

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«ПОВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И ИНФОРМАТИКИ»

Кафедра физики

**А.Н. Арсеньев, Л.В. Топоркова**

# **МЕХАНИКА**

Учебное пособие

Самара 2017

УДК 53

А

Рекомендовано к изданию методическим советом ПГУТИ,

протокол № 48 13 марта 2017 г

**Арсеньев А.Н., Топоркова Л.В.**

**А Механика:** учебное пособие / А.Н. Арсеньев – Самара:  
ПГУТИ, 2017. – 40 с.

Учебное пособие «Механика» содержит теоретическую часть по основам механики поступательного и вращательного движения, , кроме этого прилагаются инструкции к выполнению лабораторных работ. Учебное пособие разработано в соответствии с ФГОС ВПО по направлению подготовки бакалавров и магистров бакалавров и магистров 02.03.03 – «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», 09.03.01 – «Информатика и вычислительная техника», 09.03.02 – «Информационные системы и технологии» , 09.03.03 – «Прикладная информатика» , 09.03.04 – «Программная инженерия» , 10.03.01 – «Информационная безопасность» , 11.03.01 – «Радиотехника» , 11.03.02 – «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», 27.03.04 – «Управление в технических системах», 27.03.05 – «Инноватика», 12.03.03 – «Фотоника и оптоинформатика», 11.05.01 - Радиоэлектронные системы и комплексы, 10.05.02 - Информационная безопасность телекоммуникационных систем. Предназначено для студентов 1 курса ФБТО, ФИСТ, ФЗО для самостоятельной подготовки и выполнения лабораторных работ.

ISBN

©, Арсеньев А.Н., 2017

## Оглавление

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 62 .....	2
Измерение тел штангенциркулем и микрометром .....	3
Определение плотности твердого тела .....	3
1. ОБРАБОТКА ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ .....	5
2. КОСВЕННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ.....	8
2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТОВ .....	10
Упражнение I. Измерение толщины пластинки микрометром ..	10
Упражнение II. Определение плотности твердого тела.....	12
3. ШТАНГЕНЦИРКУЛЬ .....	15
4. МИКРОМЕТР .....	17
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 63 .....	18
Определение момента инерции маятника Обербека.....	18
ВЫВОД РАСЧЕТНОЙ ФОРМУЛЫ .....	24
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 79 .....	27
Определение момента инерции маховика .....	27
ВЫВОД РАСЧЕТНОЙ ФОРМУЛЫ .....	32
ПРИЛОЖЕНИЕ .....	36
1. КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ.....	36
2. КИНЕМАТИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ.....	37
3. ДИНАМИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ.....	39
4. ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ.....	42
Предметный указатель.....	46
Список литературы .....	47
Основная литература .....	47
Дополнительная литература .....	47

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 62

## Измерение тел штангенциркулем и микрометром.

### Определение плотности твердого тела

#### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Научиться проводить измерения линейных размеров тела штангенциркулем и микрометром. Освоить методику расчета погрешностей прямых и косвенных измерений.

#### ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

Штангенциркуль, микрометр, набор твердых тел для измерения.

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое измерение? Какими бывают измерения?
2. Расскажите о прямых измерениях. Приведите примеры.
3. Расскажите о косвенных измерениях. Приведите примеры.
4. Что такое абсолютная погрешность?
5. Какое минимальное количество измерений нужно сделать для оценки абсолютной погрешности? Как можно повысить точность измерений?
6. Какие виды погрешностей существуют?
7. Что такое систематические погрешности?
8. Как определить приборную погрешность? Приведите примеры.
9. Что такое случайные погрешности?
10. Когда возникают грубые ошибки или промахи? Как в этом случае стоит поступить?
11. Как найти приблизительное значение измеряемой физической величины, имея серию измерений?
12. Как найти абсолютную погрешность одного измерения, имея серию измерений?
13. Как найти среднеквадратичную или стандартную погрешность среднего значения?
14. Как найти абсолютную погрешность результата серии измерений?
15. Что такое доверительный интервал и доверительная вероятность или надежность?
16. Как найти абсолютную погрешность с учетом приборной погрешности?
17. Что такое относительная погрешность? Мерой чего она является?
18. Как следует округлить абсолютную погрешность и среднее значение при записи конечного результата?

19. Расскажите как найти абсолютную и относительную погрешность при косвенных измерениях.
20. Расскажите порядок выполнения лабораторной работы.
21. Расскажите порядок расчета лабораторной работы.

## **ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ**

1. Изучить данную методическую разработку.
2. Сделать заготовку лабораторной работы.
3. На черновике нарисовать таблицы № 1, 2, 3, 4. Выписать расчетные формулы.
4. Микрометром измерить толщину пластины 5 раз (в центре и в 4 углах). Результаты измерений записать в таблицу № 1.
5. Штангенциркулем измерить диаметр цилиндра 5 раз в разных местах. Результаты измерений записать в таблицу № 2.
6. Штангенциркулем измерить высоту цилиндра 5 раз в разных местах. Результаты измерений записать в таблицу № 3
7. Записать массу цилиндра в таблицу № 4. Масса указана на основании цилиндра в граммах. Абсолютная погрешность массы 0,1 г.
8. Сделать расчеты. Коэффициент студента взять равным 2,13. Абсолютную погрешность числа  $\pi$  взять равным 0,01.
9. В таблице плотности твердых тел найти значение плотности близкое к значению плотности цилиндра. Сделать вывод. (Таблица плотности твердых тел есть в любом задачнике по физике).
10. Оформить письменный отчет по лабораторной работе.
11. Выучить теорию по контрольным вопросам.
12. Отчитаться по лабораторной работе.

## 1. ОБРАБОТКА ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

**Измерение** – это сравнение измеряемой величины с другой величиной принятой за единицу (сравнение с эталоном). Измерения бывают прямые и косвенные.

**Прямое измерение** – это сравнение измеряемой величины с эталоном непосредственно или при помощи измерительного прибора.

**Косвенное измерение** – это определение величины из результатов прямых измерений других величин, которые связаны с определяемой величиной некоторой функциональной зависимостью.

Никакое измерение не может дать точного значения. Всякое измерение дает лишь приближенный результат, то есть имеет погрешность.

**Абсолютная погрешность**  $\Delta X_{\text{абс}}$  – это разность между результатом измерения  $X_{\text{изм}}$  и истинным значением физической величины  $X_{\text{ист}}$ .

$$\Delta X_{\text{абс}} = X_{\text{изм}} - X_{\text{ист}}$$

Истинное значение, как правило, остается неизвестным. Для оценки абсолютной погрешности нужно сделать как минимум два измерения. Для увеличения точности результатов обычно делают несколько измерений. Погрешности, допускаемые при измерениях, могут быть систематическими и случайными.

**Систематические погрешности** – это погрешности, обусловленные одной и той же причиной, которая чаще всего известна заранее. Обычно при многократных измерениях систематическая погрешность имеет одно и то же значение, то есть систематическая погрешность повторяется. Систематические погрешности в большинстве случаев можно устранить.

Любой измерительный прибор имеет систематическую **приборную погрешность**.

Если **приборная погрешность** не дана, то ее берут равной половине цены деления шкалы измерительного прибора, если шкала прибора непрерывная (линейка) или равной цене деления шкалы, если шкала дискретная (секундомер).

**Случайные погрешности** – это погрешности, вызванные большим числом причин, которые или неизвестны, или действуют при каждом измерении по разному. Случайные погрешности можно свести к минимуму, но полностью их устранить нельзя. Случайные погрешности всегда присутствуют в эксперименте и служат причиной разброса результатов отдельных измерений, при их многократном повторении.

**Грубые ошибки или промахи** – это разновидность случайных погрешностей. Неправильный отсчет по прибору, неправильная запись отсчета, нарушение условий испытания (например выход из строя прибора), все это грубые ошибки или промахи. В большинстве случаев промахи хорошо заметны, так как соответствующие им значения резко отличаются от других. При обработке результатов измерений эти значения следует отбросить.

Пусть  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  результаты серии  $n$  прямых измерений. Предположим что разброс значений обусловлен только случайными погрешностями и рассмотрим порядок обработки результатов серии прямых измерений.

1. Хорошим приближением истинного значения физической величины будет **среднеарифметическое результатов измерений**:

$$\langle X \rangle = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$$

2. Тогда **абсолютная погрешность каждого измерения**:

$$\Delta X_i = X_i - \langle X \rangle, \quad \text{где } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

3. **Среднеквадратичная или стандартная погрешность среднего значения**:

$$S_{\langle X \rangle} = \sqrt{\frac{(\Delta X_1)^2 + (\Delta X_2)^2 + (\Delta X_3)^2 + \dots + (\Delta X_n)^2}{n(n-1)}}$$

4. **Абсолютная погрешность результата серии измерений**:

$$\Delta X_{\text{сл}} = t_{\alpha, n} \cdot S_{\langle X \rangle}$$

$t_{\alpha, n}$  – Коэффициент Стьюдента, зависит от  $n$  - числа измерений и  $\alpha$  - доверительной вероятности (или надежности).

**Доверительный интервал** – это интервал, в который попадает истинное значение измеряемой величины с заданной вероятностью ( $\langle X \rangle - \Delta X_{\text{сл}}, \langle X \rangle + \Delta X_{\text{сл}}$ ).

**Надежность или доверительная вероятность** результата серии измерений – это вероятность того, что истинное значение измеряемой величины попадает в данный доверительный интервал.

При обычных измерениях можно ограничиться надежностью  $\alpha = 0,90$ . Это значит что при 100 измерениях в среднем 90 результатов должны попасть в доверительный интервал.

Если  $\alpha = 0,90$  и  $n = 5$ , то  $t_{\alpha,n} = 2,13$ .

5. Абсолютная погрешность (граница доверительного интервала) с учетом приборной погрешности:

$$\Delta X = \sqrt{(\Delta X_{cl})^2 + (\Delta X_{пр})^2}$$

6. Относительная погрешность:

$$\varepsilon = \frac{\Delta X}{\langle X \rangle} \cdot 100\%$$

Относительная погрешность является **мерой точности измерений**.

Относительная погрешность показывает какую долю от результата измерения может составлять абсолютная погрешность.

7. При записи конечного результата  $\langle X \rangle \pm \Delta X$  абсолютную погрешность  $\Delta X$  необходимо округлить до одной значащей цифры в большую сторону, а среднее значение  $\langle X \rangle$  необходимо округлить до разряда абсолютной погрешности. Нули в начале и конце числа определяют порядок числа и значащими цифрами не являются.

### Примеры

Неправильная запись	Правильная запись
$52,74 \pm 0,3$	$52,7 \pm 0,3$
$13,8 \pm 0,023$	$13,80 \pm 0,03$
$4756 \pm 689$	$4800 \pm 700$

Если погрешность не указана, то она равна  $\pm 1$  от последнего десятичного знака.



## 2. КОСВЕННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Пусть величина  $Z$  связана с величинами  $a, b, c, \dots$  некоторой функциональной зависимостью:

$$Z = Z(a, b, c, \dots).$$

При косвенных измерениях интересующая нас величина  $Z$  непосредственно не измеряется, а рассчитывается по результатам прямых измерений величин  $a, b, c, \dots$ :

$$\langle Z \rangle = Z(\langle a \rangle, \langle b \rangle, \langle c \rangle, \dots)$$

$$\Delta Z = \sqrt{(\Delta Z_a)^2 + (\Delta Z_b)^2 + (\Delta Z_c)^2 + \dots}$$

$$\Delta Z_a = \frac{\partial Z}{\partial a} \cdot \Delta a, \quad \Delta Z_b = \frac{\partial Z}{\partial b} \cdot \Delta b, \quad \Delta Z_c = \frac{\partial Z}{\partial c} \cdot \Delta c, \dots$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta Z}{\langle Z \rangle} \cdot 100\%$$

**Пример.** Определение абсолютной погрешности плотности цилиндра, если его масса  $m$ , диаметр  $d$  и высота  $H$  получены путем прямых измерений.

Объем цилиндра: 
$$V = \frac{\pi d^2}{4} H$$

Плотность цилиндра:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{\pi \cdot d^2}{4} H} = \frac{4m}{\pi d^2 H}$$

Частные производные:

$$\Delta \rho_\pi = \frac{\partial}{\partial \pi} \left( \frac{4m}{\pi d^2 H} \right) \Delta \pi = \frac{4m}{d^2 H} \Delta \pi \frac{\partial}{\partial \pi} \left( \frac{1}{\pi} \right) = \frac{4m}{d^2 H} \Delta \pi \left( -\frac{1}{\pi^2} \right)$$

$$\Delta \rho_\pi = -\frac{4m}{\pi d^2 H} \cdot \frac{\Delta \pi}{\pi}$$

$$\Delta\rho_m = \frac{\partial}{\partial m} \left( \frac{4m}{\pi d^2 H} \right) \Delta m = \frac{4}{\pi d^2 H} \Delta m \frac{\partial}{\partial m} (m) = \frac{4}{\pi d^2 H} \Delta m$$

$$\Delta\rho_m = \frac{4m}{\pi d^2 H} \cdot \frac{\Delta m}{m}$$

$$\Delta\rho_d = \frac{\partial}{\partial d} \left( \frac{4m}{\pi d^2 H} \right) \Delta d = \frac{4m}{\pi H} \Delta d \frac{\partial}{\partial d} \left( \frac{1}{d^2} \right) = \frac{4m}{\pi H} \Delta d \left( -\frac{1}{d^3} \right)$$

$$\Delta\rho_d = -\frac{4m}{\pi d^2 H} \cdot \frac{2\Delta d}{d}$$

$$\Delta\rho_H = \frac{\partial}{\partial H} \left( \frac{4m}{\pi d^2 H} \right) \Delta H = \frac{4m}{\pi d^2} \Delta H \frac{\partial}{\partial H} \left( \frac{1}{H} \right) = \frac{4m}{\pi d^2} \Delta H \left( -\frac{1}{H^2} \right)$$

$$\Delta\rho_H = -\frac{4m}{\pi d^2 H} \cdot \frac{\Delta H}{H}$$

Абсолютная погрешность:

$$\begin{aligned} \Delta\rho &= \sqrt{(\Delta\rho_\pi)^2 + (\Delta\rho_m)^2 + (\Delta\rho_d)^2 + (\Delta\rho_H)^2} = \\ &= \frac{4m}{\pi d^2 H} \sqrt{\left(\frac{\Delta\pi}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H}{H}\right)^2} \end{aligned}$$

$$\Delta\rho = \rho \sqrt{\varepsilon_\pi^2 + \varepsilon_m^2 + 4\varepsilon_d^2 + \varepsilon_H^2}$$

Относительная погрешность:

$$\varepsilon_\rho = \frac{\Delta\rho}{\rho} \cdot 100\% = \sqrt{\varepsilon_\pi^2 + \varepsilon_m^2 + 4\varepsilon_d^2 + \varepsilon_H^2}$$

Отметим что сначала удобно посчитать  $\varepsilon_\rho$ , а потом:

$$\Delta\rho = \frac{\rho \varepsilon_\rho}{100}$$

## 2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТОВ

### Упражнение I. Измерение толщины пластинки микрометром

**Таблица № 1**

№	$h_i$	$\langle h \rangle$	$\Delta h_i$	$(\Delta h_i)^2$	$S_{\langle h \rangle}$	$t_{\alpha, n}$	$\Delta h_{сл}$	$\Delta h_{np}$	$\Delta h$	$\langle h \rangle \pm \Delta h$	$\varepsilon_h$
	мм	мм	$10^{-2}$ мм	$10^{-4}$ мм <sup>2</sup>	мм		мм	мм	мм	мм	%
1											
2											
3						2,13					
4											
5											

1. Среднеарифметическое результатов измерений толщины пластины:

$$\langle h \rangle = \frac{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5}{5}$$

2. Абсолютная погрешность каждого измерения:

$$\Delta h_1 = h_1 - \langle h \rangle$$

$$\Delta h_2 = h_2 - \langle h \rangle$$

$$\Delta h_3 = h_3 - \langle h \rangle$$

$$\Delta h_4 = h_4 - \langle h \rangle$$

$$\Delta h_5 = h_5 - \langle h \rangle$$

3. Среднеквадратичная или стандартная погрешность среднего значения:

$$S_{\langle h \rangle} = \sqrt{\frac{(\Delta h_1)^2 + (\Delta h_2)^2 + (\Delta h_3)^2 + (\Delta h_4)^2 + (\Delta h_5)^2}{5(5-1)}}$$

4. Абсолютная случайная погрешность:

$$\Delta h_{сл} = t_{\alpha, n} \cdot S_{\langle h \rangle}$$

5. Абсолютная погрешность с учетом приборной погрешности:

$$\Delta h = \sqrt{(\Delta h_{cl})^2 + (\Delta h_{np})^2}$$

6. Относительная погрешность:

$$\varepsilon_h = \frac{\Delta h}{\langle h \rangle} \cdot 100\%$$

## Упражнение II. Определение плотности твердого тела

**Таблица № 2**

№	$d_i$ мм	$\langle d \rangle$ мм	$\Delta d_i$ $10^{-2}$ мм	$(\Delta d_i)^2$ $10^{-4}$ мм <sup>2</sup>	$S_{\langle d \rangle}$ мм	$t_{\alpha, n}$	$\Delta d_{cn}$ мм	$\Delta d_{np}$ мм	$\Delta d$ мм	$\langle d \rangle \pm \Delta d$ мм	$\varepsilon_d$ %
1											
2											
3						2,13					
4											
5											

$$1. \langle d \rangle = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5}{5}$$

2.

$$\Delta d_1 = d_1 - \langle d \rangle$$

$$\Delta d_2 = d_2 - \langle d \rangle$$

$$\Delta d_3 = d_3 - \langle d \rangle$$

$$\Delta d_4 = d_4 - \langle d \rangle$$

$$\Delta d_5 = d_5 - \langle d \rangle$$

±

$$3. S_{\langle d \rangle} = \sqrt{\frac{(\Delta d_1)^2 + (\Delta d_2)^2 + (\Delta d_3)^2 + (\Delta d_4)^2 + (\Delta d_5)^2}{5(5-1)}}$$

$$4. \Delta d_{cn} = t_{\alpha, n} \cdot S_{\langle d \rangle}$$

$$5. \Delta d = \sqrt{(\Delta d_{cn})^2 + (\Delta d_{np})^2}$$

$$6. \varepsilon_d = \frac{\Delta d}{\langle d \rangle} \cdot 100\%$$

Таблица № 3

№	$H_i$	$\langle H \rangle$	$\Delta H_i$	$(\Delta H_i)^2$	$S_{\langle H \rangle}$	$t_{\alpha, n}$	$\Delta H_{cl}$	$\Delta H_{np}$	$\Delta H$	$\langle H \rangle \pm \Delta H$	$\varepsilon_H$
	мм	мм	мм	$10^{-2}$ $10^{-4}$ мм <sup>2</sup>	мм		мм	мм	мм	мм	%
1											
2											
3						2,13					
4											
5											

$$1. \langle H \rangle = \frac{H_1 + H_2 + H_3 + H_4 + H_5}{5}$$

2.

$$\Delta H_1 = H_1 - \langle H \rangle$$

$$\Delta H_2 = H_2 - \langle H \rangle$$

$$\Delta H_3 = H_3 - \langle H \rangle$$

$$\Delta H_4 = H_4 - \langle H \rangle$$

$$\Delta H_5 = H_5 - \langle H \rangle$$

$$3. S_{\langle H \rangle} = \sqrt{\frac{(\Delta H_1)^2 + (\Delta H_2)^2 + (\Delta H_3)^2 + (\Delta H_4)^2 + (\Delta H_5)^2}{5(5-1)}}$$

$$4. \Delta H_{cl} = t_{\alpha, n} \cdot S_{\langle H \rangle}$$

$$5. \Delta H = \sqrt{(\Delta H_{cl})^2 + (\Delta H_{np})^2}$$

$$6. \varepsilon_H = \frac{\Delta H}{\langle H \rangle} \cdot 100\%$$

**Таблица № 4**

$\pi$	$m$ г	$\langle d \rangle$ см	$\langle H \rangle$ см	$\rho$ г/см <sup>3</sup>
3,14				
$\Delta\pi$	$\Delta m$ г	$\Delta d$ см	$\Delta H$ см	$\Delta\rho$ г/см <sup>3</sup>
0,01	0,01			
$\varepsilon_\pi$ %	$\varepsilon_m$ %	$\varepsilon_d$ %	$\varepsilon_H$ %	$\varepsilon_\rho$ %
0,3				

**Примечание.** Все погрешности в таблице 4 округлять в большую сторону.

$$1. \varepsilon_h = \frac{\Delta m}{\langle m \rangle} \cdot 100\%$$

$$2. V = \frac{\pi \langle d \rangle^2 \langle H \rangle}{4}$$

$$3. \rho = \frac{m}{V}$$

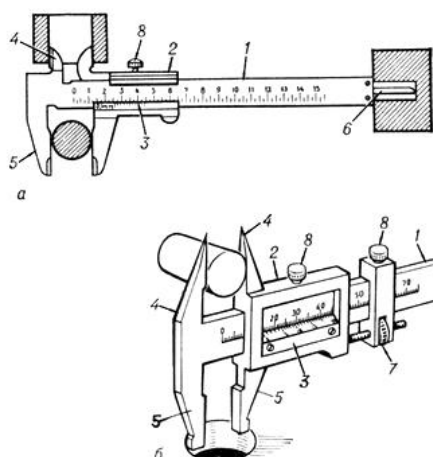
$$4. \varepsilon_\rho = \sqrt{\varepsilon_\pi^2 + \varepsilon_m^2 + 4\varepsilon_d^2 + \varepsilon_H^2}$$

$$5. \Delta\rho = \frac{\rho\varepsilon_\rho}{100}$$

### Вывод

Плотность материала цилиндра  $\rho = \dots$  г/см<sup>3</sup>, абсолютная погрешность измерений  $\Delta\rho = \dots$  г/см<sup>3</sup>, относительная погрешность измерений  $\varepsilon_\rho = \dots$  %. Сравнение с таблицей плотности твердых тел позволяет сделать вывод, что цилиндр сделан из ... .

### 3. ШТАНГЕНЦИРКУЛЬ



- 1 - штанга;
- 2 - рамка;
- 3 - нониус;
- 4 - верхние губки;
- 5 - нижние губки;
- 6 - линейка глубиномера;
- 7 - микрометрическая подача;
- 8 - стопорные винты.

Рис. 1 Штангенциркуль.

Штангенциркуль предназначен для измерения и разметки внешних и внутренних размеров. Штангенциркуль представляет собой две измерит. поверхности (губки), между которыми устанавливается размер, одна из которых (базовая) составляет единое целое с линейкой (штангой), а другая соединена сдвигающейся по линейке рамкой. На линейке наносятся через 1 мм деления, на рамке устанавливается или гравировается нониус. В целях повышения надёжности штангенциркуль изготавливается из материалов с высокой износостойкостью и не подвергающихся коррозии, для чего используются закалённые стали, хромирование и армирование рабочих поверхностей твёрдым сплавом. Известны штангенциркули, изготавливаемые из пластмассы. Выпускается нескольких видов и типоразмеров штангенциркулей с размером отсчёта 0,05 и 0,1 мм

Штангенциркули с пределом измерения от 0 до 125 (150) мм и размером отсчёта 0,1 мм имеют двусторонние губки (рис. 1, а), служащие для измерения наружных (нижние губки) и внутренних (верхние губки) размеров, и линейки глубиномера для измерения высоты уступов, глубин пазов, проточек и т.д. Штангенциркули с верх. пределом измерения до 250 (160) мм и размером отсчёта 0,1 или 0,05 мм (рис. 1, б) имеют также двусторонние губки, но нижние губки используются для наружных и внутренних измерений, а верхние для разметки или измерений наружных размеров внутри узких неглубоких проточек. Разметочными губками можно наносить параллельные линии, окружности и другие элементы контура изготавливаемых деталей (см. Разметочный инструмент). В этих штангенциркулях губки для измерения внутренних размеров имеют цилиндрические измерительные



поверхности. Размер этих губок в сведённом состоянии, равный обычно 10 мм, маркируется на нерабочей поверхности губок и при измерении внутренних размеров прибавляется к отсчёту. Штангенциркули с верхними пределами измерений от 400 до 2000 мм имеют односторонние губки, по конструкции аналогичные нижним губкам штангенциркуля, показанного на рис.1,б. Два последних вида штангенциркуля имеют т. н. микрометрическую подачу (используемую в основном при разметке) для более точной установки размера. Размер отсчёта у этих штангенциркулей - 0,1 мм.

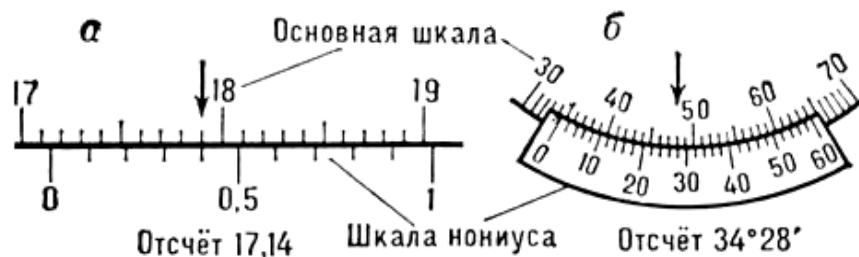


Рис. 2. Линейный (а) и угломерный (б) нониусы.

**Нониус, вспомогательная шкала, при помощи которой отсчитывают доли делений основной шкалы измерительного прибора. Различают линейный (рис. 1, а), угломерный (рис. 1, б) и др. виды нониусов.**

Применение линейного нониуса основано на разнице интервалов деления основной шкалы и нониуса. Длина нониуса (целое число его делений) точно укладывается в определённом целом числе делений основной шкалы. При совпадении нулевой отметки нониуса с какой-либо отметкой  $L$  основной шкалы результат измерения  $A$  соответствует величине, определяемой отметкой  $L$ ; при несовпадении нулевой отметки нониуса с  $L$  значение  $A = L + ki$ , где  $k$  - число делений нониуса от нулевого до совпадающего со штрихом основной шкалы;  $i$  - наименьшая доля деления основной шкалы, которую можно оценить нониусом (обычно  $i = 0,1; 0,05$  или  $0,02$  мм).

## 4. МИКРОМЕТР

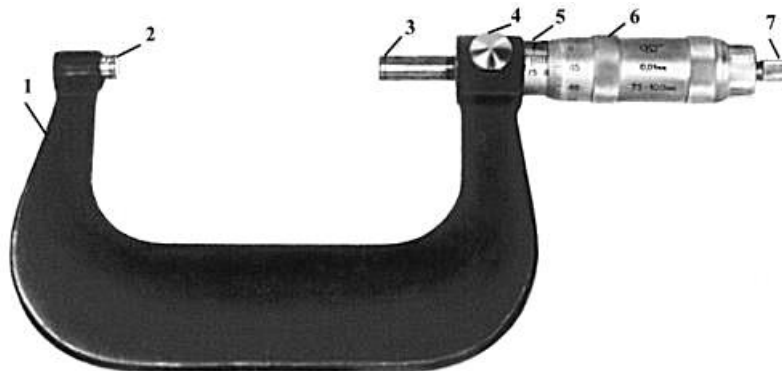


Рис. 3. Гладкий микрометр МГ с пределом измерения 75-100 мм;  
1 - скоба; 2 - пятка; 3 - микрометрический винт; 4 - стопор; 5 - стержень; 6 - барабан; 7 - трещотка.

Действие микрометра основано на перемещении винта вдоль оси при вращении его в неподвижной гайке. Перемещение пропорционально углу поворота винта вокруг оси (рис. 3). Полные обороты отсчитывают по шкале, нанесённой на стержне микрометра, а доли оборота - по круговой шкале, нанесённой на барабане.

Оптимальным является перемещение винта в гайке лишь на длину не более 25 мм из-за трудности изготовления винта с точным шагом на большей длине. Поэтому микрометры изготавливают несколько типоразмеров для измерения длин от 0 до 25 мм, от 25 до 50 мм и т.д. Для микрометра с пределами измерений от 0 до 25 мм при сомкнутых измерительных плоскостях пятки и микрометрического винта нулевой штрих шкалы барабана должен точно совпадать с продольным штрихом на стержне, а скошенный край барабана - с нулевым штрихом шкалы стержня.

Измеряемое изделие зажимают между измерительными плоскостями микрометра. Обычно шаг винта равен 0,5 или 1 мм и соответственно шкала на стержне имеет цену деления 0,5 или 1 мм, а на барабане наносится 50 или 100 деления для получения отсчёта 0,01 мм. Эта величина отсчёта является наиболее распространённой, но имеются микрометры с отсчётом 0,005, 0,002 и 0,001 мм. Постоянное осевое усилие при контакте винта с деталью обеспечивается фрикционным устройством - трещоткой.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 63

### Определение момента инерции маятника Обербека

#### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучить основные законы механики. Определить момент инерции твердого тела. Оценить погрешность измерений и вычислений.

#### ПРИБОРЫ И МАТЕРИАЛЫ

Лабораторная установка для определения момента инерции твердых тел, секундомер, штангенциркуль.

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Описание лабораторной установки.
2. Порядок выполнения работы.
3. Вывод расчетной формулы.
4. Как оцениваются погрешности измерений.
5. Определение основных понятий кинематики поступательного движения: путь, скорость, ускорение. Единицы их измерения.
6. Определение основных понятий кинематики вращательного движения: угол поворота в радианах, угловая скорость, угловое ускорение. Единицы их измерения.
7. Какова связь между линейными и угловыми кинематическими величинами при движении по окружности.
8. Как зависят от времени путь и скорость при равноускоренном движении.
9. Как зависят от времени угол поворота и угловая скорость при равноускоренном вращении.
10. Определение основных понятий динамики: масса, импульс, сила. Единицы их измерения.
11. Определение основных понятий динамики вращательного движения: момент инерции, момент импульса, момент силы. Единицы их измерения.
12. Формулировка 1, 2 и 3 законов Ньютона
13. Формулировка основного закона динамики вращательного движения.
14. Определения работы, кинетической и потенциальной энергий. Какова связь между ними.
15. Формулировка законов сохранения: импульса, механической энергии, момента импульса.
16. Границы применимости классической механики.

## ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

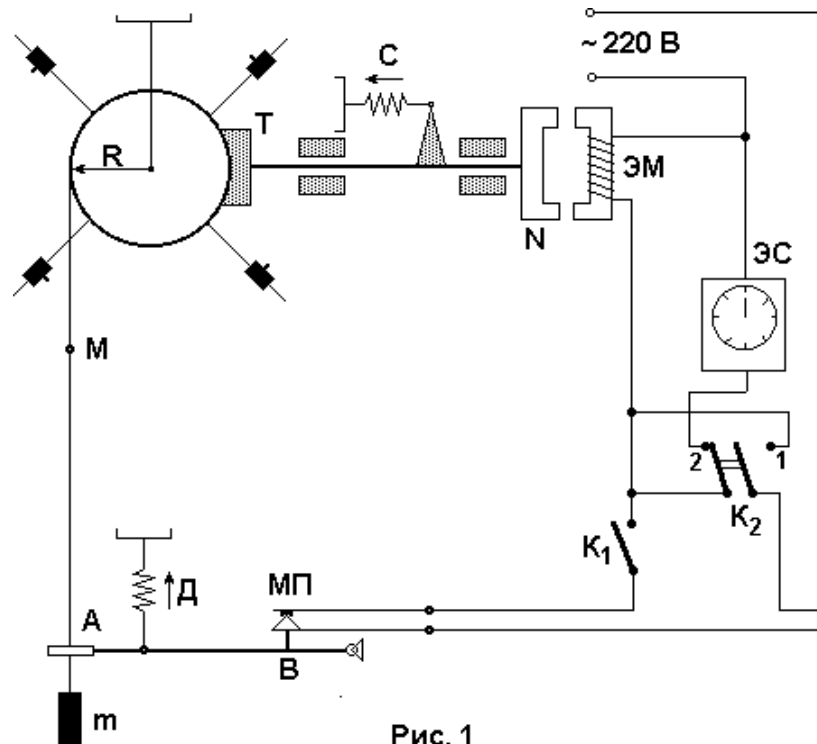


Рис. 1

Для выполнения лабораторной работы используется маятник Обербека (рис. 1).

В нерабочем состоянии ключи  $K_1$  и  $K_2$  выключены (ключ  $K_2$  находится в положении "2"). При этом цепь секундомера (ЭС) и цепь электромагнита (ЭМ) будут разомкнуты. Пружина  $C$  прижимает тормозную колодку  $T$  к шкиву маятника.

При пуске маятника включают ключ  $K_1$ , при этом замыкается цепь электромагнита. Сердечник  $N$  притягивается к электромагниту и освобождает шкив от тормозной колодки. Под действием груза  $m$  шкив начинает вращаться. Одновременно с электромагнитом включается секундомер, соединенный параллельно с электромагнитом. Секундомер показывает время движения груза.

Когда груз опускается на определенную высоту, фиксатор  $M$ , укрепленный на нити, нажимает на плечо  $A$ , в результате чего опускается плечо  $B$  и контакт микропереключателя (МП) размыкает цепи электромагнита и секундомера.

Чтобы поднять груз вверх, нужно выключить ключ  $K_1$  и включить ключ  $K_2$  (положение "1"). В этом случае включается только цепь электромагнита и тормозная колодка оттягивается пружиной  $C$ , освобождая шкив. Это дает возможность намотать нить снова на барабан и поднять груз.

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Изучить данную методическую разработку.
2. Сделать заготовку к лабораторной работе.
3. На черновике нарисовать таблицы № 1, 2, 3. Выписать расчетные формулы.
4. Выключить ключ **К<sub>1</sub>** и включить ключ **К<sub>2</sub>** (положение "1"), при этом секундомер не работает, а электромагнит оттягивает тормозную колодку и освобождает шкив. Дождаться когда нить полностью смотается со шкива и выключить ключ **К<sub>2</sub>** (положение "2").
5. Измерить штангенциркулем диаметр шкива 5 раз в разных местах. Результаты измерений записать в таблицу № 1.

**Таблица № 1**

<i>N<sub>о</sub></i>	<i>d<sub>i</sub></i> <i>мм</i>	<i>&lt;d&gt;</i> <i>мм</i>	<i>Δd<sub>i</sub></i> <i>10<sup>-2</sup></i> <i>мм</i>	<i>(Δd<sub>i</sub>)<sup>2</sup></i> <i>10<sup>-4</sup></i> <i>мм<sup>2</sup></i>	<i>S<sub>&lt;d&gt;</sub></i> <i>мм</i>	<i>t<sub>α,n</sub></i>	<i>Δd<sub>сл</sub></i> <i>мм</i>	<i>Δd<sub>np</sub></i> <i>мм</i>	<i>Δd</i> <i>мм</i>	<i>&lt;d&gt; ± Δd</i> <i>мм</i>	<i>ε<sub>d</sub></i> <i>%</i>

6. К свободному концу нити подвесить груз массой 200 – 400 г.
7. Включить ключ **К<sub>2</sub>** и намотать нить на шкив до положения, когда верх груза стоит против нуля вертикальной линейки, закрепленной на стене. Выключить ключ **К<sub>2</sub>**.
8. Дождаться когда груз успокоится и включить ключ **К<sub>1</sub>**. Груз начнет опускаться секундомер включится. Через некоторое время груз остановится, а секундомер выключится. Выключить ключ **К<sub>1</sub>**. По секундомеру определить время движения груза и записать его в таблицу № 2.

**Таблица № 2**

<i>N</i> <sub>2</sub>	$t_i$ с	$\langle t \rangle$ с	$\Delta t_i$ $10^{-2}$ с	$(\Delta t_i)^2$ $10^{-4}$ с <sup>2</sup>	$S_{\langle t \rangle}$ с	$t_{\alpha, n}$	$\Delta t_{сл}$	$\Delta t_{np}$	$\Delta t$	$\langle t \rangle \pm \Delta t$ с	$\varepsilon_t$ %

9. Измерение времени (пункты 7-8) повторить 5 раз.

10. Высоту падения груза определить по горизонтальной линейке, когда нить полностью размотана. Показание снять по верхнему уровню груза и записать его в таблицу № 3.

**Таблица № 3**

$g$ $м/с^2$	$m$ $10^{-3} \cdot кг$	$\langle d \rangle$ $10^{-3} \cdot м$	$\langle t \rangle$ с	$h$ м	$J$ $10^{-3} кг \cdot м^2$
9,81					
$\Delta g$ $м/с^2$	$\Delta m$ $10^{-3} \cdot кг$	$\Delta d$ $10^{-3} \cdot м$	$\Delta t$ с	$\Delta h$ м	$\Delta J$ $10^{-3} кг \cdot м^2$
0,01	0,1			0,01	
$\varepsilon_g$ %	$\varepsilon_m$ %	$\varepsilon_d$ %	$\varepsilon_t$ %	$\varepsilon_h$ %	$\varepsilon_J$ %
0,1					

10. Заполнить таблицу № 1 по следующим формулам при  $n = 5$ :  
Среднее арифметическое результатов измерений

$$\langle d \rangle = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5}{n}$$

Отклонение каждого измерения от среднего значения

$$\Delta d_i = d_i - \langle d \rangle, \text{ где } i = 1, 2, 3, 4, 5.$$

Среднеквадратичная погрешность

$$S_{\langle d \rangle} = \sqrt{\frac{(\Delta d_1)^2 + (\Delta d_2)^2 + (\Delta d_3)^2 + (\Delta d_4)^2 + (\Delta d_5)^2}{n(n-1)}}$$

Абсолютная случайная погрешность

$$\Delta d_{cl} = t_{\alpha, n} \cdot S_{\langle d \rangle}, \text{ где } t_{\alpha, n} = 2,13 \text{ коэффициент Стьюдента.}$$

Учет приборной погрешности ( $\Delta d_{np} = 0,05 \text{ мм}$ )

$$\Delta d = \sqrt{(\Delta d_{cl})^2 + (\Delta d_{np})^2}$$

Относительная погрешность

$$\varepsilon_d = \frac{\Delta d}{\langle d \rangle} \cdot 100\%$$

Записать конечный результат в форме  $\langle d \rangle \pm \Delta d$ , соблюдая следующие правила: погрешности  $\Delta d$  и  $\varepsilon_d$  округлить до одной значащей цифры в большую сторону; значение  $\langle d \rangle$  округлить до разряда абсолютной погрешности  $\Delta d$ .

11. Заполнить таблицу № 2 по следующим формулам при  $n = 5$ :

$$\langle t \rangle = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{n}$$

$$\Delta t_i = t_i - \langle t \rangle, \text{ где } i = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{(\Delta t_1)^2 + (\Delta t_2)^2 + (\Delta t_3)^2 + (\Delta t_4)^2 + (\Delta t_5)^2}{n(n-1)}}$$

$$\Delta t_{cn} = t_{\alpha,n} \cdot S_{\langle d \rangle}, \quad \text{где } t_{\alpha,n} = 2,13$$

$$\Delta t = \sqrt{(\Delta t_{cn})^2 + (\Delta t_{np})^2}, \quad \text{где } \Delta t_{np} = 0,01 \text{ с}$$

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\%$$

Записать конечный результат в форме  $\langle t \rangle \pm \Delta t$ .

12. Найти относительные погрешности  $\varepsilon_g$  и  $\varepsilon_m$  (взять при этом  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ , а погрешности  $\Delta g = 0,01 \text{ м/с}^2$  и  $\Delta m = 0,1 \text{ г}$ ):

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{\langle g \rangle} \cdot 100\%, \quad \varepsilon_m = \frac{\Delta m}{\langle m \rangle} \cdot 100\% .$$

13. Вычислить момент инерции (все величины перевести в СИ):

$$J = \frac{mg \langle d \rangle^2 \langle t \rangle^2}{8h} .$$

14. Вычислить относительную погрешность  $\varepsilon_J$  по формуле:

$$\varepsilon_J = \sqrt{\varepsilon_g^2 + \varepsilon_m^2 + 4\varepsilon_d^2 + 4\varepsilon_t^2 + \varepsilon_h^2} .$$

15. Вычислить абсолютную погрешность  $\Delta J$  по формуле:

$$\Delta J = \frac{J \varepsilon_J}{100} .$$

16. Заполнить таблицу № 3, написать вывод.

17. Оформить письменный отчет по лабораторной работе.

18. Выучить теорию по контрольным вопросам.

19. Отчитаться по лабораторной работе.



## ВЫВОД РАСЧЕТНОЙ ФОРМУЛЫ

Маятник Обербека представляет собой систему тел, состоящую из шкива **1** (см. рис.2), закрепленного на горизонтальной оси, и четырех стержней **2**, укрепленных в виде крестовины на шкиве. На стержнях имеются грузы **3** одинаковой массы, расположенные так, чтобы центр тяжести системы находился на оси вращения. На шкив наматывается нить, к свободному концу которой подвешивается груз  $m$ . Этот груз приводит систему в движение. Груз движется поступательно с постоянным ускорением  $\vec{a}$  под действием силы тяжести  $m\vec{g}$  и силы натяжения нити  $\vec{T}$ . Маятник вращается с постоянным угловым ускорением  $\vec{\varepsilon}$  под действием силы натяжения нити  $\vec{T}'$ , создающей вращающий момент:

$$M = RT. \quad (1)$$

Запишем уравнения движения маятника и груза, пренебрегая действием сил трения:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T},$$

$$J\vec{\varepsilon} = \vec{M}.$$

В проекции на ось  $y$  (см. рис.2):

$$ma = mg - T. \quad (2)$$

В проекции на ось  $z$  (см. рис.3):

$$J\varepsilon = M$$

или с учетом (1)

$$J\varepsilon = RT. \quad (3)$$

Если нить невесома и нерастяжима, то силы натяжения на ее концах равны и направлены противоположно:

$$\vec{T}' = -\vec{T}$$

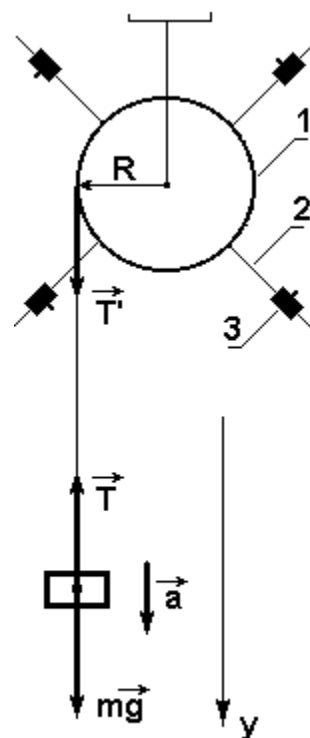


Рис.2

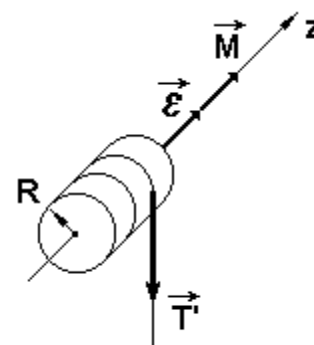


Рис.3

или по модулю

$$T' = T.$$

Из (2) выразим силу натяжения нити:

$$T = mg - ma$$

и подставим ее в (3):

$$J\varepsilon = (mg - ma)R. \quad (4)$$

Угловое ускорение маятника связано с ускорением груза:

$$\varepsilon = \frac{a}{R}. \quad (5)$$

Подставим (5) в (4) и выразим  $J$ :

$$J \frac{a}{R} = (mg - ma)R,$$
$$J = \frac{(mg - ma)R^2}{a} = \frac{mR^2(g - a)}{a} = mR^2 \left( \frac{g}{a} - 1 \right). \quad (6)$$

В нашем эксперименте ускорение груза много меньше ускорения свободного падения ( $a \ll g$ ). Это значит что  $\frac{g}{a} \gg 1$ . Поэтому формулу (6) можно упростить, т.е. пренебречь в скобках единицей:

$$J = mR^2 \left( \frac{g}{a} - 1 \right) \approx \frac{mgR^2}{a}. \quad (7)$$

Зная время движения груза и его высоту падения можно выразить ускорение:

$$h = \frac{at^2}{2},$$

$$a = \frac{2h}{t^2}. \quad (8)$$

Подставим (8) в (7):

$$J = \frac{mgR^2t^2}{2h}.$$

Выражая радиус через диаметр окончательно получим:

$$J = \frac{mgd^2t^2}{8h}.$$

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 79

## Определение момента инерции маховика

### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучить основные законы механики. Определить момент инерции твердого тела. Оценить погрешность измерений и вычислений.

### ПРИБОРЫ И МАТЕРИАЛЫ

Лабораторная установка для определения момента инерции твердых тел, секундомер, штангенциркуль.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Описание лабораторной установки.
2. Порядок выполнения работы.
3. Вывод расчетной формулы.
4. Как оцениваются погрешности измерений.
5. Определение основных понятий кинематики поступательного движения: путь, скорость, ускорение. Единицы их измерения.
6. Определение основных понятий кинематики вращательного движения: угол поворота в радианах, угловая скорость, угловое ускорение. Единицы их измерения.
7. Какова связь между линейными и угловыми кинематическими величинами при движении по окружности.
8. Как зависят от времени путь и скорость при равноускоренном движении.
9. Как зависят от времени угол поворота и угловая скорость при равноускоренном вращении.
10. Определение основных понятий динамики: масса, импульс, сила. Единицы их измерения.
11. Определение основных понятий динамики вращательного движения: момент инерции, момент импульса, момент силы. Единицы их измерения.
12. Формулировка 1, 2 и 3 законов Ньютона
13. Формулировка основного закона динамики вращательного движения.
14. Определения работы, кинетической и потенциальной энергий. Какова связь между ними.
15. Формулировка законов сохранения: импульса, механической энергии, момента импульса.
16. Границы применимости классической механики.

## ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Схема установки приведена на рис.4. Два маховика **М** соединены валом **В** и надеты на ось **ОО'**. На вал наматывается нить, к концу которой подвешен груз **Г**. На стене закреплена пластина **П** для размыкания цепи секундомера. Секундомер имеет две стрелки. Маленькая стрелка отсчитывает секунды, большая - сотые доли секунды. Кнопка **К** устанавливает секундомер на ноль. Тумблер **Т** включает и выключает секундомер.

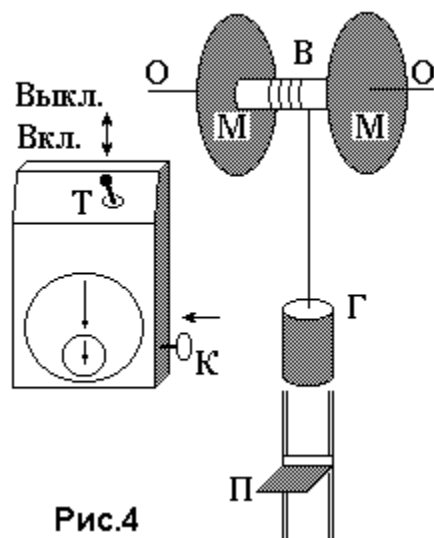


Рис.4

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Изучить данную методическую разработку.
2. Сделать заготовку к лабораторной работе.
3. На черновике нарисовать таблицы № 1, 2, 3. Выписать расчетные формулы.

### Измерение времени движения груза (п.п. 4-12)

4. Вращая маховик, поднять груз немного выше уровня пластины **П**. Нить наматывать равномерно.
5. Поднять пластину **П** в горизонтальное положение. Низ груза должен слегка касаться пластины.
6. Поднять груз, сделав маховиком десять оборотов, и удерживать его в этом положении.
7. Кнопкой **К** установить секундомер на ноль.

8. Одновременно включить секундомер тумблером **Т** и отпустить груз. Избегайте раскачивания груза. Это вносит дополнительную погрешность в измерение времени.
9. Двигаясь, груз опускает пластину **П** и останавливает секундомер.
10. Тумблер **Т** поставить в положение “**Выкл**”.
11. Записать показание секундомера в таблицу № 1.
12. Измерение времени (пункты 4-12) повторить 5 раз.

**Таблица № 1**

<i>№</i>	<i>t<sub>i</sub></i> <i>с</i>	<i>&lt;t&gt;</i> <i>с</i>	<i>Δt<sub>i</sub></i> <i>10<sup>-2</sup> с</i>	<i>S<sub>&lt;t&gt;</sub></i> <i>с</i>	<i>t<sub>α,n</sub></i>	<i>Δt<sub>сл</sub></i> <i>с</i>	<i>Δt<sub>np</sub></i> <i>с</i>	<i>Δt</i> <i>с</i>	<i>&lt;t&gt; ± Δt</i> <i>с</i>	<i>ε<sub>t</sub></i> <i>%</i>
					2,13					

**Измерение диаметра вала (п.п. 13-15)**

13. Полностью смотать нить с вала.
14. Штангенциркулем измерить диаметр вала 5 раз в разных местах.
15. Результаты измерений диаметра записать в таблицу № 2.

**Таблица № 2**

<i>№</i>	<i>d<sub>i</sub></i> <i>мм</i>	<i>&lt;d&gt;</i> <i>мм</i>	<i>Δd<sub>i</sub></i> <i>10<sup>-2</sup> мм</i> <i>мм</i>	<i>S<sub>&lt;d&gt;</sub></i> <i>мм</i>	<i>t<sub>α,n</sub></i>	<i>Δd<sub>сл</sub></i> <i>мм</i>	<i>Δd<sub>np</sub></i> <i>мм</i>	<i>Δd</i> <i>мм</i>	<i>&lt;d&gt; ± Δd</i> <i>мм</i>	<i>ε<sub>d</sub></i> <i>%</i>
					2,13			0		

## Вычисления (п.п. 16-30)

16. При вычислении промежуточных результатов сохранять на одну цифру больше, чем в исходных числах.

17. Постоянные величины даны в таблице № 3.

18. Заполнить таблицу № 1 по следующим формулам при  $n = 5$ :

19. Среднее арифметическое результатов измерений

$$\langle t \rangle = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{n}.$$

20. Отклонение каждого измерения от среднего значения

$$\Delta t_i = t_i - \langle t \rangle, \text{ где } i = 1, 2, 3, 4, 5.$$

21. Среднеквадратичная погрешность

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{(\Delta t_1)^2 + (\Delta t_2)^2 + (\Delta t_3)^2 + (\Delta t_4)^2 + (\Delta t_5)^2}{n(n-1)}}.$$

22. Абсолютная случайная погрешность

$$\Delta t_{ca} = t_{\alpha, n} \cdot S_{\langle t \rangle}, \text{ где } t_{\alpha, n} = 2,13 \text{ коэффициент Стьюдента.}$$

23. Учет приборной погрешности (для секундомера  $\Delta t_{np} = 0,01 \text{ с}$ )

$$\Delta t = \sqrt{(\Delta t_{ca})^2 + (\Delta t_{np})^2}.$$

24. Относительная погрешность

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\%.$$

Записать конечный результат в форме  $\langle t \rangle \pm \Delta t$ , соблюдая следующие правила: погрешности  $\Delta t$  и  $\varepsilon_t$  округлить до одной значащей цифры в большую сторону; значение  $\langle t \rangle$  округлить до разряда абсолютной погрешности  $\Delta t$ .

25. Заполнить таблицу № 2 по следующим формулам при  $n = 5$ :

$$\langle d \rangle = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5}{n}$$

$$\Delta d_i = d_i - \langle d \rangle, \text{ где } i = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$S_{\langle d \rangle} = \sqrt{\frac{(\Delta d_1)^2 + (\Delta d_2)^2 + (\Delta d_3)^2 + (\Delta d_4)^2 + (\Delta d_5)^2}{n(n-1)}}$$

$$\Delta d_{cl} = t_{\alpha, n} \cdot S_{\langle d \rangle}, \text{ где } t_{\alpha, n} = 2,13 \text{ коэффициент Стьюдента}$$

$$\Delta d = \sqrt{(\Delta d_{cl})^2 + (\Delta d_{np})^2}, \text{ где } \Delta d_{np} = 0,05 \text{ мм}$$

$$\varepsilon_d = \frac{\Delta d}{\langle d \rangle} \cdot 100\%$$

26. Записать конечный результат в форме  $\langle d \rangle \pm \Delta d$ .

27. Определить момент инерции маховика

$$J = \frac{mg \langle d \rangle \langle t \rangle^2}{8\pi N}$$

28. Определить относительную погрешность момента инерции

$$\varepsilon_J = \sqrt{\varepsilon_\pi^2 + \varepsilon_g^2 + \varepsilon_m^2 + \varepsilon_N^2 + \varepsilon_d^2 + 4\varepsilon_t^2}$$

29. Определить абсолютную погрешность момента инерции

$$\Delta J = \frac{J \varepsilon_J}{100}$$

30. Результаты занести в таблицу № 3. Сделать вывод.



**Таблица № 3**

$\pi$	$g$ м/с <sup>2</sup>	$m$ кг	$N$	$\langle d \rangle$ мм	$\langle t \rangle$ с	$J$ кг·м <sup>2</sup>
3,14	9.81	5,000	10,0			
$\Delta\pi$	$\Delta g$ м/с <sup>2</sup>	$\Delta m$ кг	$\Delta N$	$\Delta d$ мм	$\Delta t$ с	$\Delta J$ кг·м <sup>2</sup>
0,01	0,01	0,005	0,1			
$\varepsilon_\pi$ %	$\varepsilon_g$ %	$\varepsilon_m$ %	$\varepsilon_N$ %	$\varepsilon_d$ %	$\varepsilon_t$ %	$\varepsilon_J$ %
0,3	0,1	0,1	1			

31. Оформить письменный отчет по лабораторной работе.

32. Выучить теорию по контрольным вопросам.

33. Отчитаться по лабораторной работе.

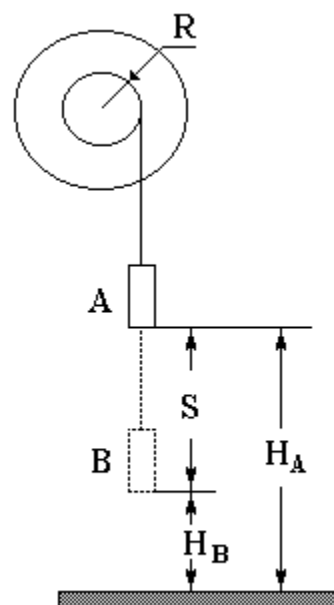
### ВЫВОД РАСЧЕТНОЙ ФОРМУЛЫ

На вал маховика намотана нить, к концу которой подвешен груз (рис. 5). Из состояния покоя, положение **A**, под действием силы тяжести груз перемещается в положение **B**. Потенциальная энергия груза переходит в кинетическую энергию системы. Изменение кинетической энергии  $\Delta E_k$  описывается уравнением (1).

$$\Delta E_k = -\Delta E_p + A_{тр}, \quad (1)$$

где:  $\Delta E_p$  – изменение потенциальной энергии;  
 $A_{тр}$  – работа сил трения, она уменьшает полную механическую энергию системы,  $A_{тр} < 0$ .

Для упрощения задачи силу трения на оси и сопротивление воздуха учитывать не будем. Это допустимо, если работа сил трения много меньше изменения потенциальной энергии  $A_{тр} \ll \Delta E_p$ . По-



**Рис.5**

ложив в уравнении (1)  $A_{\text{тр}} = 0$ , получим закон сохранения полной механической энергии:

$$\Delta E_k = -\Delta E_p \quad (2)$$

Пусть  $H_A$  и  $H_B$  начальная и конечная высота груза над полом. Обозначим путь, пройденный грузом, через  $h = H_A - H_B$ , тогда:

$$\Delta E_p = mgH_B - mgH_A = -mgh, \quad (3)$$

где:  $m$  - масса груза;  $g$  - ускорение свободного падения.

Кинетическая энергия системы

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$

складывается из энергии поступательного движения груза  $\frac{mv^2}{2}$  и энергии вращения маховика  $\frac{J\omega^2}{2}$ . В начальный момент времени груз и маховик покоились  $E_{k1} = 0$ , поэтому:

$$\Delta E_k = \Delta E_{k2} - \Delta E_{k1} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

где:  $J$  - момент инерции маховика;

$v$  - скорость груза в положении **B**;

$\omega$  - угловая скорость маховика, когда груз достигает положения **B**.

Если нить по валу не скользит, то  $\omega = \frac{v}{R}$  и:

$$\Delta E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{J}{2} \left( \frac{v}{R} \right)^2 = \frac{mv^2}{2} \left( 1 + \frac{J}{mR^2} \right). \quad (4)$$

Подставим (3) и (4) в (2):

$$\frac{mv^2}{2} \left( 1 + \frac{J}{mR^2} \right) = mgh$$

$$J = mR^2 \left( \frac{2gh}{v^2} - 1 \right) \quad (5)$$

Сила тяжести от времени не зависит, поэтому движение будет равноускоренным. Для равноускоренного движения скорость и путь определяются уравнениями:

$$v = v_0 + at$$

$$h = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Сила натяжения нити тормозит груз, поэтому  $a < g$ . При  $v_0 = 0$  выразим  $v$  через  $h$  и  $t$ .

$$h = \frac{at^2}{2} \text{ или } a = \frac{2h}{t^2}$$

$$v = at = \frac{2h}{t^2} t = \frac{2h}{t}$$

$$v^2 = \frac{4h^2}{t^2}$$

Подставим  $v^2$  в (5):

$$J = mR^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (6)$$

Оценим порядок первого слагаемого в скобках. Возьмем значения по порядку величины близкие к реальным:

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2, t \approx 5 \text{ с}, h \approx 1 \text{ м},$$

тогда

$$\frac{gt^2}{2h} \approx \frac{10 \cdot 25}{2 \cdot 1} = 125 \gg 1.$$

Очевидно пренебрегая единицей в (6) мы вносим погрешность менее 1%. Это вполне допустимо, т.к. точность измерений времени и пути составляют несколько процентов. Таким образом:

$$J = \frac{mgR^2t^2}{2h}.$$

Выразим  $h$  через радиус  $R$  и число оборотов  $N$  вала:

$$h = 2\pi RN,$$

тогда:

$$J = \frac{mgRt^2}{4\pi N}$$

или через  $d$  - диаметр вала

$$J = \frac{mgdt^2}{8\pi N} \tag{7}$$

# ПРИЛОЖЕНИЕ

## 1. КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

**Механическое движение** – это изменение положения тела в пространстве с течением времени.

**Материальная точка** – это тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

**Тело отсчета** – это тело, относительно которого определяется положение в пространстве других тел.

**Система отсчета** – это тело отсчета, жестко связанная с ним система координат и прибор для измерения времени (в системе СИ время измеряется в секундах).

**Траектория** – это линия, вдоль которой движется тело или материальная точка.

**Путь** – это длина траектории (в системе СИ путь измеряется в метрах).

**Перемещение** – это вектор, соединяющий начальное и конечное положение тела.

**Скорость** – это вектор, равный перемещению тела за единицу времени

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad [v] = \text{м/с}.$$

**Ускорение** – это вектор, равный изменению вектора скорости за единицу времени.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \quad [a] = \text{м/с}^2.$$

Скорость при равноускоренном движении ( $a = \text{const}$ ):

$$v = v_0 + at,$$

где  $v_0$  – начальная скорость.

Путь при равноускоренном движении:

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

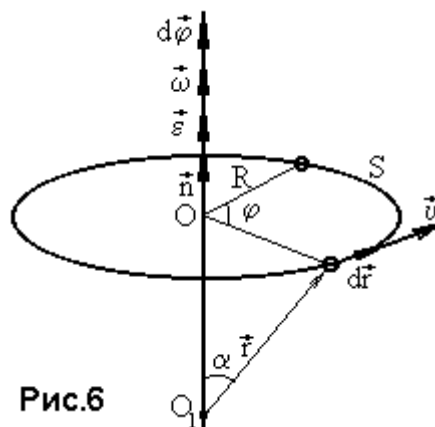
## 2. КИНЕМАТИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

**Угол поворота**, выраженный в радианах, определяется так:

$$\phi = \frac{s}{R},$$

где  $s$  длина дуги радиусом  $R$  см. рис.6.

**Угловая скорость** – это вектор, направленный вдоль оси вращения и равный по модулю углу поворота за единицу времени.



$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}, \quad [\omega] = \left[ \frac{\text{рад}}{c} \right].$$

**Угловое ускорение** – это вектор, направленный вдоль оси вращения и равный по модулю изменению угловой скорости за единицу времени.

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}, \quad [\varepsilon] = \left[ \frac{\text{рад}}{c^2} \right].$$

Связь между линейными и угловыми кинематическими величинами при движении по окружности:

$$v = \omega R, \quad a_{\tau} = \varepsilon R,$$

$$a_n = \omega v = \omega^2 R = \frac{v^2}{R},$$

$$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2},$$

где:  $a_{\tau}$  - тангенциальное ускорение,  $a_n$  - нормальное ускорение,  $a$  - полное ускорение.

Угловая скорость при равноускоренном вращении:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t.$$

Угол поворота при равноускоренном вращении:

$$\phi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

где  $\omega_0$  – начальная угловая скорость.

### 3. ДИНАМИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

**Первый закон Ньютона (закон инерции).** Существуют такие системы отсчета (инерциальные системы отсчета), относительно которых тело сохраняет состояние покоя или равномерно прямолинейно движется, если на него не действуют другие тела или их действие взаимно скомпенсировано.

**Инерциальные системы отсчета (ИСО)** – это такие системы отсчета, в которых выполняется первый закон Ньютона.

В рамках достигнутой к настоящему времени точности измерений, система отсчета, связанная с Солнцем и неподвижными относительно Солнца звездами, является ИСО.

Любая система отсчета, которая движется равномерно и прямолинейно относительно ИСО, также является ИСО.

**Принцип относительности Галилея.** Никакими механическими опытами нельзя определить движется ИСО или покоится. Все ИСО равноправны.

**Масса** – это количественная мера инертности тела. Чем больше масса, тем медленнее тело изменяет свою скорость при взаимодействии.

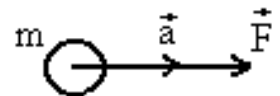
В системе СИ:

$$[m] = [\text{кг}].$$

**Сила** – это векторная величина, которая является мерой взаимодействия тел.

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

В системе СИ:



$$[F] = [H] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \right].$$

**Равнодействующая сила** – это вектор, равный векторной сумме сил, приложенных к телу:

$$\vec{F}_{\text{равн}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots$$

**Второй закон Ньютона** (три формулировки).

1. Произведение массы тела на вектор его ускорения равно векторной сумме сил, приложенных к телу (равнодействующей силе).



$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{F}_{равн}.$$

2. Вектор ускорения тела прямо пропорционален вектору равнодействующей силы и обратно пропорционален массе тела.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{равн}}{m}.$$

3. Скорость изменения импульса тела равна равнодействующей силе.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{равн}.$$

**Импульс тела** – это вектор, равный произведению массы тела на вектор его скорости:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

В системе СИ:

$$[p] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \right].$$

**Третий закон Ньютона.** Силы, с которыми взаимодействуют два тела, равны по модулю и противоположны по направлению.

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

**Границы применимости законов Ньютона** (классической механики).

Законы Ньютона не справедливы если:

1. Скорость тела сравнима со скоростью света (в этом случае справедлива специальная теория относительности СТО).

2. Размеры тела малы и сравнимы с атомными размерами порядка  $10^{-10}$  м (в этом случае справедлива квантовая механика).

3. Массы тел сравнимы со звездными массами (в этом случае справедлива общая теория относительности ОТО).

**Замкнутая система** – это система тел, взаимодействующих только между собой и не взаимодействующих с внешними телами, не входящими в систему.

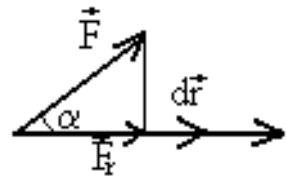
**Закон сохранения импульса.** В замкнутой системе векторная сумма импульсов всех тел остается постоянной при любых движениях и взаимодействиях.

$$\frac{d}{dt} \left( \sum_{i=1}^N \vec{p}_i \right) = 0,$$

или другая форма записи:

$$\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \text{const}.$$

**Механическая работа** силы за бесконечно малый промежуток времени равна скалярному произведению вектора силы на вектор бесконечно малого перемещения:



$$dA = (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = F \cdot dr \cdot \cos \alpha.$$

**Механическая работа** за конечный промежуток времени:

$$A = \int_0^t dA = \int_0^t \vec{F} d\vec{r} = \int_0^t F dr \cos \alpha = \int_0^t F_x dr.$$

В системе СИ:

$$[A] = [\text{Дж}] = [H \cdot m] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2} \right].$$

**Кинетическая энергия** – это половина произведения массы тела на квадрат его скорости. Кинетическая энергия равна работе, которую может совершить тело при торможении.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

**Связь между кинетической энергией и работой.** Изменение кинетической энергии равно работе всех сил, приложенных к телу:

$$\Delta E_k = A_1 + \dots + A_N.$$

**Потенциальные или консервативные силы** – это силы, работа которых не зависит от траектории движения тела и определяется только его начальным и конечным положениями (сила тяготения, сила упругости, сила Кулона).

**Потенциальная энергия** тела в поле потенциальных сил равна работе, которую могут совершить потенциальные силы при перемещении тела из данной точки пространства в точку пространства, выбранную за начало отсчета потенциальной энергии.

Точка начала отсчета потенциальной энергии выбирается произвольно, т.к. физический смысл имеет не абсолютное значение потенциальной энергии, а только ее изменение.

**Работа потенциальной силы** равна изменению потенциальной энергии со знаком «минус»:

$$dA = -dE_p,$$

$$A = -\Delta E_p = -(E_{p2} - E_{p1}) = E_{p1} - E_{p2}.$$

В системе СИ:  $[E_k] = [E_p] = [Дж] = \frac{кг \cdot м^2}{с^2}.$

**Закон сохранения механической энергии.** Если в замкнутой системе взаимодействие между телами осуществляется только потенциальными силами и нет сил трения, то полная механическая энергия системы остается постоянной

$$\sum_{i=1}^N (E_{k,i} + E_{p,i}) = const.$$

Если в замкнутой системе действуют силы трения, то механическая энергия не сохраняется, а переходит во внутреннюю энергию (тепло)

$$Q = E_1 - E_2 = -A_{mp}.$$

#### 4. ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

**Момент инерции тела** – это мера инертности тела при вращательном движении.

Момент инерции материальной точки относительно оси вращения ( $R$  – радиус окружности):

$$J = mR^2.$$

Момент импульса материальной точки:

$$\vec{L} = J\vec{\omega}.$$

Ось вращения должна быть неподвижной.

Для системы материальных точек ( $r_i$  – радиус окружности  $i$  - точки):

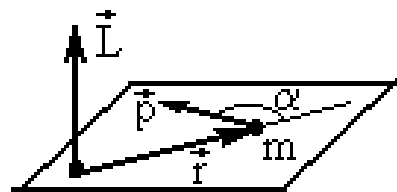
$$J = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2.$$

**Момент импульса материальной точки** – это вектор, равный векторному произведению радиус-вектора на вектор импульса.

$$\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}]$$

$$L = r \cdot p \cdot \sin \alpha$$

$$\vec{L} \perp \vec{r} \quad \vec{L} \perp \vec{p}$$



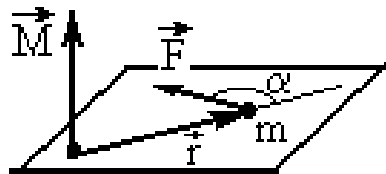
Если материальная точка движется в плоскости, то  $\vec{L}$  перпендикулярен этой плоскости и задает ось вращения.

**Момент силы** – это вектор, равный векторному произведению радиус-вектора на вектор силы.

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]$$

$$M = r \cdot F \cdot \sin \alpha$$

$$\vec{M} \perp \vec{r} \quad \vec{M} \perp \vec{F}$$



**Закон сохранения момента импульса.** В замкнутой системе суммарный момент импульса остается постоянным при любых движениях и взаимодействиях.

$$\sum_{i=1}^N \vec{L}_i = const .$$

**Основной закон динамики вращательного движения:** Произведение момента инерции тела, относительно неподвижной оси, на его угловое ускорение равно векторной сумме моментов внешних сил, относительно этой оси

$$J \vec{\varepsilon} = \sum_{i=1}^N \vec{M}_{i(\text{вн})} .$$

**Моменты инерции некоторых тел относительно оси, проходящей через центр масс:**

1. однородный обруч:

$$J = mR^2 ,$$

2. однородный цилиндр:

$$J = \frac{1}{2} mR^2 ,$$

3. однородный шар:

$$J = \frac{2}{5} mR^2 .$$

Где  $R$  – радиус обруча, цилиндра, шара.

4. Однородный стержень относительно оси, проходящей перпендикулярно стержню ( $l$  – длина стержня):

а) через его середину

$$J = \frac{1}{12} ml^2 ,$$

б) через его конец

$$J = \frac{1}{3}ml^2.$$

## Предметный указатель

Абсолютная погрешность .....	5	Основной закон динамики	
абсолютная погрешность каждого		вращательного движения .....	38
измерения .....	6	Первый закон Ньютона .....	34
Абсолютная погрешность		Перемещение .....	32
результата серии измерений ....	6	Потенциальная энергия .....	36
Второй закон Ньютона .....	34	Потенциальные или	
Границы применимости законов		консервативные силы .....	36
Ньютона.....	35	приборная погрешность .....	5
Грубые ошибки или промахи.....	6	Принцип относительности	
Доверительный интервал.....	6	Галилея.....	34
Закон сохранения импульса .....	35	Прямое измерение.....	5
Закон сохранения механической		Путь .....	32
энергии .....	36	Работа потенциальной силы .....	36
Закон сохранения момента		Равнодействующая сила.....	34
импульса.....	38	Связь между кинетической	
Замкнутая система.....	35	энергией и работой .....	36
Измерение .....	5	Сила .....	34
Импульс тела .....	35	Система отсчета .....	32
Инерциальные системы отсчета	34	Систематические погрешности ...	5
Кинетическая энергия .....	36	Скорость.....	32
Косвенное измерение .....	5	Случайные погрешности.....	5
Масса .....	34	среднеарифметическое	
Материальная точка .....	32	результатов измерений.....	6
Механическая работа .....	36	Среднеквадратичная или	
Механическое движение.....	32	стандартная погрешность.....	6
Момент импульса материальной		Тело отсчета.....	32
точки .....	37	Траектория .....	32
Момент инерции тела .....	37	Третий закон Ньютона .....	35
Момент силы.....	37	Угловая скорость.....	33
Моменты инерции некоторых тел		Угловое ускорение .....	33
относительно оси, проходящей		Угол поворота.....	33
через центр масс .....	38	Ускорение .....	32
Надежность или доверительная			
вероятность .....	6		

## Список литературы

### Основная литература

1. *Арсеньев А.Н., Топоркова Л.В.* Физика. Часть 1: учебное пособие / А.Н. Арсеньев – Самара: ПГУТИ, 2017. – 90 с.
2. *Арсеньев А.Н., Топоркова Л.В.А.* Физика. Практика. Часть 1: учебное пособие / А.Н. Арсеньев – Самара: ПГУТИ, 2017. – 131 с.
3. *Детлаф А.А., Яворский Б.М.* Курс физики. — М.: Академия, 2014.
4. *Трофимова Т.И.* Курс физики — М.: Академия, 2014.
5. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Том 1. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. — М.: КноРус, 2012.
6. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Том 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика.— М.: КноРус, 2012
7. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Том 3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. М.: КноРус, 2012.
8. *Волькенштейн В.С.* Сборник задач по общему курсу физики. — М.: Абрис, 2013.

### Дополнительная литература

1. *Калашиников С.Г.* Электричество. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
2. *Трофимова Т.И.* Сборник задач по курсу физики. — М.: Высшая школа, 2004.