могут принимать только логические значения единицы и нуля (высокий и низкий уровни напряжения).

Работа ПК может быть описана с помощью таблиц истинности, списка состояний или с помощью логических выражений.

Рассмотрим необходимые для синтеза ПК понятия.

Логическая функция, выраженная через дизъюнкцию, конъюнкцию и отрицание переменных, называется **нормальной**.

Логическое выражение называют **элементарной конъюнкцией**, если оно является конъюнкцией одной или нескольких переменных, взятых с отрицанием или без отрицания. Логическое выражение называется **элементарной дизъюнкцией**, если оно является дизъюнкцией одной или нескольких переменных и отрицаний переменных.

Логическое выражение называется **дизъюнктивной нормальной формой** (ДНФ), если она является дизъюнкцией неповторяющихся элементарных конъюнкций.

**Совершенная дизъюнктивная нормальная форма** (СДНФ) представляет собой логическую сумму минтермов, для которых выходной сигнал равен логической единице.

**Минтерм** - конъюнкция всех переменных, которые входят в прямом виде, если значение данной переменной в точке области определения равно 1, либо в инверсном виде, если значение переменной равно 0.

**Совершенная конъюнктивная нормальная форма** (СКНФ) пред-

ставляет собой логическое умножение макстермов, для которых выходной сигнал равен логическому нулю.

**Макстерм** - дизъюнкция всех переменных, которые входят в прямом виде, если значение данной переменной в точке области определения равно 0, либо в инверсном виде, если значение переменной равно 1.

Из приведённых определений СДНФ и СКНФ следует, что если на большей части наборов значений переменных функция равна 0, то для получения логического выражения целесообразно использовать СДНФ, в противном случае – СКНФ.

Рассмотрим пример описания таблицы истинности некоторого комбинационного цифрового устройства с помощью СДНФ.

*Пример.*

Дана таблица истинности.

Таблица истинности КЦУ

Состояние	$x_3$	$x_2$	$x_1$	$F(x_3, x_2, x_1)$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

Требуется аналитически описать  $F(x_3, x_2, x_1)$ .

*Решение.*

В логическом выражении будет три слагаемых (минтерма), так как функция  $F(x_3, x_2, x_1)$  принимает значение равное единице, в трёх точках области определения (состояния 2, 4 и 6).

Учитывая правило записи минтермов, получим:

$$F(x_3, x_2, x_1) = \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1.$$

## 1. Задания на выполнение лабораторной работы

### 1.1. Задание 1. Формирование логических выражений с помощью прибора Logic Converter

Используя прибор Logic Converter–XLC1, для своего варианта получить два логических выражения, которые описывают работу преобразователя кода (таблица 1).

Первое логическое выражение должно представлять собой сумму минтермов. Другими словами, выражение должно быть представлено в совершенной дизъюнктивной нормальной форме (СДНФ). Второе логическое выражение должно описывать преобразователь кода в минимизированном (сокращённом) виде.

Таблица 1

Входные сигналы (ABCD)	Выходные сигналы Y (по вариантам)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0000	1	0	1	0	1	1	1	0
0001	0	1	1	0	1	1	1	0
0010	1	1	1	0	0	1	1	0
0011	0	0	1	0	0	0	1	0
0100	X	1	X	X	X	0	0	1
0101	1	1	X	X	X	0	0	1
0110	0	0	X	X	1	X	0	1
0111	1	1	0	X	1	X	0	1
1000	0	X	0	1	0	X	X	0
1001	X	X	0	1	0	0	X	0
1010	1	1	0	1	1	0	X	1
1011	0	1	1	1	1	0	X	1
1100	X	X	0	0	0	1	1	X
1101	1	0	1	0	0	1	0	X
1110	0	0	0	X	X	1	1	1
1111	X	X	X	1	X	X	0	1

Продолжение таблицы 1

Входные сигналы (ABCD)	Выходные сигналы (по вариантам)							
	9	10	11	12	13	14	15	16
0000	X	0	0	1	1	0	1	X
0001	X	X	1	0	1	0	1	X
0010	X	X	X	0	1	1	0	0
0011	1	X	X	X	0	1	0	0
0100	1	1	X	X	X	1	0	1
0101	1	1	1	X	X	X	1	0
0110	1	1	1	1	X	X	X	0
0111	1	1	1	1	1	X	X	X
1000	0	1	1	1	1	1	X	X
1001	0	0	1	1	1	1	1	X
1010	0	0	0	1	1	1	1	1
1011	1	0	0	0	1	1	1	1
1100	0	X	0	0	0	1	1	1
1101	X	X	X	0	0	0	1	1
1110	1	1	X	X	0	0	0	1
1111	1	0	X	X	1	0	X	0

Примечание: символом X обозначено безразличное состояние устройства. Этот символ означает, что выходной сигнал устройства для указанных входных сигналов может быть произвольным (либо логическая единица, либо логический ноль). Например, входные сигналы преобразователя кода для семисегментного индикатора никогда не принимают значения больше, чем десятичное число девять. По этой причине все номера состояния, которые больше 9, для устройства безразличны (их просто никогда не бывает).

## 1.2. Задание 2. Формирование логических выражений с помощью диаграмм Вейча

Получить логическое выражение, которое описывает данные таблицы 1, вручную (с помощью карт Карно или диаграмм Вейча). Сопоставить полученное выражение с двумя выражениями, сформированными в предыдущих заданиях.

### 1.3. Задание 3. Формирование цифрового устройства на основании имеющегося логического выражения

Используя логическое выражение, полученное в задании 1.2, сформировать преобразователь кода. Полученную схему устройства поместить в отчет.

### 1.4. Задание 4. Анализ работы созданного устройства

Выполнить анализ работы устройства, синтезированного при выполнении предыдущего задания. Для этого следует заполнить таблицу 2.

В один столбец заносятся заданные (исходные) значения выходного сигнала ПК  $Y$ . В другую колонку нужно записать результаты исследования (моделирования) созданной схемы преобразователя кода.

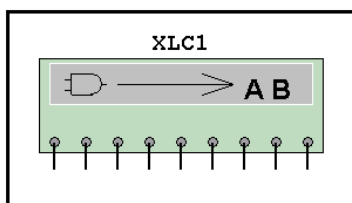
Таблица 2

Номера состояний	Входные сигналы преобразователя кода				Заданный выходной сигнал $Y$	Результаты моделирования $Y$
	A	B	C	D		
0	0	0	0	0		
1	0	0	0	1		
2	0	0	1	0		
3	0	0	1	1		
4	0	1	0	0		
5	0	1	0	1		
6	0	1	1	0		
7	0	1	1	1		
8	1	0	0	0		
9	1	0	0	1		
10	1	0	1	0		
11	1	0	1	1		
12	1	1	0	0		
13	1	1	0	1		
14	1	1	1	0		
15	1	1	1	1		

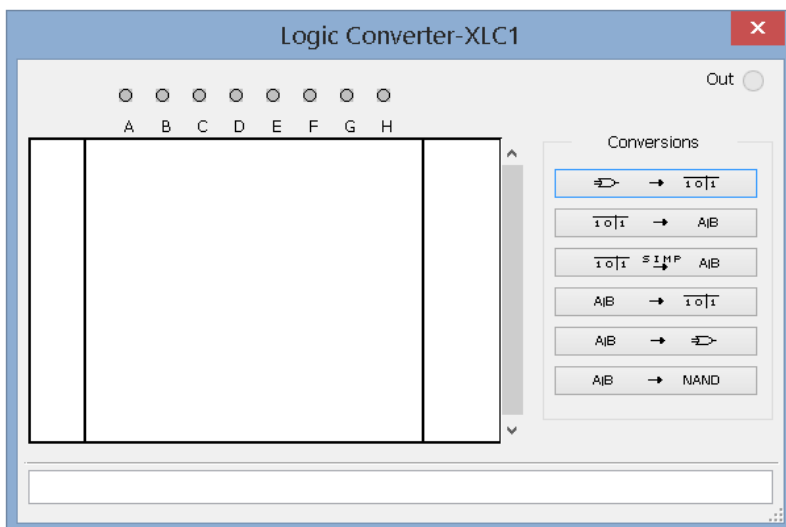
## 4. Порядок выполнения лабораторной работы

### 4.1. Методические указания к заданию 3.1

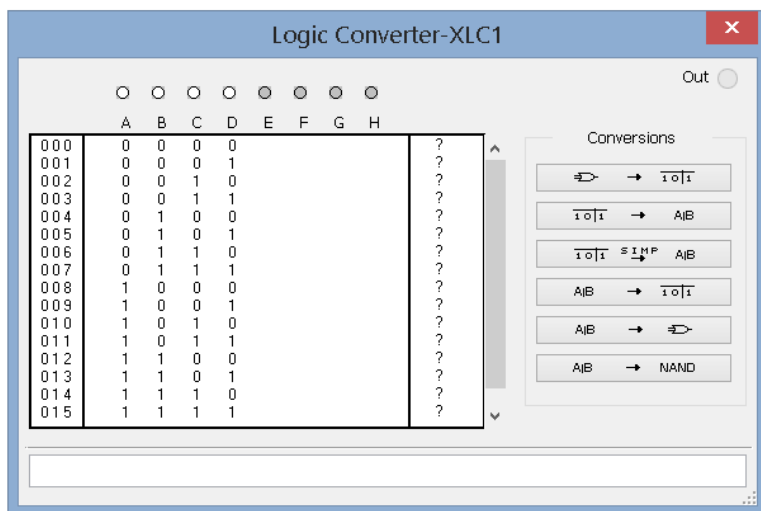
После запуска программы Multisim на панели Instruments (Инструменты) нужно выбрать схематичное изображение прибора Logic Converter (Логический конвертер) и установить его на рабочем столе.



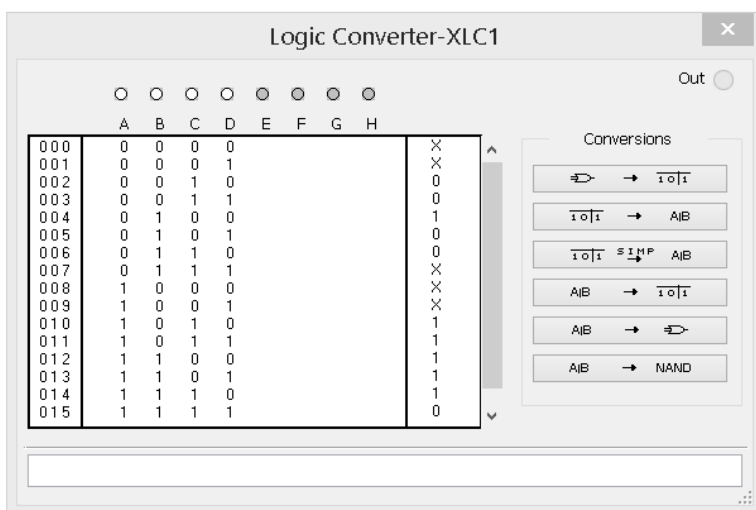
Двойным щелчком по схематичному изображению конвертера получить его детальное изображение.



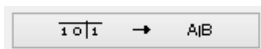
С помощью включателей A, B, C, D установить 16 состояний вводимой таблицы. Указанные четыре включателя позволяют формировать входные сигналы создаваемого преобразователя кода.



В последнюю колонку следует занести выходные сигналы ПК из таблицы 1. Для примера на следующем рисунке показаны данные варианта № 16. Запись осуществляется многократными щелчками мыши в последней колонке.



Логическое выражение в совершенной дизъюнктивной нормальной форме формируется при щелчке по кнопке:

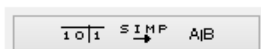


В рассматриваемом случае будет сформировано выражение:

$$A'BC'D'+AB'CD'+AB'CD+ABC'D'+ABC'D+ABCD'$$

В этой записи дизъюнкция (логическое сложение) обозначена знаком «+», символ конъюнкции (логического умножения) не указан (опущен), а инверсия обозначена символом «'».

Чтобы получить минимизированное описание таблицы следует сделать щелчок по кнопке:



Аббревиатура SIMP образована от английского слова simplify – упростить. В результате такого действия в данном случае будет получен такой результат:

$$AB'+C'D'+AC'+AD'$$

Таким образом, получены два логических выражения, которые описывают КЦУ для варианта № 16. Перепишем эти выражения в принятом для цифровой техники виде:

$$Y1 = \overline{A}BCD \vee A\overline{B}CD \vee AB\overline{C}D \vee ABC\overline{D} \vee \overline{A}B\overline{C}D \vee A\overline{B}\overline{C}D \vee \overline{A}B\overline{C}\overline{D} \vee A\overline{B}C\overline{D}$$

$$Y2 = \overline{A}B \vee \overline{C}D \vee \overline{A}C \vee \overline{A}D$$

Очевидно, что второе логическое выражение значительно компактнее первого выражения. Значит, на реализацию одного и того же устройства во втором случае потребуется меньшее количество микросхем и меньшие затраты сил для монтажа устройства.



#### 4.2. Методические указания к заданию 3.2

Следует обратить внимание на терминологию, используемую в данной работе.

Понятие «**формирование логического выражения**» практически эквивалентно понятию «**синтез цифрового устройства**», так как на основании имеющегося математического выражения легко реализовать конкретное устройство. Другими словами, говоря о минимизации логического выражения (уменьшении размера математической формулы) мы говорим и о минимизации цифрового устройства (о сокращении аппаратных затрат на его реализацию). Чем компактнее логическое выражение, тем меньшее число микросхем требуется на реализацию конкретного КЦУ.

В процессе выполнения данной работы каждый студент создает устройство, которое работает в соответствии с таблицей 1. Причем вначале создается математическое описание этой таблицы (математическая модель), а затем на основании математического описания реализуется устройство.

Структурная схема синтезируемого устройства показана на рисунке.



Механизм получения логических выражений с помощью прибора Logic Converter (Логического конвертора) скрыт от пользователя. Пользователь в процессе синтеза устройства получает лишь конечный результат (формулу) на основании введенной таблицы истинности и не знает, как эта формула получена.

Рассмотрим два способа формирования математических моделей КЦУ: аналитический (алгебраический) и графоаналитический.

Опишем аналитически устройство, алгоритм работы которого задан с помощью табл. 3 (вариант № 16).

Таблица 3

Номера состояний	Входные сигналы преобразователя кода				Выходной сигнал Y
	A	B	C	D	
0	0	0	0	0	X
1	0	0	0	1	X
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	X
8	1	0	0	0	X
9	1	0	0	1	X
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

В таблице 3 каждому состоянию устройства соответствует один набор аргументов A, B, C, D (один минтерм).

Аналитическое (алгебраическое) описание произведем с помощью совершенной дизъюнктивной нормальной формы (СДНФ). СДНФ представляет собой сумму минтермов, для которых выходной сигнал равен логической единице.

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма имеет такое название потому, что она **совершена**: все слагаемые (минтермы) имеют одинаковую размерность (в данном случае число переменных равно четырем). СДНФ представляет собой сумму (**дизъюнкцию**) минтермов. При составлении СДНФ использовано только три логические операции (дизъюнкция, конъюнкция и инверсия).

Из таблицы 3 видно, что выходной сигнал Y принимает значение логической единицы в состояниях 4, 10, 11, 12, 13 и 14. Таким образом, аналитическое выражение будет содержать шесть слагаемых (шесть минтермов). Для правильной записи минтермов нужно использовать следующее правило. Входная переменная (аргумент) берется без инверсии, если она равна 1 и берется с инверсией, если равна 0. Таким образом, минтерм для состояния 4 должен быть записан так:

$$\overline{ABCD}$$

Поступая аналогично с другими пятью минтермами, получим аналитическое выражение, которое описывает работу преобразователя кода:

$$Y = \overline{ABCD} \vee \overline{ABC\overline{D}} \vee \overline{AB\overline{C}D} \vee \overline{A\overline{B}CD} \vee \overline{A\overline{B}C\overline{D}} \vee \overline{A\overline{B}C\overline{D}}$$

Сопоставление полученного выражения с выражением, сформированным автоматически с помощью прибора Logic Converter, показывает, что они идентичны.

Рассмотрим процедуру получения математической модели графическим способом с помощью диаграмм Вейча. Аналогичный результат можно получить и с помощью Карт Карно. Эти две методики минимизации комбинационных цифровых устройств (КЦУ) отличаются незначительно (лишь порядком маркировки таблиц).

Порядок использования диаграмм Вейча рассмотрим на примере варианта №16 (см. табл. 1 и табл. 3).

На следующей диаграмме показано, в какую клетку диаграммы Вейча нужно заносить значение выходного сигнала в зависимости от номера состояния (номера минтерма).

Таблица 4

	C				
	-----				
D	3	11	9	1	B
	7	15	13	5	
	6	14	12	4	
	2	10	8	0	
	-----				
	A				

Прямые линии и буквы рядом с таблицей 4 показывают, в каких состояниях данная переменная принимает значение логической единицы. На-

пример, переменная D принимает значение логической единицы в состояниях 3, 11, 9, 1, 7, 15, 13, 5. Это, действительно, так. Младший разряд двоичного числа равен единицы для всех нечетных чисел.

На следующем этапе графического синтеза устройства нужно в каждую клетку таблицы 3 занести соответствующие выходные сигналы из таблицы 3. Ниже представлен результат переноса выходных сигналов из табл. 3 в табл. 4.

C Таблица 5

D		0	1	X	X		B
	0	1	X	X			
	X	0	1	0			
	0	1	1	1			
	0	1	X	X			

A

После выполненного переноса нужно охватить контурами все клетки (ячейки), которые содержат единицы (см. таблицу 5). Перечислим правила, которыми следует руководствоваться при формировании контуров.

1. Объединять можно соседние (смежные) по столбцам или строкам ячейки, которые содержат единицы, контурами, охватывающими 2, 4, 8, 16... $2^n$  ячеек.
2. Контуров могут объединять ячейки, расположенные на противоположных сторонах диаграммы (таблицы).
3. Одна и та же ячейка может несколько раз входить в различные контуры.
4. При охвате ячеек контурами следует стремиться к тому, чтобы контур был как можно больше, а число контуров было минимальным.
5. В контур запрещено включать ячейки, содержащие нули, однако допустимо включать ячейки, выделенные знаками безразличного состояния.

6. Ячейки, отмеченные знаками безразличного состояния, могут быть не охвачены контурами.

Таблица 6

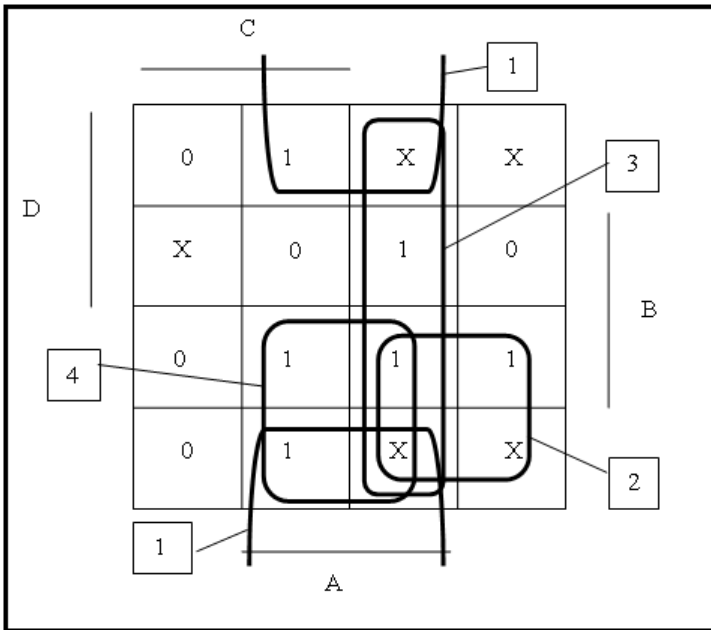


Таблица описывается следующим логическим выражением:

$$Y = \overline{A}\overline{B} \vee \overline{C}\overline{D} \vee \overline{A}\overline{C} \vee \overline{A}\overline{D}$$

Ниже будет описан порядок получения этого выражения.

Предыдущий рисунок показывает, что потребовалось четыре контура для охвата шести клеток с единицами. Это означает, что в итоговом логическом выражении будет четыре слагаемых (четыре импликанты). Следует обратить внимание, что контуры включают в себя не только ячейки, содержащие единицы, но и ячейки со знаками безразличного состояния. Еще одна любопытная особенность рассматриваемого устройства: контур № 1 начинается на верхней стороне таблицы, а заканчивается на нижней стороне. Считается, что горизонтальные стороны таблицы совмещены друг с другом (также соседними являются вертикальные стороны таблицы). Интересно, что единица, расположенная в ячейке № 12, входит одновременно в три контура (это допустимо).

После выполнения графических построений необходимо каждый контур описать алгебраическим выражением. При составлении формул нуж-

но руководствоваться следующими правилами.

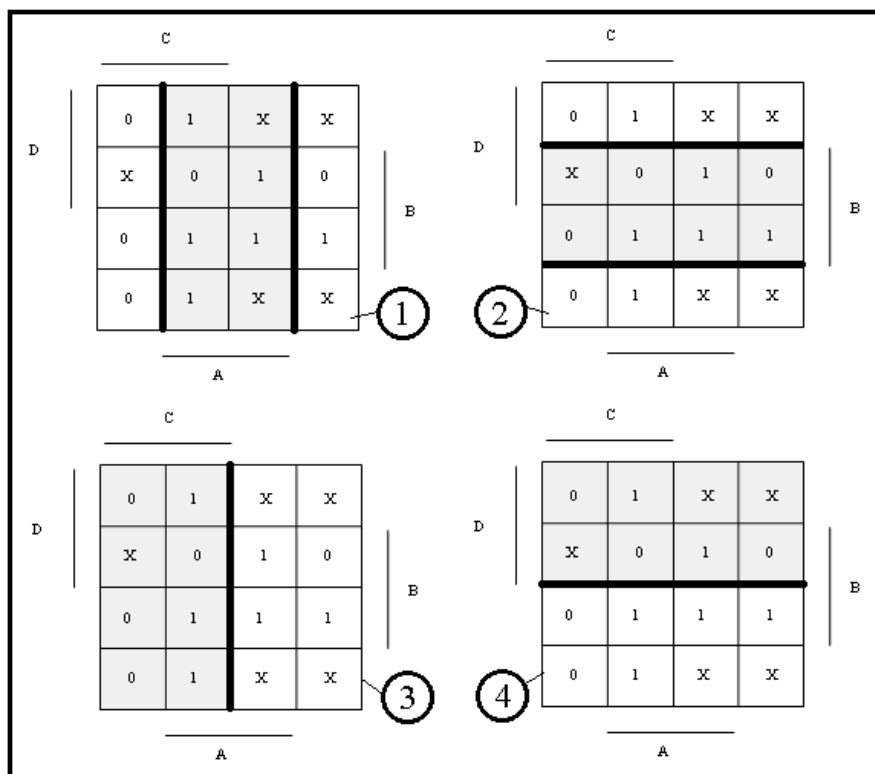
В итоговое выражение (в сокращенную дизъюнктивную нормальную форму) должны войти следующие слагаемые.

1. Импликанты, число которых равно числу контуров.

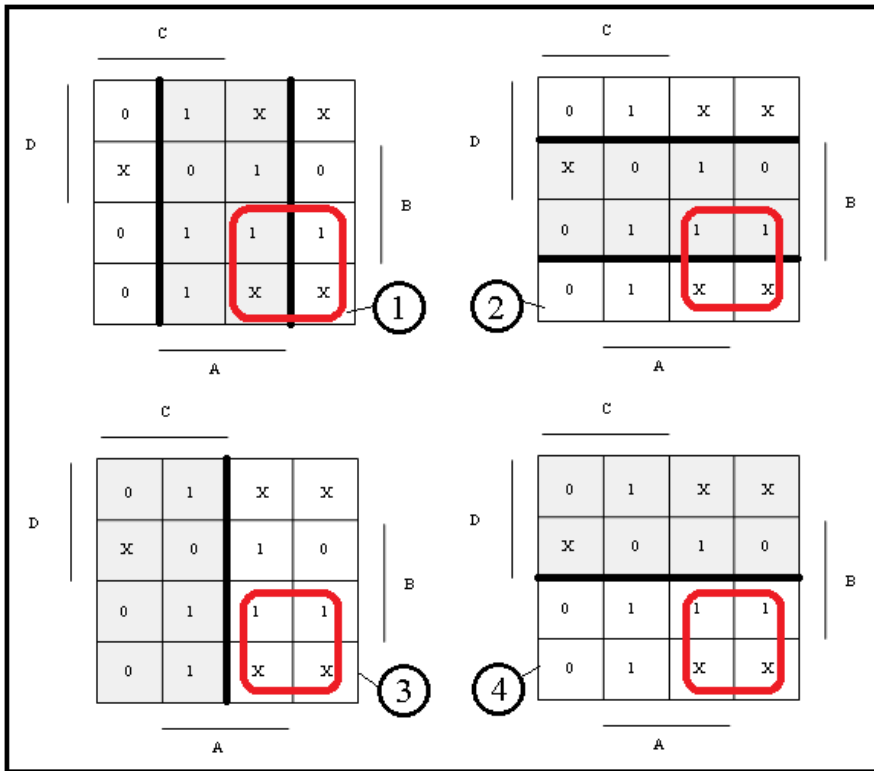
2. Минтермы, которые описывают отдельные клетки с единицами, не вошедшие ни в один контур.

При составлении выражений для импликант следует отбрасывать те аргументы, границы которых пересекаются контуром.

На рисунке показаны границы областей для  $A$  и  $\bar{A}$  (1),  $B$  и  $\bar{B}$  (2),  $C$  и  $\bar{C}$  (3),  $D$  и  $\bar{D}$  (4). Серым цветом выделены области, в которых аргументы имеют неинвертированные значения.



Рассмотрим, как получить логическое выражение для контура 2 (табл.6). Нанесём этот контур на четыре таблицы с изображением границ.



Из таблицы, расположенной слева сверху (она обозначена цифрой 1 в кружочке), видно, что контур пересекает границы переменной A. Поэтому в логическом выражении, которое описывает эту импликанту, переменной A не будет. Из следующей таблицы (2 в кружочке) видно, что контур пересекает границы переменной B. Поэтому в логическом выражении, которое описывает эту импликанту, переменной B не будет. Табл. 3 показывает, что контур расположен полностью в области  $\bar{C}$ , а табл. 4, что контур расположен в области  $\bar{D}$ .

Таким образом, рассмотренная импликанта описывается выражением:

$$\bar{C}\bar{D}.$$

Аналогично составляются выражения для трёх оставшихся импликант.

Рассмотрим, как описываются отдельные ячейки, содержащие единицы (Табл.7).

Таблица 7

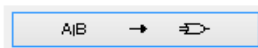
		C				
		-----				
D		0	0	X	X	B
		X	0	1	0	
		0	1	0	0	
		0	0	X	X	
		A				
		-----				

Первая единица находится в областях  $A, B, \bar{C}, D$ , поэтому данный минтерм описывается конъюнкцией  $AB\bar{C}D$ . Единица (2) описывается выражением  $A, B, C, \bar{D}$ .

#### 4.3. Методические указания к заданию 3.3

Чтобы создать КЦУ по известному логическому устройству целесообразно использовать Logic Converter (Логический конвертор), хотя формирование схемы вручную порой даёт лучший результат по сравнению с автоматическим способом.

Щелчок по кнопке



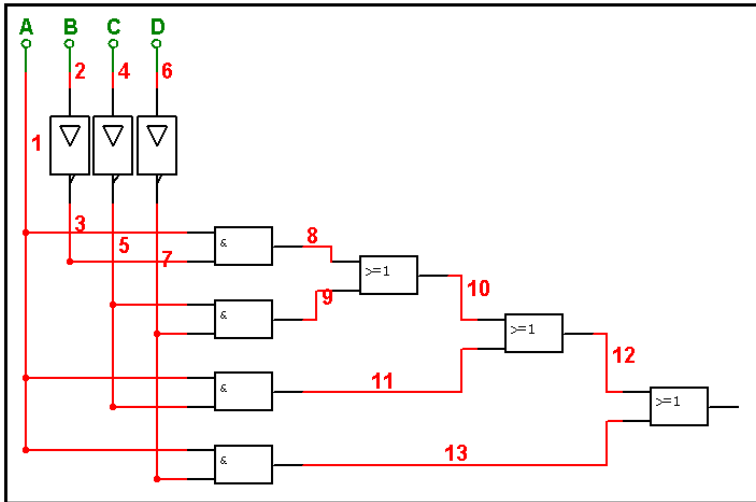
Превращает логическое выражение:

$$Y = \overline{A}B \vee \overline{C}D \vee A\overline{C} \vee A\overline{D}$$

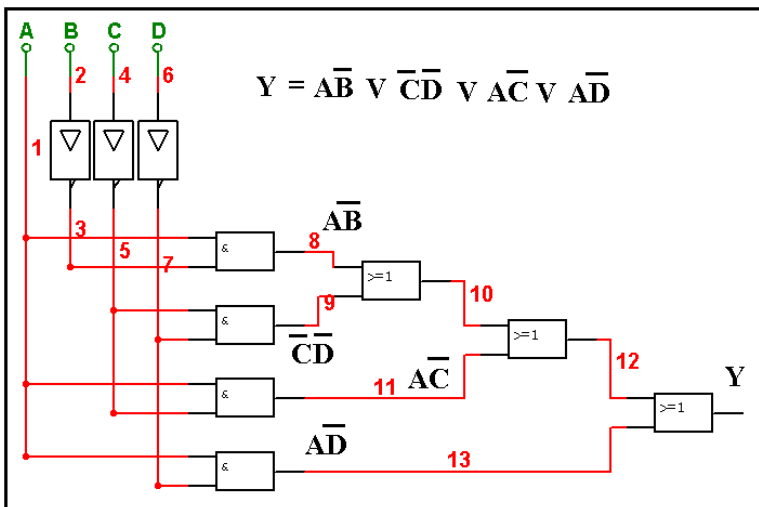
в цифровое устройство, показанное на следующем рисунке.

Это действие ярко иллюстрирует процесс преобразования математической модели в конкретное устройство.





Выполним проверку соответствия синтезированного устройства его математической модели (проверим адекватность созданной математической модели). Для проверки соответствия устройства исходной модели расставим выражения, которые описывают сигналы на выходах отдельных элементов.

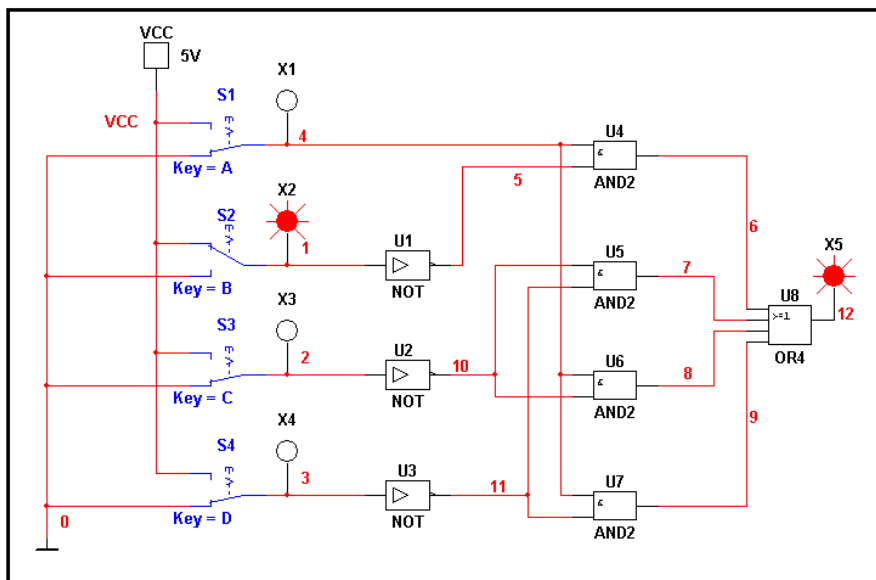


Проведённая проверка показала адекватность созданной модели.

#### 4.4. Методические указания к заданию 3.4

Для проведения заданных исследований в схему нужно ввести четыре переключателя и индикаторы (светодиоды).

При автоматическом синтезе КЦУ (см. п. 4.3.) было использовано три двухходовых элемента ИЛИ. Рациональнее вместо них поставить один логический элемент ИЛИ с четырьмя входами.



Показанные на рисунке элементы выбирают в базе элементов (панель Components, группа Misc Digital). Дополнительные сведения, необходимые для формирования схемы исследований, можно найти в методических указаниях к работе «Моделирование работы комбинационных цифровых устройств».

Перебрав 16 возможных состояний четырёх ключей (A, B, C и D), нужно заполнить таблицу 2.

*Примечание.*

На схеме видны цифры (от 0 до 12). Это нумерация узлов устройства. В соответствии со Spice спецификацией один узел схемы должен быть обязательно заземлён и его порядковый номер всегда 0.

## 5. Требования к отчёту

Отчёт подготавливается в электронном виде. Он должен содержать постановки задач, скриншоты, которые показывают порядок решения задачи, исходная таблицы истинности, результаты синтеза ПК, диаграммы Вейча, схемы, необходимые комментарии и анализ полученных результатов.

## 6. Контрольные вопросы

- 6.1. Охарактеризуйте различные версии программ Electronics Workbench и Multisim.
- 6.2. Перечислите возможности прибора Logic Converter –XLC1.
- 6.3. Как нужно понимать термин «безразличное состояние» устройства?
- 6.4. Почему СДНФ имеет такое название?
- 6.5. Запишите аксиомы алгебры логики.
- 6.6. Запишите тождества алгебры логики.
- 6.7. Запишите законы алгебры логики.
- 6.8. Приведите отечественные и американские условные графические обозначения логических элементов.
- 6.9. Перечислите программы, которые могут использоваться для моделирования радиоэлектронных устройств.
- 6.10. Как на основании логического выражения построить комбинационное цифровое устройство (КЦУ)?
- 6.11. Перечислите способы задания логических функций.
- 6.12. Дайте определение комбинационного цифрового устройства.
- 6.13. Как записывается логическая функция в совершенной дизъюнктивной нормальной форме (СДНФ)?
- 6.14. Как записывается логическая функция в совершенной конъюнктивной нормальной форме (СКНФ)?

## 7. Список литературы

1. Алексеев А.П. Информатика 2015 [Текст]: учеб. пособие/ Алексеев А.П. – М: СОЛОН-Пресс, 2015. – 400 с. ISBN 978-5-91359-158-6
2. Загидуллин Р.Ш. Multisim, LabVIEW и Signal Express. Практика автоматизированного проектирования электронных устройств. – М.: Горячая линия – Телеком, 2009. – 366 с.
3. Алексеев А.П. Сборник задач по дисциплине «Информатика» для ВУЗов: учебное пособие// Алексеев А.П. – М: СОЛОН-Пресс, 2016. – 104 с. ISBN 978-5-91359-170-8.