

Федеральное агентство связи
Федеральное государственное образовательное
бюджетное учреждение высшего профессионального
образования
«Поволжский государственный университет
телекоммуникаций и информатики»

**Методическая разработка
к выполнению лабораторных работ**

по учебной дисциплине

**ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НАНОТЕХНОЛОГИЙ,
ФОТОНИКИ И ОПТОИНФОРМАТИКИ**

для магистрантов 1 года обучения
по направлению подготовки 200700

Составитель: к.ф.-м.н., доц. Головкина М.В.
Редактор: ст. преп. Ефимова А.А.
Рецензент: д.ф.-м.н., проф. Арэфьев А.С.

Самара - 2014

Лабораторная работа 501

"Исследование туннельного тока в двухбарьерном резонансно-туннельном диоде"

Цель работы: Рассчитать распределение волновых функций электронов в арсенид галлиевой квантовой проволоке и оценить вероятность обнаружения электрона в той или иной части поперечного сечения проволоки.

1. Теоретическая часть:

1.1. Квантовомеханические эффекты в туннельном диоде

Обычные диоды при увеличении прямого напряжения монотонно увеличивают пропускаемый ток. В туннельном диоде квантово-механическое туннелирование электронов добавляет горб в вольт-амперную характеристику, при этом, из-за высокой степени легирования р и n областей, напряжение пробоя уменьшается практически до нуля. Туннельный эффект позволяет электронам преодолеть энергетический барьер в зоне перехода с шириной $50..150 \text{ \AA}$ при таких напряжениях, когда зона проводимости в n-области имеет равные энергетические уровни с валентной зоной p-области.

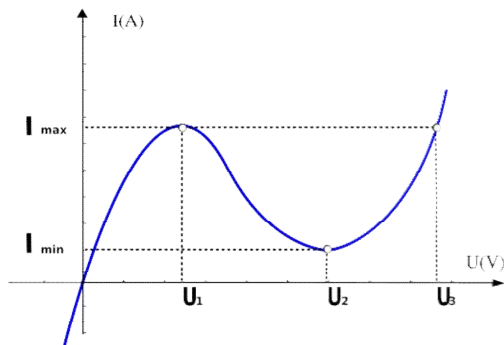


Рис.1. Вольт-амперная характеристика туннельного диода

При дальнейшем увеличении прямого напряжения уровень Ферми *n*-области поднимается относительно *p*-области, попадая на запрещённую зону *p*-области, а поскольку туннелирование не может изменить полную энергию электрона, вероятность перехода электрона из *n*-области в *p*-область резко падает. Это создаёт на прямом участке вольт-амперной характеристики участок, где увеличение прямого напряжения сопровождается уменьшением силы тока. Данная область отрицательного дифференциального сопротивления и используется для усиления слабых сверхвысокочастотных сигналов.

На рисунке 2 ниже схематически представлена энергетическая схема двухбарьерного резонансно-туннельного диода и показано протекание туннельного тока. Данный диод создается на основе арсенида галлия. При этом обычно области эмиттера состоит из *p*-GaAs, а коллектора — *n*-GaAs. При подаче на диод напряжения электроны начинают активно туннелировать через два потенциальных барьера и формировать электрический ток.

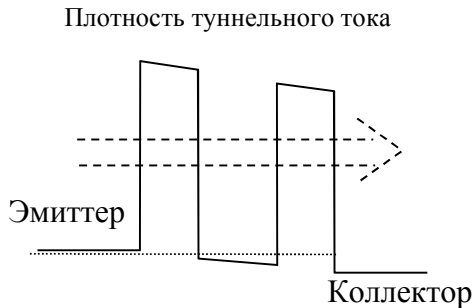


Рис.2. Двухбарьерный резонансно-туннельный диод

Туннельный ток составляют электроны с разной энергией. Электроны с конкретной энергией E создают туннельный ток величиной

$$I_E = e \sqrt{\frac{E}{8m}} \frac{f_e(1-f_c)}{\pi^3 \hbar^3} D_E,$$

где $m = 0.067 m_0$,

$$f_e = \frac{1}{1 + \frac{n_i}{p} \exp\left(\frac{E}{k_B T}\right)},$$

$$f_c = \frac{1}{1 + \frac{p}{n_i} \exp\left(\frac{E + eU}{k_B T}\right)},$$

$n_i = 2 \cdot 10^{12} \text{ м}^{-3}$ – собственная концентрация в арсениде галлия, k_B – постоянная Больцмана, T – температура, а D_E есть коэффициент прозрачности двухбарьерной структуры для электронов с энергией E . Значение этого коэффициента можно рассчитать согласно формуле

$$D = \frac{4k_1^4 k_2^4}{4k_1^4 k_2^4 + (k_1^2 + k_2^2)^2 \text{sh}^2(k_2 L) \cdot A},$$

$$A = 2k_1 k_2 \text{ch}(k_2 L) \cos(k_1 W) - (k_1^2 + k_2^2) \text{sh}(k_2 L) \sin(k_1 W),$$

где $k_1 = \frac{\sqrt{2mE_1}}{\hbar}$, $k_2 = \frac{\sqrt{2m(U_2 - E_1)}}{\hbar}$,

L – ширина барьеров, W – расстояние между ними.

2. Практическая часть

1. В соответствии со своим вариантом выбрать исходные данные

	Вар 1	Вар 2	Вар 3	Вар 4	Вар 5	Вар 6	Вар 7
$\rho, \text{м}^{-3}$	2	3	4	5	10	4	5
$E, \text{эВ}$	0.5	1	1	1	2	1	1
$U, \text{В}$	1	1	1	1	2	2	2
$U_2, \text{эВ}$	2	3	4	5	10	4	5
$L, \text{нм}$	4	3	2	1	1	2	3
$W, \text{нм}$	2	2	2	2	3	3	3

2. Построить график зависимости коэффициента прохождения через двухбарьерную структуру от энергии налетающего электрона.
3. Рассчитать значение туннельного тока
4. Результаты занести в отчет.

Пример

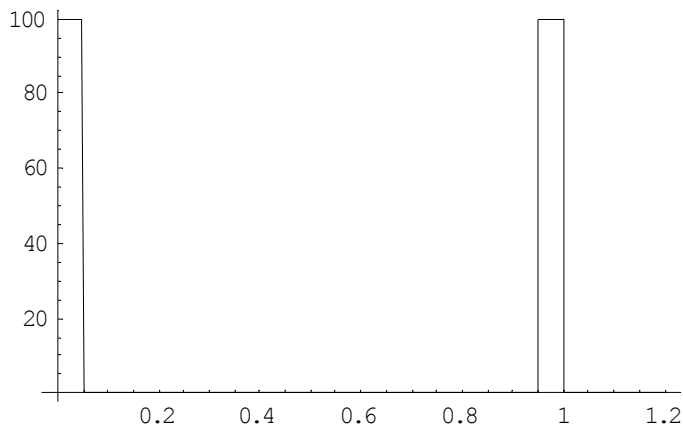


Рис. 3. Вид потенциальных барьеров в двухбарьерной наноструктуре.

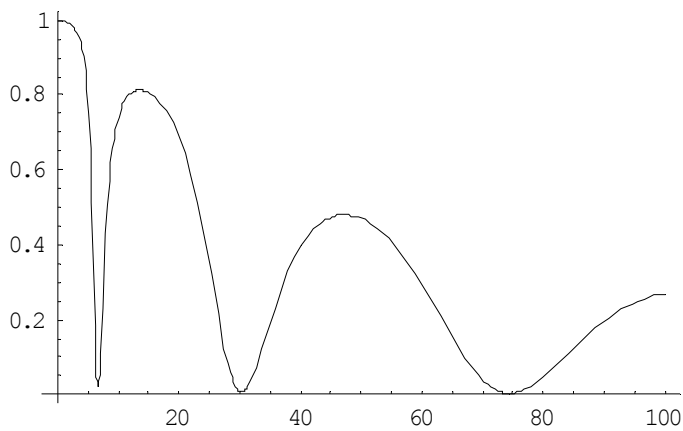


Рис.4. Зависимость коэффициента прохождения от энергии.

Контрольные вопросы:

1. Уравнение Шредингера для стационарных состояний.
2. Физический смысл волновой функции Ψ .
3. Что такое квантовая яма?
4. Расчет туннельного тока в классическом и квантовом приближении.
5. Отражение частицы от потенциального барьера
6. Материалы для изготовления туннельных диодов для оптоэлектроники .
7. Принцип работы туннельного микроскопа. Работа сканирующего туннельного микроскопа «Умка-02-U».
<http://www.nanotech.ru/pages/about/umka.htm>

Лабораторная работа 502

Исследование процесса туннелирования электронов через систему барьеров в структурах нанoeлектроники

Цель работы: Рассчитать значения двух нижних уровней размерного квантования в прямоугольной яме, имеющей в своем центре прямоугольный провал.

1. Теоретическая часть:

На рисунке представлена энергетическая схема исследуемой системы барьеров. Энергия электрона меньше высоты первого барьера, но выше высоты второго.

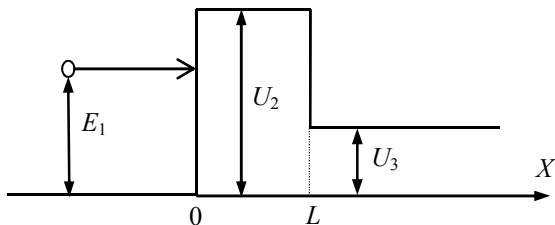


Рис.1. Прямоугольный барьер с низкой ступенькой
 $U_3 < E_1 < U_2$

Коэффициенты прохождения и отражения электрона от данной системы барьеров можно найти с помощью следующих соотношений

$$D = \frac{4k_1 k_2^2 k_3}{(k_1^2 + k_2^2)(k_3^2 + k_2^2) \operatorname{sh}^2(k_2 L) + (k_1 + k_3)^2 k_2^2}$$

$$R = \frac{(k_1^2 + k_2^2)(k_3^2 + k_2^2) \operatorname{sh}^2(k_2 L) + (k_1 - k_3)^2 k_2^2}{(k_1^2 + k_2^2)(k_3^2 + k_2^2) \operatorname{sh}^2(k_2 L) + (k_1 + k_3)^2 k_2^2},$$

$$\text{где } k_1 = \frac{\sqrt{2 m E_1}}{\hbar},$$

$$k_2 = \frac{\sqrt{2 m (U_2 - E_1)}}{\hbar},$$

$$k_3 = \frac{\sqrt{2 m (E_1 - U_3)}}{\hbar}.$$

2. Практическая часть:

1. Выберите данные о структуре исследуемых барьеров в соответствии со своим вариантом

	Вар1	Вар 2	Вар 3	Вар 4	Вар 5	Вар 6	Вар 7
U_2 , эВ	2	3	4	5	10	4	5
U_3 , эВ	0.5	1	1	1	2	1	1
L , нм	4	3	2	1	1	2	3

2. Рассчитайте значения D и R для пяти значений энергии в соответствии с нижеприведенной таблицей

	$E = 0.1(U_2 - U_3)$	$E = 0.3(U_2 - U_3)$	$E = 0.5(U_2 - U_3)$	$E = 0.7(U_2 - U_3)$	$E = 0.9(U_2 - U_3)$
D					
R					

3. Постройте зависимости $D(E)$ и $R(E)$ и проанализируйте их

4. Запишите результаты в отчет.

Контрольные вопросы:

1. Уравнение Шредингера для стационарных состояний.
2. Физический смысл волновой функции Ψ .
3. Расчет коэффициентов отражения и прохождения для потенциального барьера.
4. Что такое квантовая яма? Квантовая проволока?
5. Расчет собственных значений энергии для бесконечно глубокой квантовой ямы.
6. Туннелирование электронов через структуру с двумя барьерами

Лабораторная работа 503

"Компьютерное моделирование физических процессов в квантоворазмерных структурах. Прямоугольная квантовая яма с бесконечно высокими стенками"

1. Теоретическая часть

1.1. Уравнение Шредингера

Задачи физики наночастиц решаются методами квантовой теории, которая принципиально отличается от классической механики. В основе расчётов лежит уравнение Шредингера. Решив его, мы находим набор энергетических уровней, который реализуется в заданном потенциале, а также получаем информацию статистического характера о возможном положении частицы.

Состоянию частицы в момент времени t_0 в квантовой механике ставят в соответствие волновую функцию $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$ – функцию координат, вообще говоря, комплексную. Соответственно, эволюцию состояния описывает функция координат и времени $\Psi(\mathbf{r}, t)$. Волновую функцию $\Psi(\mathbf{r}, t)$ можно найти, решая уравнение Шредингера

$$\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U \Psi = i \hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (1)$$

где i – мнимая единица, m – масса частицы, ∇^2 – оператор Лапласа, U – функция координат и времени, которая определяет силу, действующую на частицу.

Если силовое поле, в котором движется частица, стационарно, то есть функция U не зависит явно от времени. Тогда U имеет смысл потенциальной энергии частицы. В этом случае волновая функция $\Psi(\mathbf{r}, t)$ имеет вид

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}. \quad (2)$$

При этом функция $\psi(\mathbf{r})$ находится из решения уравнения, которое называется стационарным уравнением Шредингера:

$$\nabla^2 \psi(x, y, z) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi(x, y, z) = 0 \quad (3)$$

Здесь E имеет смысл полной энергии частицы.

В случае одномерной области движения, ее стационарное (амплитудное) уравнение Шредингера имеет вид

$$\frac{d^2 \Psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U(x)) \Psi(x) = 0, \quad (4)$$

где $\psi(x)$ – волновая функция в точке x ;

E – полная энергия микрочастицы,

а $U(x)$ – потенциальное энергетическое поле, в котором движется микрочастица.

1.2. Моделирование энергетического спектра электрона в одномерной квантовой яме

Рассмотрим частицу в одномерной потенциальной яме шириной l с бесконечно высокими стенками (рис.1).

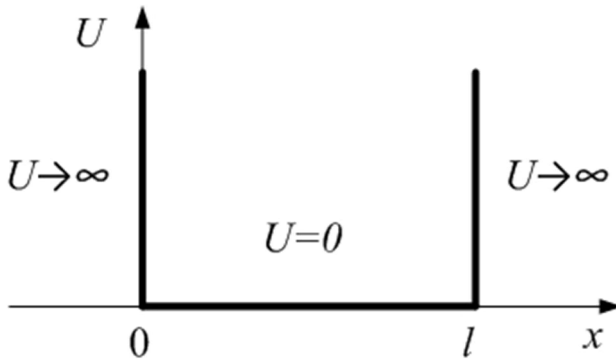


Рис. 1.

Уравнение Шредингера на интервале $0 \leq x \leq l$, где $U=0$ имеет вид. :

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \cdot \psi = 0.$$

Энергетические уровни частицы в бесконечной одномерной потенциальной яме

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m \cdot l^2} n^2.$$

Решение уравнения Шредингера (волновая функция):

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{l} \cdot x\right)$$

Графики огибающих волновых функций электронов в квантовой яме шириной 20 атомных монослоев (11,3 нм) для первых четырех разрешенных уровней энергии представлены на рис. 2, а энергетический спектр электрона в такой яме - на рис. 3. Материал ямы GaAs.

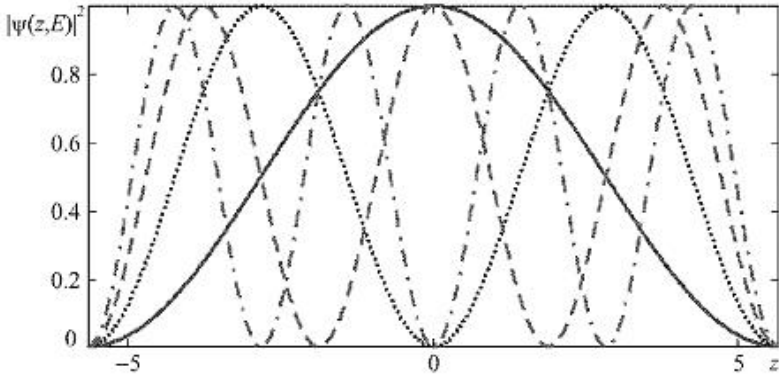


Рис. 2. Огибающие волновых функций электрона в прямоугольной квантовой яме.

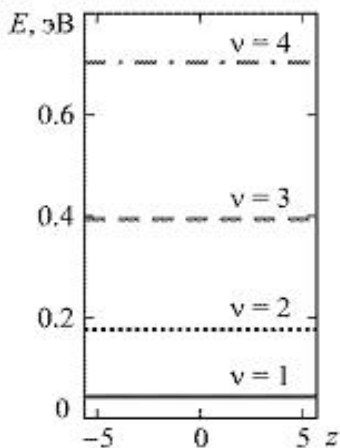


Рис.3. Квантование уровней энергии электрона в прямоугольной квантовой яме.

2. Практическая часть

Построить огибающие волновых функций и квантовые уровни энергии электрона в прямоугольной квантовой яме с бесконечно высокими стенками для GaAs. Расчет провести для двух случаев:

- а) ширина ямы 20 атомных слоев,
- б) ширина ямы 10 атомных слоев.

Сравнить результаты. Сделать выводы.

Провести расчет для $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ при $x=0,15$ и $x=0,35$.

Сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Каков физический смысл волновой функции? Почему при физической интерпретации волновой функции говорят не о самой волновой функции Ψ , а о квадрате ее модуля $|\Psi|^2$?
2. Почему в уравнении Шредингера указывается разность $(E - U)$, а не кинетическая энергия частицы?
3. Чем обусловлено требование конечности волновой функции?
4. Расчет собственных значений энергии для бесконечно глубокой квантовой ямы.
5. Докажите, что если волновая функция Ψ циклически зависит от времени, т.е.

$$\Psi(x, t) = \psi(x) \exp\left(-i \frac{E}{\hbar} t\right),$$

то плотность вероятности есть функция только координаты.

Лабораторная работа 504

"Компьютерное моделирование физических процессов в квантовой яме со стенками конечной высоты"

1. Теоретическая часть

Потенциальная яма с бесконечно глубокими стенками исследовалась в лабораторной работе № 503. В реальном случае стенки потенциальной ямы имеют конечную ширину, и для симметричной ямы потенциал U из уравнения Шредингера (4) (см. работу 503) имеет вид:

$$U(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } |x| < \frac{a}{2}, \\ U_0, & \text{если } |x| > \frac{a}{2}. \end{cases} \quad (1)$$

Решения уравнения Шредингера (4) (см. работу 503) записываются отдельно в каждой из трех областей, где потенциал постоянен, в виде

$$\begin{aligned} \psi_1(x) &= A_1 e^{\beta x}, \\ \psi_2(x) &= A_2 e^{i\beta x} + B_2 e^{-i\beta x}, \\ \psi_3(x) &= B_3 e^{-\beta x}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь

$$\beta = \sqrt{\frac{2m_A(U_0 - E)}{\hbar^2}}, \gamma = \sqrt{\frac{2m_B E}{\hbar^2}},$$

m_A и m_B - эффективные массы электронов в материале А, образующем яму, и в материале В, образующем барьеры, соответственно. Решения ψ_1 и ψ_2 записаны с учетом того, что они должны равняться нулю на бесконечности. Значения констант A_1, A_2, B_2, B_3 находятся из граничных условий (непрерывность волновой функции и ее

производных), которые после подстановки туда решений (2) имеют вид:

$$\begin{cases} A_1 e^{-\frac{a}{2}\beta} = A_2 e^{-j\gamma\frac{a}{2}} + B_2 e^{j\gamma\frac{a}{2}}, \\ A_1 \frac{\beta}{m_B} e^{-\frac{a}{2}\beta} = A_2 \frac{j\gamma}{m_A} e^{-j\gamma\frac{a}{2}} - B_2 \frac{j\gamma}{m_A} e^{j\gamma\frac{a}{2}}, \\ A_2 e^{j\gamma\frac{a}{2}} + B_2 e^{-j\gamma\frac{a}{2}} = B_3 e^{-\frac{a}{2}\beta}, \\ A_2 \frac{j\gamma}{m_A} e^{j\gamma\frac{a}{2}} - B_2 \frac{j\gamma}{m_A} e^{-j\gamma\frac{a}{2}} = -B_3 \frac{\beta}{m_B} e^{-\frac{a}{2}\beta}. \end{cases} \quad (3)$$

Система алгебраических уравнений (3) имеет решение тогда и только тогда, когда ее определитель равен нулю.

$$\text{Det} \begin{pmatrix} e^{-\frac{a}{2}\beta} & -e^{-j\gamma\frac{a}{2}} & -e^{j\gamma\frac{a}{2}} & 0 \\ \frac{\beta}{m_B} e^{-\frac{a}{2}\beta} & -\frac{j\gamma}{m_A} e^{-j\gamma\frac{a}{2}} & \frac{j\gamma}{m_A} e^{j\gamma\frac{a}{2}} & 0 \\ 0 & e^{j\gamma\frac{a}{2}} & e^{-j\gamma\frac{a}{2}} & -e^{-\frac{a}{2}\beta} \\ 0 & \frac{j\gamma}{m_A} e^{j\gamma\frac{a}{2}} & -\frac{j\gamma}{m_A} e^{-j\gamma\frac{a}{2}} & \frac{\beta}{m_B} e^{-\frac{a}{2}\beta} \end{pmatrix} = 0. \quad (4)$$

Раскрывая определитель и упрощая полученное выражение, приходим к уравнению:

$$\begin{aligned} \beta^2 m_A^2 \sinh(j\gamma a) + 2j\gamma\beta m_A m_B \cosh(j\gamma a) - \\ - \gamma^2 m_B^2 \sinh(j\gamma a) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

определяющему разрешенные значения энергии электрона в квантовой яме. Уравнение (5) является трансцендентным и требует численного решения.

Способ численного решения следующий. Построить график зависимости Det из формулы (2.22) от энергии электрона E . По графику определить нули построенной функции. Это и будут разрешенные уровни энергии.

Система уравнений (2.21) имеет бесконечное множество решений, отличающихся друг от друга произвольным множителем. Выражая из этой системы константы A_2, B_2, B_3 через A_1 , получаем частное решение в виде:

$$\begin{aligned}
 A_2 &= A_1 \cdot \frac{1}{2} \left(1 - j \frac{\beta m_A}{\gamma m_B} \right) e^{(j\gamma - \beta) \frac{a}{2}}, \\
 B_2 &= A_1 \cdot \frac{1}{2} \left(1 + j \frac{\beta m_A}{\gamma m_B} \right) e^{-(j\gamma + \beta) \frac{a}{2}}, \\
 B_3 &= A_1 \cdot \left[\frac{1}{2} \left(1 - j \frac{\beta m_A}{\gamma m_B} \right) e^{j\gamma a} + \frac{1}{2} \left(1 + j \frac{\beta m_A}{\gamma m_B} \right) e^{-j\gamma a} \right].
 \end{aligned} \tag{6}$$

Графики огибающих волновых функций электрона в квантовой яме шириной 20 атомных монослоев (11,3 нм) для первых трех разрешенных уровней энергии, рассчитанных из уравнения (9), представлены на рис.1. Графики схематично наложены на зонную диаграмму гетеропереходов, образующих квантовую яму, при этом начало отсчета оси ординат для графиков огибающих волновых функций совмещены с соответствующими значениями энергии на зонной диаграмме. Материал ямы GaAs, материал барьеров $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$.

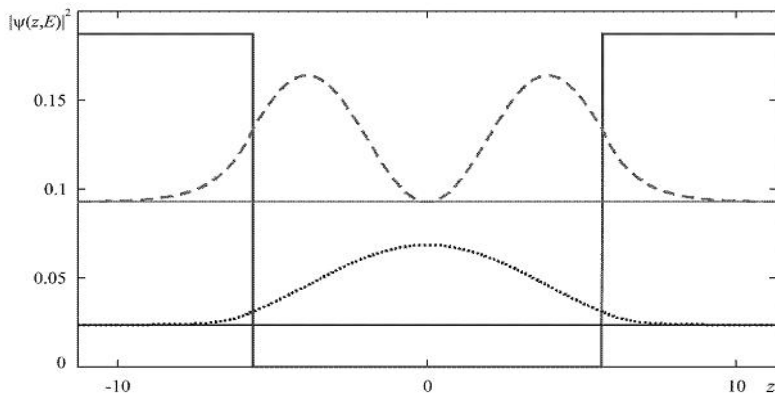


Рис. 1. Огибающие волновых функций и квантованные уровни энергии электрона в прямоугольной квантовой яме со стенками конечной высоты

Как видно из рис. 2, в областях барьеров имеется определенная, хоть и весьма малая, вероятность нахождения электрона. То есть электрон, преимущественно локализованный в квантовой яме принадлежит в области барьеров.

2. Практическая часть

Построить огибающие волновых функций и квантованные уровни энергии электрона в прямоугольной квантовой яме, образованной слоем GaAs, заключенным между слоями $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ для $x=0,3$. Расчет провести для двух случаев

- а) ширина ямы 10 атомных слоев,
- б) ширина ямы 30 атомных слоев.

Сравнить результаты. Сделать выводы.

Сравнить положение энергетических уровней такой ямы с энергетическими уровнями бесконечно глубокой квантовой ямы.

Контрольные вопросы

1. Каков физический смысл волновой функции? Почему при физической интерпретации волновой функции говорят не о самой волновой функции Ψ , а о квадрате ее модуля $|\Psi|^2$?
2. Напишите уравнение Шредингера для электрона, находящегося в водородоподобном атоме.
3. Уравнение Шредингера для стационарных состояний имеет вид

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0.$$

Обоснуйте, исходя из этого уравнения, требования, предъявляемые к волновой функции, ее непрерывность и непрерывность ее первой производной.

4. Чем обусловлено требование конечности волновой функции?
5. Расчет собственных значений энергии для бесконечно глубокой квантовой ямы.
6. Покажите, что для волновой функции Ψ выполняется равенство $|\Psi(x,t)|^2 = \Psi(x,t)\Psi^*(x,t)$, где $\Psi^*(x,t)$ – функция, комплексно сопряженная с $\Psi(x,t)$.

Лабораторная работа № 505

"Исследование электродинамических характеристик одномерного фотонного кристалла"

1. Теоретическая часть

Полный вывод дисперсионного уравнения см. в конспекте лекций по ФОНФО

2. Практическая часть

Построить дисперсионные характеристики для одномерного фотонного кристалла. Тип волны задает преподаватель.

Рассмотреть одномерный фотонный кристалл, состоящий из чередующихся тонких слоев диэлектриков с параметрами: толщина первого слоя d_1 , диэлектрическая проницаемость ϵ_1 , магнитная проницаемость $\mu_1=1$, толщина второго слоя d_2 , диэлектрическая проницаемость ϵ_2 , магнитная проницаемость $\mu_2=1$. Построить дисперсионные кривые для первой зоны Бриллюэна. Параметры выбрать по заданию преподавателя.

В отчете по заданию должны присутствовать следующие элементы:

1. Название
2. Тип волны
3. Дисперсионное уравнение
4. Дисперсионные характеристики с указанием всех параметров структуры.

Контрольные вопросы

1. Что такое дисперсионная характеристика.
2. Теорема Блоха.
3. Что такое фотонная запрещенная зона? Полная фотонная запрещенная зона?
4. Что такое зоны Бриллюэна?

Лабораторная работа № 506

"Запрещенные зоны одномерного фотонного кристалла"

1. Теоретическая часть

Вывод дисперсионного уравнения для одномерного фотонного кристалла см. в конспекте лекций по ФОНФО.

2. Практическая часть

Задание 1. Графическое определение запрещенных зон для одномерного фотонного кристалла.

Рассмотреть одномерный фотонный кристалл, состоящий из чередующихся тонких слоев диэлектриков с параметрами: толщина первого слоя d_1 , диэлектрическая проницаемость ε_1 , магнитная проницаемость $\mu_1=1$, толщина второго слоя d_2 , диэлектрическая проницаемость ε_2 , магнитная проницаемость $\mu_2=1$. Выписать дисперсионное соотношение для рассматриваемого кристалла. (В каждом случае Вы получаете самостоятельно необходимое дисперсионное соотношение).

Пример дисперсионного соотношения

$$\cos Kd = \cos k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2 + \frac{1}{2} \left(\frac{k_{z1}|\varepsilon_2|}{k_{z2}\varepsilon_1} + \frac{k_{z2}\varepsilon_1}{k_{z1}|\varepsilon_2|} \right) \sin k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2,$$

где K – блоховское волновое число.

а) Определить графически запрещенные зоны. Для этого построить график функции $F(\omega, k_y) = \cos Kd$ для произвольно заданной частоты. Значения k_y , при которых $|\cos Kd| > 1$, соответствуют запрещенной зоне, в которой волны не распространяются.

Пример графического определения запрещенных зон см. на рис.1.

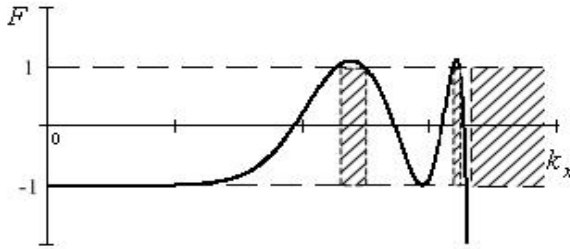


Рис. 1. Графическое определение запрещенных зон для одномерного фотонного кристалла. Заштрихованы запрещенные зоны.

Начальные параметры: $\epsilon_1=2$, $\epsilon_2=1$, $d_1=100$ нм, $d_2=100$ нм, $\omega=1 \cdot 10^{16}$ рад/с.

- б) Построить картину запрещенных зон для другого значения частоты. Сделать вывод.
- в) Увеличить ϵ_1 в 5 раз. Построить картину запрещенных зон. Сделать вывод.
- г) Увеличить толщину слоя d_1 в 2 раза. Построить картину запрещенных зон. Сделать вывод.

В отчете должны присутствовать следующие элементы:

1. Титульный лист
2. Схематический рис. Одномерного фотонного кристалла.
3. Дисперсионное соотношение для рассматриваемой волны.
4. Картины запрещенных зон для случаев а), б), в), г).

Задание 2.

Построить диаграмму полных фотонных запрещенных зон для одномерного фотонного кристалла, состоящего из чередующихся тонких слоев диэлектриков с параметрами: толщина первого слоя d_1 , диэлектрическая проницаемость ϵ_1 , магнитная проницаемость $\mu_1=1$, толщина второго слоя d_2 , диэлектрическая проницаемость ϵ_2 , магнитная проницаемость $\mu_2=1$.

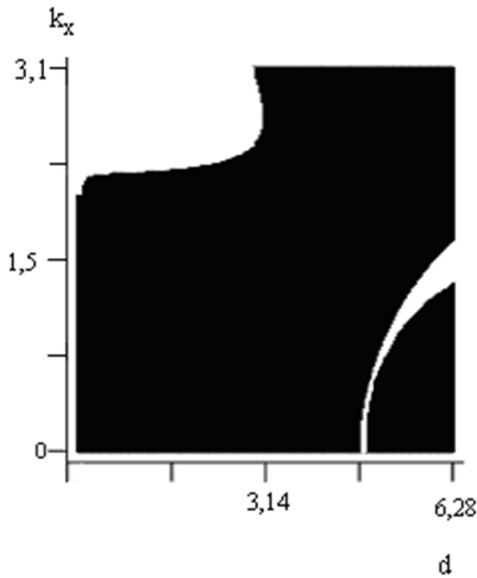


Рис. 2.

Пример диаграммы запрещенных зон см. на рис. 2.

Методика выполнения. Использовать дисперсионное соотношение для рассматриваемой структуры. Задать частоту ω . Задать шаг по оси абсцисс, задать шаг по оси ординат. Проверить для каждой точки выполнение условия $|\cos Kd| < 1$. Если условие выполняется, то это разрешенная зона. Закрашиваем. Если условие не выполняется, то это запрещенная зона. Оставляем белым. Прошагать по всей заданной области и закрасить или оставить белым все поле графика.

В отчете по заданию 3 должны присутствовать следующие элементы:

1. Диаграммы запрещенных зон для разных параметров по заданию преподавателя.

Лабораторная работа 507

" Температурные характеристики полупроводниковых гетероструктур "

1. Теоретическая часть

Ознакомиться с лекцией по квантовым свойствам полупроводниковых гетероструктур из конспекта лекций по курсу ФОНФО

2. Практическая часть

1. Изучить руководство пользователя 08AppendixC.pdf
2. Исследовать работу полупроводникового p-n диода. Загрузить файл SIPN.DEV
3. Построить графики Band Diagram и Electrostatics Electric Field. Изучить графики.
4. Задать входные параметры (по заданию преподавателя)
 - a. Например: задать температуру (Environment) 320 -350 К.
 - b. Задать optical input (оптический вход. Выбрать падение сигнала слева). Выбрать интенсивность и энергию падающего излучения (например, длина волны 0,248 мкм или 3 эВ. Интенсивность падающего света 2 мВт/см²).
 - c. Задать параметры на левом и правом краях диода

Задание параметров на левом и правом краю диода:

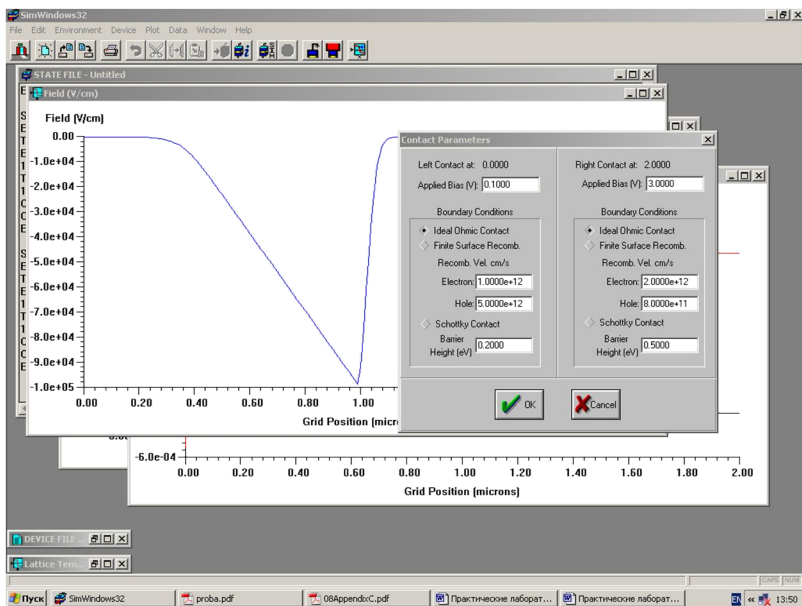


Рисунок 1

d. Задать параметры на поверхности (surface)

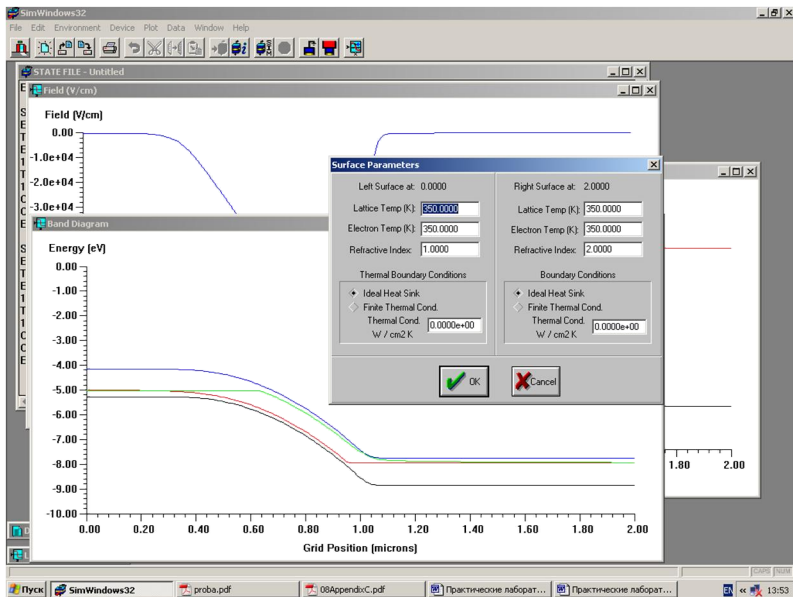


Рисунок 2

е. Выбрать температурную модель

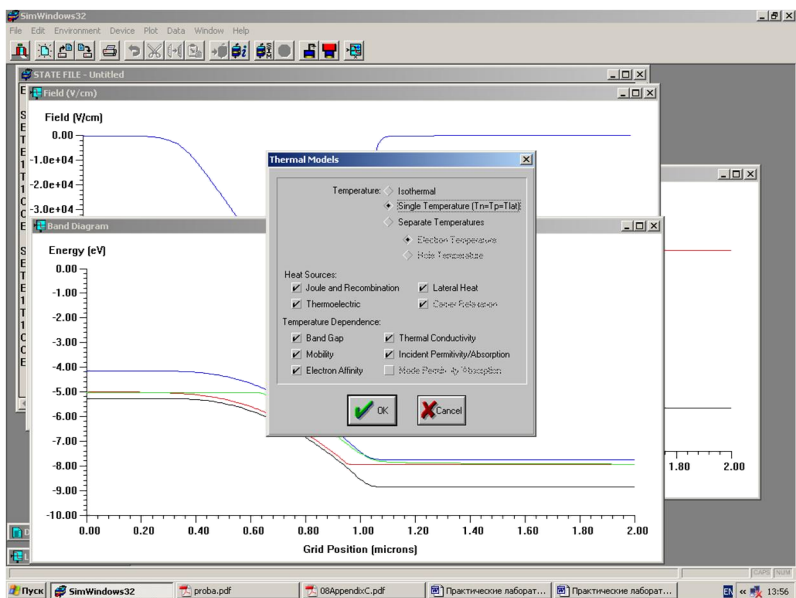


Рисунок 3

5. Запустить Device Start simulation. Исследовать графики
6. Поменять параметры в исследуемом диапазоне (по согласованию с преподавателем). Сделать выводы
7. Записать все действия в отчет
8. **Структура отчета:**

Цель работы.

Описание параметров (название каждого используемого параметра по-английски и по-русски).

Значения конкретных параметров, используемых в выполненной работе.

Полученные зависимости.

Вывод: какие изменения наблюдаются при изменении исследуемых параметров.

Контрольные вопросы:

1. Зонная диаграмма полупроводникового p-n диода.
 - a. равновесный случай
 - b. прямое включение
 - c. обратное включение
2. Температурная зависимость параметров p-n диода.
3. Физическая модель, лежащая в основе работы расчетной программы (см. файл 02Model.pdf)

Приложение 1.

Характеристики идеального диода на основе p-n перехода

Основу выпрямительного диода составляет обычный электронно-дырочный переход. Как было показано в главе 2, вольт-амперная характеристика такого диода имеет ярко выраженную нелинейность, приведенную на рисунке 4.1а, б, и описывается уравнением (4.1). В прямом смещении ток диода инжекционный, большой по величине и представляет собой диффузионную компоненту тока основных носителей. При обратном смещении ток диода маленький по величине и представляет собой дрейфовую компоненту тока неосновных носителей. В состоянии равновесия суммарный ток, обусловленный диффузионными и дрейфовыми токами электронов и дырок, равен нулю.

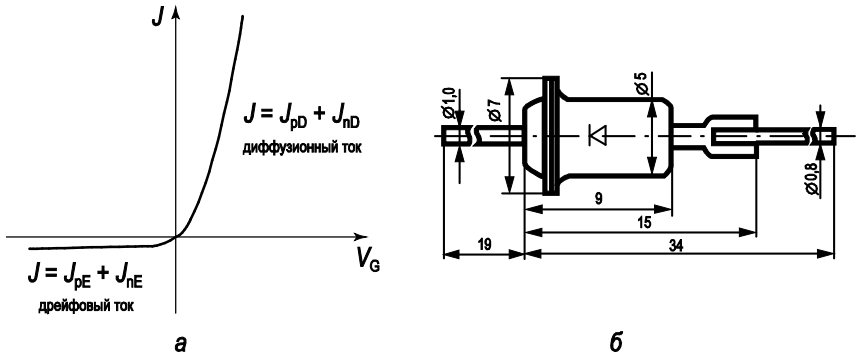


Рис. 4.1. Параметры полупроводникового диода:

а) вольт-амперная характеристика; б) конструкция корпуса

$$J = J_s (e^{BV_G} - 1),$$

$$j_{pE} - j_{nD} + j_{nE} - j_{pD} = 0.$$

Для анализа приборных характеристик выпрямительного диода важными являются такие дифференциальные параметры, как коэффициент выпрямления, характеристичные сопротивления и емкости диода в зависимости от выбора рабочей точки.

2. Влияние генерации, рекомбинации и объемного сопротивления базы на характеристики реальных диодов. Классический случай.

В реальных выпрямительных диодах на основе $p-n$ перехода при анализе вольт-амперных характеристик необходимо учитывать влияние генерационно-рекомбинационных процессов в обедненной области $p-n$ перехода и падение напряжения на омическом сопротивлении базы $p-n$ перехода при протекании тока через диод.

При рассмотрении влияния генерационно-рекомбинационных процессов в ОПЗ $p-n$ перехода будем считать, что доминирующим механизмом генерационно-рекомбинационного процесса является механизм Шокли – Рида. В этом случае для моноэнергетического рекомбинационного уровня, расположенного вблизи середины запрещенной зоны полупроводника, выражение для темпа генерации (рекомбинации) имеет вид:

$$-\frac{dn}{dt} = \frac{\gamma_n \gamma_p N_t (pn - p_1 n_1)}{\gamma_n (n + n_1) + \gamma_p (p + p_1)}.$$

Параметры, входящие в соотношение 4.10, имеют следующие значения:

γ_n, γ_p – вероятности захвата электронов и дырок на рекомбинационный уровень;

N_t – концентрация рекомбинационных уровней;

n, p – концентрации неравновесных носителей;

n_1, p_1 – концентрации равновесных носителей в разрешенных зонах при условии, что рекомбинационный уровень совпадает с уровнем Ферми.

Из уравнений 4.6 и 1.20 следует, что при прямом смещении ($V_G > 0$) произведение концентрации неравновесных носителей

$p \cdot n$ будет больше, чем произведение концентрации равновесных носителей $p_1 \cdot n_1$ ($p \cdot n > p_1 \cdot n_1$). Следовательно, правая часть уравнения 4.6 будет положительная, а скорость изменения концентрации неравновесных носителей dn/dt будет отрицательной. Таким образом, концентрация неравновесных носителей будет убывать и рекомбинация будет преобладать над генерацией.

При обратном смещении ($V_G < 0$) соотношения будут обратными, концентрация неравновесных носителей будет возрастать и генерация будет преобладать над рекомбинацией. Рассмотрим более подробно эти процессы.

3. Влияние генерации неравновесных носителей в ОПЗ p - n перехода на обратный ток диода

При обратном смещении ($V_G < 0$) p - n перехода из соотношения 1 следует, что

$$pn = n_i e^{\frac{\hat{\phi}_n - \hat{\phi}_p}{kT}} = n_i^2 e^{\beta U} \ll n_i^2.$$

Величина произведения концентрации равновесных носителей $p_1 \cdot n_1$ будет равна квадрату собственной концентрации: $p_1 n_1 = n_i^2$.

В этом случае из уравнения 4.6 следует, что

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\gamma_n \gamma_p N_t}{\gamma_n (n + n_1) + \gamma_p (p + p_1)} n_i^2.$$

Учтем, что значения концентрации неравновесных носителей p , n будут меньше концентрации равновесных носителей p_1 и n_1 : $p < p_1$, $n < n_1$, а величины n_1 и p_1 определяются через объемное положение уровня Ферми ϕ_{0t} следующим образом:

$$n_1 = n_i e^{\beta \phi_{01}}; \quad p_1 = n_i e^{-\beta \phi_{01}}.$$

Тогда получаем:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\gamma_n \gamma_p N_t}{\gamma_n e^{\beta \phi_{01}} + \gamma_p e^{-\beta \phi_{01}}} n_i = \frac{n_i}{\tau_e},$$

где τ_e – эффективное время жизни неравновесных носителей, определяемое как

$$\tau_e^{-1} = \frac{\gamma_n \gamma_p N_t}{\gamma_n e^{\beta \varphi_{01}} + \gamma_p e^{-\beta \varphi_{01}}}.$$

Из соотношения 4.7 следует, что скорость изменения концентрации неравновесных носителей dn/dt будет положительной, следовательно, генерация будет преобладать над рекомбинацией. Для того чтобы рассчитать генерационный ток $J_{\text{ген}}$, необходимо проинтегрировать по ширине области пространственного заряда W :

$$J_{\text{ааі}} = \int_0^W q \frac{dn}{dt} dx \approx q \frac{dn}{dt} W = \frac{qn_i W}{\tau_e}.$$

Рассмотрим зависимость генерационного тока $J_{\text{ген}}$ от обратного напряжения V_G , приложенного к диоду, а также от температуры T (рис. 4.5).

Зависимость генерационного тока $J_{\text{ген}}$ от напряжения V_G будет определяться зависимостью ширины области пространственного заряда W от напряжения V_G . Поскольку ширина области пространственного заряда W определяется как

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s \varepsilon_0 (U_{i\text{ааі}} + \varphi_0)}{qN_D}},$$

то генерационный ток $J_{\text{ген}}$ будет про-

порционален корню из напряжения: $J_{\text{ааі}} \sim \sqrt{V_G}$.

Величина дрейфовой компоненты обратного тока J_0 несимметричного $p^+ - n$ перехода равна:

$$J_0 = \frac{qL_p n_{p0}}{\tau_p} = \frac{qL_p n_i^2}{\tau_p N_A}.$$

Сделаем оценку отношения теплового J_0 и генерационного $J_{\text{ген}}$ токов для диодов, изготовленных из различных полупроводников:

$$\frac{J_{\text{ген}}}{J_0} = \frac{W}{L_n} \frac{N_D}{n_i}.$$

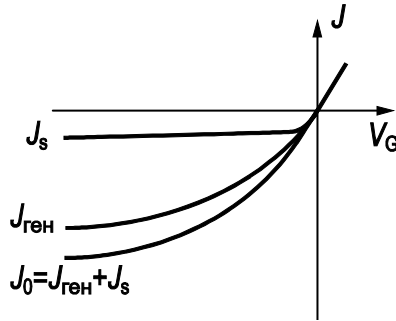


Рис. 4.5. Вклад генерационного тока $J_{\text{ген}}$ в обратный ток p - n перехода

Для германия (Ge) характерны следующие параметры: $W = 1$ мкм; $L_n = 150$ мкм, $n_i = 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $N_D = 10^{15} \text{ см}^{-3}$. Подставляя эти величины в соотношение 4.10, получаем, что генерационный ток и тепловой ток одинаковы, $I_{\text{ген}} \sim I_s$.

Для кремния (Si) характерны следующие параметры: $W = 1$ мкм; $L_n = 500$ мкм, $n_i = 10^{10} \text{ см}^{-3}$, $N_D = 10^{15} \text{ см}^{-3}$. Подставляя эти величины в соотношение 4.10, получаем, что генерационный ток много больше, чем тепловой ток, $I_{\text{ген}} / I_s \sim 2 \cdot 10^2$.

Таким образом, для кремниевых диодов на основе p - n перехода в обратном направлении преобладает генерационный ток, а для германиевых диодов – тепловой ток.

Как следует из уравнения 4.10, соотношения генерационного и теплового токов зависят от собственной концентрации n_i . Если собственная концентрация n_i мала (широкозонный полупроводник), – преобладает генерационный ток, если значение n_i велико (узкозонный полупроводник), – преобладает тепловой ток.

4. Влияние рекомбинации неравновесных носителей в ОПЗ p - n перехода на прямой ток диода

При прямом смещении ($V_G > 0$) p - n перехода из соотношения 1.20 следует, что

$$pn = n_i^2 e^{\beta U} \gg n_i^2.$$

Из уравнений 4.6 и 1.20 следует, что при прямом смещении ($V_G > 0$) произведение концентрации неравновесных носителей $p \cdot n$ будет больше, чем произведение концентрации равновесных носителей $p_1 \cdot n_1$ ($p \cdot n > p_1 \cdot n_1$).

Предположим, что рекомбинационный уровень E_t находится посередине запрещенной зоны полупроводника $E_t = E_i$. Тогда $p_1 = n_1 = n_i$, а коэффициенты захвата одинаковы: $\gamma_n = \gamma_p$. В этом случае уравнение 4.6 примет вид:

$$\frac{dn}{dt} = - \frac{\gamma N_t n_i^2 e^{\beta U}}{n + p + 2n_i}.$$

Из уравнения (4.11) следует, что темп рекомбинации $\frac{dn}{dt}$ будет

максимален в том случае, если знаменатель имеет минимальное значение. Это состояние реализуется в той точке ОПЗ, когда квазиуровни Ферми находятся на равном расстоянии от середины запрещенной зоны, то есть расстояние $\varphi_{0\ n,p}$ от середины зоны E_i до квазиуровней F_n и F_p одинаково и равно

$$\varphi_{0\ n,p} = \frac{U}{2}.$$

При этих условиях знаменатель в уравнении 4.11 будет иметь значение $2n_i e^{\frac{\beta U}{2}}$.

Следовательно, для скорости генерации имеем:

$$- \frac{dn}{dt} = \frac{1}{2} \gamma N_t n_i^2 e^{\frac{\beta U}{2}}.$$

Величина рекомбинационного тока $J_{\text{рек}}$ после интегрирования по ширине области пространственного заряда W имеет вид:

$$J_{\text{рек}} = \int_0^W q \frac{dn}{dt} dx = \frac{qW}{2} \gamma N_t n_i^2 e^{\frac{\beta U}{2}}.$$

Полный ток диода при прямом смещении будет складываться из диффузионной и рекомбинационной компонент:

$$J = J_{\text{диф}} + J_{\text{рек}} = \frac{qL_p n_i^2}{\tau_p N_D} e^{\beta U} - \frac{qW}{2} \gamma N_t n_i e^{\frac{\beta U}{2}} .$$

Из (4.13) следует, что прямой ток диода можно аппроксимировать экспоненциальной зависимостью типа $J \sim e^{\frac{\beta U}{n}}$, в случае значения коэффициента $n = 1$ ток будет диффузионным, при $n = 2$ – рекомбинационным. На рисунке 4.6 показана зависимость тока диода от напряжения при прямом смещении в логарифмических координатах.

Из приведенных экспериментальных данных для диода следует, что тангенс угла наклона $\frac{dU_{i0}}{d(\ln J)}$ равен 0,028 В, что с высокой степенью точности соответствует значению kT/q , равному 0,026 В при комнатной температуре.

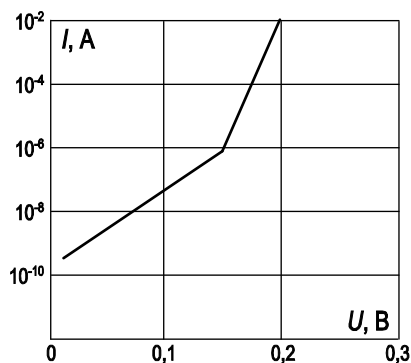


Рис. 2. Зависимость тока диода от напряжения при прямом смещении [2, 23]

5. Влияние объемного сопротивления базы диода на прямые характеристики

База диода на основе p - n перехода обычно легирована существенно меньше, чем эмиттер. В этом случае омическое сопротивление квазинейтральных областей диода будет определяться сопротивлением базы $r_{\bar{\alpha}}$, его величина рассчитывается по классической формуле: $r_{\bar{\alpha}} = \rho \frac{l}{S}$,

где ρ – удельное сопротивление, l – длина базы, S – площадь поперечного сечения диода.

В типичных случаях при $\rho = 1$ Ом·см, $l = 10^{-1}$ см, $S = 10^{-2}$ см², $r_{\bar{\alpha}} = 10$ Ом.

При этом падение напряжения $U_{\bar{\alpha}}$ на квазинейтральном объеме базы при протекании тока J будет равно:

$$U_{\bar{\alpha}} = Ir_{\bar{\alpha}} \quad (4.14)$$

Напряжение, приложенное к ОПЗ p - n перехода, в этом случае уменьшится на величину $V_{\bar{\alpha}}$. С учетом (4.14) вольт-амперная характеристика диода будет иметь вид:

$$I = I_0(e^{\beta(U - Ir_{\bar{\alpha}})} - 1); \quad (4.15)$$

Из уравнения (4.15) следует, что по мере роста прямого тока вольт-амперная характеристика p - n перехода будет вырождаться, то есть ток будет расти не экспоненциально, а более медленно, и в предельном случае на ВАХ появится омический участок.

Определим критерий вырождения, как состояние диода, при котором дифференциальное сопротивление диода станет равно либо меньше омического сопротивления базы диода:

$$r_{\text{диф}} = \left[\frac{dI}{dU} \right]^{-1} = [I\beta]^{-1} = \frac{\varphi_T}{I} = r_{\bar{\alpha}}.$$

Следовательно, величина прямого тока, при котором наступает вырождение вольтамперной характеристики, будет равна:

$I_{\text{выр}} = \frac{\varphi_T}{r_{\bar{\alpha}}}$. Для параметров диода $r_{\bar{\alpha}} = 10$ Ом; $\varphi_T = 0,025$ В ток

вырождения будет равен: $I_{\text{выр}} = 2,5$ мА.

