ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ
Федеральное государственное образовательное бюджетное
учреждение высшего профессионального образования
«ПОВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И ИНФОРМАТИКИ»

Кафедра теоретических основ радиотехники и связи

А.А. Харитонова, Ю.В. Алышев

НЕЙРОКОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Методические указания к лабораторной работе №1 «Исследование работы формального нейрона»

Самара
2014

УДК 004.032.26
БКК
Х-20

Рекомендовано к изданию методическим советом ПГУТИ
Протокол № 14 от 02 декабря 2014 г.

Рецензент:
Заведующий кафедрой ПОУТС, ПГУТИ,
д.т.н., проф. Тарасов В.Н.

Х **Харитонова А.А.**
Нейрокомпьютерные технологии: методические указания к выполнению лабораторной работы / А.А. Харитонова, Ю.В. Алышев. – Самара: ПГУТИ, 2014.

Методические указания к лабораторной работе «Исследование работы формального нейрона» содержат краткую теорию, указания к выполнению лабораторной работы, вопросы и задачи для зачета, а также список литературы. Предназначено для студентов 2-3 курса специальностей: Радиотехника, Информационная безопасность, Инфокоммуникационные технологии дневной формы обучения.

Цель работы: изучить основы функционирования искусственного нейрона при различных функциях активации.

Краткая теория

История развития нейрокомпьютерных систем

История развития компьютерной техники уходит своими корнями в начало 20-го века. Идея создания вычислительных устройств, которые решали бы интеллектуальные задачи так же, как это происходит в головном мозге, давно интересовала ученых.

Большое влияние на разработку интеллектуальных систем оказала идея коннекционизма, которая заключается в моделирования сложных интеллектуальных или психологических процессов на простых однотипных элементах путем их взаимосвязей. Связи между этими элементами могут изменяться от задачи к задаче, формируя тем самым различные структуры (сети) Простыми элементами могут быть нейроны, синтаксические единицы и пр.

- 1943 — У. Маккалок и У. Питтс формализуют понятие нейронной сети в фундаментальной статье о логическом исчислении идей и нервной активности.
- 1948 — Норберт Винер вместе с соратниками публикует работу о кибернетике. Основной идеей является представление сложных биологических процессов математическими моделями.
- 1949 — Д. Хебб предлагает первый алгоритм обучения.

В 1958 Ф. Розенблатт изобретает однослойный персептрон. Персептрон обретает популярность — его используют для распознавания образов, прогнозирования погоды и т. д.

- В 1960 году Уидроу совместно со своим студентом Хоффом на основе дельта-правила (формулы Уидроу) разработали Адалин, который сразу начал использоваться для задач предсказания и адаптивного управления. Адалин был построен на базе созданных ими же (Уидроу — Хоффом) принципиально новых элементах — мемристорах. Сейчас Адалин (адаптивный сумматор) является стандартным элементом многих систем обработки сигналов.
- В 1961 году под руководством М. М. Бонгарда разработана программа «Кора», которая нашла применение, в частности, для распознавания нефтеносных пластов.

- В 1969 году М. Минский публикует формальное доказательство ограниченности персептрона и показывает, что он неспособен решать некоторые задачи (Проблема "четности" и "один в блоке"), связанные с инвариантностью представлений. Интерес к нейронным сетям резко спадает.
- 1974 — Пол Дж. Вербос и А. И. Галушкин одновременно разрабатывают алгоритм обратного распространения ошибки для обучения многослойных персептронов. Однако, данный алгоритм не привлек внимания ученых.
- 1975 — Фукусима представляет Когнитрон — самоорганизующуюся сеть, предназначенную для инвариантного распознавания образов, но это достигается только при помощи запоминания практически всех состояний образа.
- 1982 — после периода забвения, интерес к нейросетям вновь возрастает. Дж. Хопфилд показал, что нейронная сеть с обратными связями может представлять собой систему, минимизирующую энергию (так называемая сеть Хопфилда). Кохоненом представлены модели сети, обучающейся без учителя (Нейронная сеть Кохонена), решающей задачи кластеризации, визуализации данных (самоорганизующаяся карта Кохонена) и другие задачи предварительного анализа данных.
- 1986 — Дэвидом И. Румельхартом, Дж. Е. Хинтоном и Рональдом Дж. Вильямсом и независимо и одновременно С. И. Барцевым и В. А. Охониным (Красноярская группа) разрабатывают заново и существенно развивают метод обратного распространения ошибки. Начался взрыв интереса к обучаемым нейронным сетям.

Направления развития и использования нейрокомпьютеров

1. Решение неформализуемых (неалгоритмических) задач: распознавание образов, классификация, извлечение значений из данных, заполнение пропусков в таблицах данных, построение отношений на множестве объектов и т.д.
2. Повышение производительности суперкомпьютера при использовании идеологии нейронных сетей для решения сложных задач теории вычислений.
3. Моделирование работы структур человеческого мозга.
4. Создание новых систем обработки информации, обеспечивающих высокую степень надежности и адаптивности к изменяющейся обстановки.

Вот далеко не полный перечень областей применения нейронных сетей: обработка изображений, управление роботами и непрерывными производствами, понимание и синтез речи, диагностика заболеваний людей и технологических неполадок в машинах и приборах, предсказание курсов валют и результатов соревнований. Этот список можно продолжать.

Человеческий мозг

Нервную систему человека можно рассматривать как трёхступенчатую. Центром этой системы является мозг (brain), представленный сетью нейронов (нервов) (nerve net). Он получает информацию, анализирует её и выдаёт соответствующие решения. На рисунке 1 показаны направления прямого (передача сигналов в систему) и обратного (реакция системы) прохождения сигналов в нервной системе. Рецепторы преобразовывают сигналы от тела и из окружающей среды в электрические импульсы, которые обрабатываются нейронной сетью.

Рисунок 1 – Блочная диаграмма для нервной системы

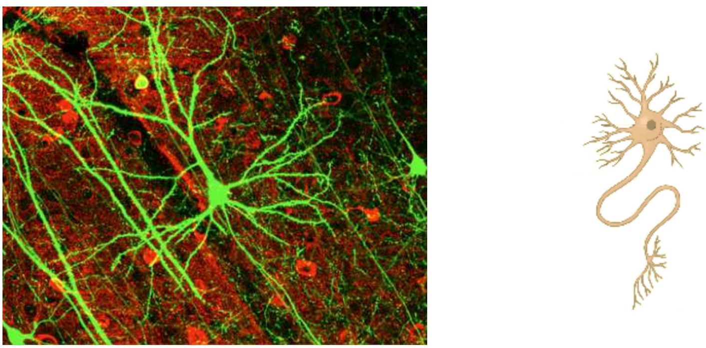


Рисунок 2 – Изображения биологического нейрона

Изучение человеческого мозга началось с работы, в которой предложена идея организации человеческого мозга на основе нейронов. Как правило, реакция нейронов на 5-6 порядков медленнее реакции кремниевых логических элементов. Длительность событий в кремниевых элементах измеряется в наносекундах (10^{-9} с), а в нейронах — в миллисекундах (10^{-3} с). Однако эта относительная медлительность нейронов компенсируется их массой и количеством взаимосвязей между ними. По существующим оценкам, в коре головного мозга насчитывается около 10 миллиардов нейронов и около 60 триллионов синапсов или взаимосвязей между нейронами. В результате мозг представляет собой чрезвычайно эффективную структуру. В частности, энергетические затраты мозга на выполнение сложной операции составляют около 10^{-16} Дж. В то же время затраты самого экономичного компьютера не опускаются ниже 10^{-6} Дж на 1 операцию.

Синапсы — это элементарные структурные и функциональные единицы, которые передают импульсы между нейронами. Самым распространённым типом синапсов являются химические, которые при приёме преобразует электрический сигнал в химический, а при передаче – химический в электрический для дальнейшей передачи другим нейронам. В электротехнической терминологии его можно было бы назвать невзаимным четырёхполюсником. В традиционных описаниях нейронной организации синапс представляют простым соединением, которое может передавать возбуждение или торможение (но не то и другое одновременно) между нейронами.

Способность нервной системы адаптироваться к условиям окружающей среды называют пластичностью нервной системы. В мозге взрослого человека пластичность реализуется двумя механизмами: путём создания новых синаптических связей между нейронами и за счёт модификации существующих. Аксоны (линии передачи) и дендриты (зоны приёма) представляют собой два типа элементов клетки, которые различаются даже на морфологическом уровне. Аксоны имеют более гладкую поверхность, более тонкие границы и большую длину. Дендриты имеют неровную поверхность с множеством окончаний. Существует огромное множество форм и размеров нейронов, в зависимости от того, в какой части мозга они находятся. На рисунке 3 показана пирамидальная клетка — самый распространённый тип нейронов коры головного мозга. Как и все нейроны, пирамидальные клетки получают сигналы от щупалец дендритов, на окончаниях которых находятся синапсы. Пирамидальная клетка может получать более

100000 синаптических сигналов и проецировать их на тысячи других клеток.

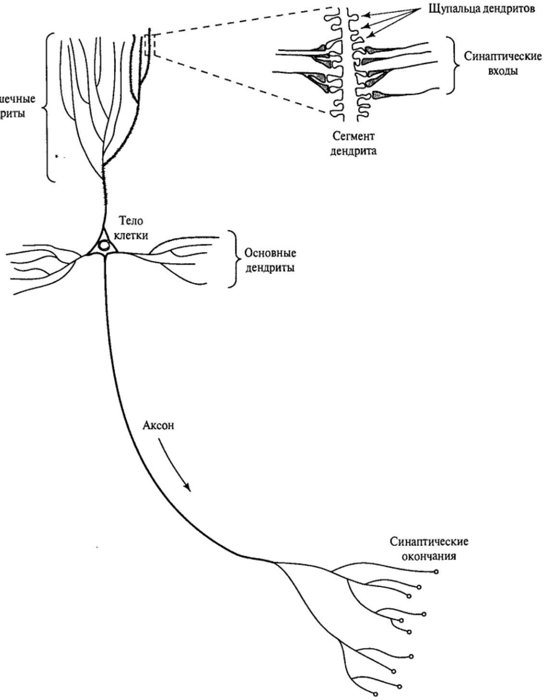


Рисунок 3 – Пирамидальная клетка

Аксон нейрона имеет большую длину и маленькую толщину, что выражается в его большом электрическом сопротивлении и ёмкости. Обе эти характеристики распределены по аксону. Таким образом, его можно смоделировать как линию электропередачи с использованием уравнения кабеля.

Биологический прототип искусственного нейрона

Развитие искусственных нейронных сетей вдохновляется прогрессом в изучении деятельности центральной нервной системы в целом и головного мозга в частности. Рассматривая сетевые конфигурации и алгоритмы, исследователи применяют термины, заимствованные из принципов организации мозговой деятельности. Однако на этом аналогия заканчивается. Разработчикам и исследователям искусственных нейронных сетей приходится выходить за пределы современных биологических знаний, а также делать обобщения в поисках структур, способных выполнять полезные функции. Часто это приводит к отказу от биологического правдоподобия. Мозг становится просто метафорой, и создаются сети, невозможные в живой материи или требующие неправдоподобно больших допущений об анатомии и функционировании мозга.

Каждый нейрон нервной системы человека обладает многими свойствами, общими с другими органами тела, но ему присущи абсолютно уникальные способности: принимать, обрабатывать и передавать электрохимические сигналы по нервным путям, которые образуют коммуникационную систему мозга.

На рисунке 4 показана структура пары типичных биологических нейронов. Дендриты идут от тела нервной клетки к другим нейронам, где они принимают сигналы в точках соединения – синапсах. Принятые синапсом входные сигналы передаются к телу нейрона. Здесь они суммируются, причём одни входы стремятся возбудить нейрон, другие — воспрепятствовать его возбуждению.

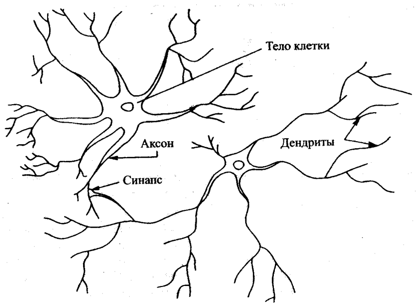
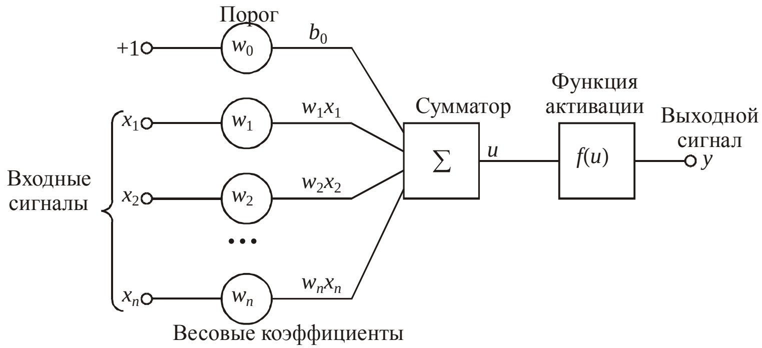


Рисунок 4 – Структура пары биологических нейронов при взаимодействии между собой

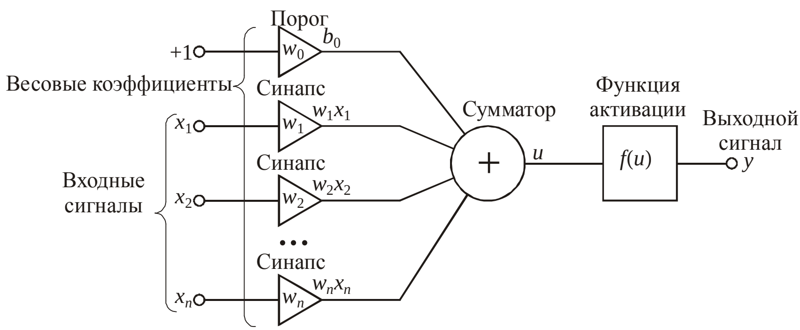
Когда суммарное возбуждение в теле нейрона превышает некоторый порог, нейрон возбуждается, посылая по аксону сигнал другим нейронам. У этой основной функциональной схемы много усложнений и исключений, тем не менее, большинство искусственных нейронных сетей моделируют лишь эти простые свойства.

Искусственный нейрон

Искусственный нейрон представляет собой единицу обработки информации в искусственной нейронной сети и имитирует в первом приближении свойства биологического нейрона. На вход искусственного нейрона поступает некоторое множество сигналов, каждый из которых является выходом другого искусственного нейрона. Каждый вход умножается на соответствующий весовой коэффициент, аналогичный синаптической силе, и все произведения суммируются, определяя уровень активации нейрона.



а)



б)

Рисунок 5 – Нелинейная модель искусственного (формального) нейрона

Подобная модель описывает основные действия биологического нейрона и удачно подходит для решения научно-технических задач. Предложенная модель искусственного нейрона показана на рисунке 5 (на рисунке 5-а показана традиционная модель, как она поясняется в литературе по нейронным сетям, а на рисунке 5-б — её эквивалентная модель в радиотехнических обозначениях).

В этой модели можно выделить три основных элемента:

1. Набор весовых коэффициентов (весов, синапсов и т.п.) каждый из которых характеризуется своим значением.
2. Сумматор складывает входные сигналы, взвешенные относительно соответствующих весовых коэффициентов, образуя выходной сигнал сумматора линейную комбинацию входного воздействия. Суммирующий блок, соответствующий телу биологического элемента, создаёт выход u.
3. Функция активации ограничивает значение выходного сигнала нейрона. Эта функция также называется функцией сжатия. Обычно нормированный диапазон выходных значений нейрона лежит в интервале (0, 1), (0, 1), (–1, 1) или (–1, 1).

Порог позволяет увеличить или уменьшить входной сигнал, подаваемый на функцию активации.

Функционирование нейрона можно описать следующей парой выражений

$$u = \sum_{j=1}^{n} x_j w_j \ , \qquad (1)$$

или

$$u = \mathbf{x} \cdot \mathbf{w} \, , \qquad (2)$$

$$y = f\left(u + b\right), \qquad (3)$$

где $\mathbf{x} = [x_1, x_2, ..., x_n]$ — входные сигналы; $\mathbf{w} = [w_1, w_2, ..., w_n]$ — весовые коэффициенты нейрона; u — линейная комбинация входных воздействий (выходной сигнал сумматора); b_0 – порог; $f\left(u\right)$ — функция активации; y — выходной сигнал нейрона.

На синапс с весовым коэффициентом b всегда подается входной сигнал равный +1. Следовательно:

$$u = \sum_{j=0}^{n} x_j w_j \ , \qquad (4)$$

$$y = f\left(u\right). \qquad (5)$$

В приведенной формуле подразумевается, что имеющий длину n вектор $\mathbf{X}$ дополнен членом $x_0 = 1$ $\mathbf{X} = [x_0, x_1, ..., x_n]$, тогда $\mathbf{W} = [w_0 = b, w_1, w_2, ..., w_n]$.

Функции активации

Функции активации определяют выходной сигнал нейрона в зависимости от выходного сигнала сумматора (линейной комбинации входных воздействий). Можно выделить следующие типы функций активации.

По аналогии с электронными системами активационную функцию можно считать нелинейной усилительной характеристикой искусственного нейрона.

1. Функция единичного скачка (пороговая функция или функция Хевисайда).

$$y = f\left(u\right) = \begin{cases} 1, \text{ если } u \ge 0; \\ 0, \text{ если } u < 0. \end{cases} \qquad (6)$$

где u – это выходной сигнал сумматора (линейная комбинация входного воздействия).

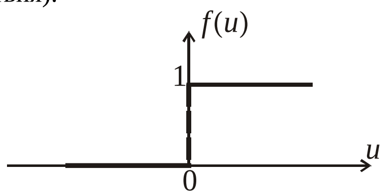


Рисунок 6 – Вид функции единичного скачка

Модель нейрона на основе этой функции в литературе называют моделью Мак-Каллока-Питца. Выходной сигнал нейрона принимает значение 1, если выходной сигнал сумматора этого нейрона не отрицателен, и 0 – в противном случае.

2. Кусочно-линейная функция.

$$f(u)=\begin{cases}1, & u \ge A,\\ \dfrac{u}{2A}+\dfrac{1}{2}, & A > u > -A,\\ 0, & u \le -A.\end{cases} \qquad (7)$$

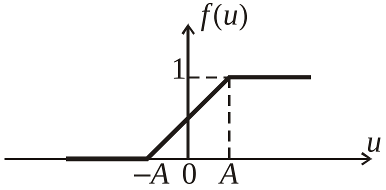


Рисунок 7 – Вид кусочно-линейной функции активации

Если выходной сигнал сумматора нейрона не достигает значения A (порога насыщения), то он превращается в линейный сумматор.

Если коэффициент усиления линейной области принять бесконечно большим, то кусочно-линейная функция вырождается в функцию Хевисайда (функцию единичного скачка).

3. Сигмоидальная функция. График похож на букву *S*. Эта функция является самой распространенной. Примером сигмоидальной функции может служить логистическая функция, задаваемая следующим выражением:

$$f(u)=\frac{1}{1+\exp(-\alpha u)}, \qquad (8)$$

где α – параметр наклона сигмоидальной функции.

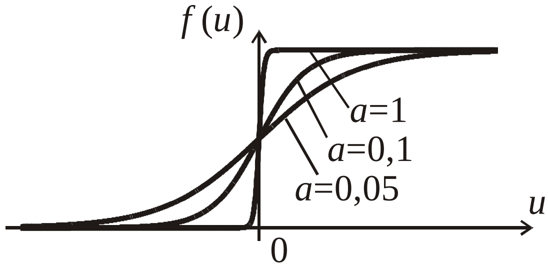


Рисунок 8 – Вид сигмоидальной функции активации (униполярной)

Область значений приведенных функций активации лежит в интервале (0,1), однако иногда требуется функция активации с областью значений в интервале (–1,1). В этом случае функция активации должна быть симметричной относительно начала координат и являться нечетной функцией индуцированного локального поля. Эта функция обычно называется сигнум (биполярной сигмоидальной функцией). В данном случае сигмоидальная функция будет иметь форму гиперболического тангенса:

$$f\left(u\right) = \mathrm{th}(\alpha u) \qquad (9)$$

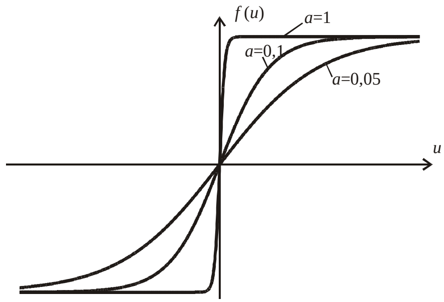


Рисунок 9 – Вид биполярной сигмоидальной функции активации

Такой вид сигмоидальной функции обеспечивает ряд преимуществ, в частности при обучении нейронных сетей. Изменяя параметр α, можно получить функции с различной крутизной. В пределе, когда $\alpha = \infty$, сигмоидальная функция вырождается в пороговую (функцию единичного скачка). Сигмоидальная функция является дифференцируемой на всей оси значений выходного сигнала сумматора, что очень ценно для многих алгоритмов обучения. Значение производной сигмоидальной функции активации имеет простой вид: $f'\left(u\right) = \alpha f\left(u\right)(1 - f\left(u\right))$

4. Степенные функции активации. Функции этого вида применяются при решении задач аппроксимации функций одной или нескольких переменных, для реализации степенных рядов, для реализации сложных вычислительных алгоритмов. Функции имеет вид:

$$f\left(u\right) = u^k, \qquad (10)$$

где $k = 2,\ 3,\ 4,\ \ldots$ — показатель степени.

Однако, лишь степенные функции с нечётными показателями степени полностью отвечают требованиям, предъявляемым к функциям активации – монотонны, дифференцируемы, непрерывны.

Перспективным направлением в теории нейронных сетей является применение функции активации с переменной «крутизной».

Приведённая модель нейрона является детерминированной, то есть преобразование входного сигнала в выходной точно определено для всех значений входного сигнала.

Рассмотренная простая модель искусственного нейрона игнорирует многие свойства своего биологического двойника. Например, она не принимает во внимание задержки во времени, которые воздействуют на динамику системы. Входные сигналы сразу же порождают выходной сигнал. И, что более важно, она не учитывает воздействий функции частотной модуляции или синхронизирующей функции биологического нейрона, которые ряд исследователей считают решающими.

Порядок выполнения лабораторной работы

Лабораторная работа выполняется в программе LineFilter. Запустите указанную программу из соответствующего пункта меню.

В появившемся окне для выполнения работы № 1 понадобится область: «Выходной сигнал».

1. Выберите размер вектора N=6. Задайте в произвольной форме коэффициенты умножения **w** в пределах (–1;+1).
2. Задайте в произвольной форме значения **x** в пределах (–1;+1).
3. Выберите из списка «Функция активации» пункт «функция Хэвисайда». Затем нажмите кнопку «считать». Зарисуйте полученный график, запишите значение функции активации y**.**
4. Выберите из списка «Функция активации» пункт «Линейная функция активации». Укажите коэффициенты k и b (любые значения). Зарисуйте полученный график, запишите значение функции активации y**.**
5. Повторить пункт 4, изменив коэффициенты k и b**.**
6. Выберите из списка «Функция активации» пункт «Сигмоидальная унополярная функция активации». В данном пункте изменяйте параметр α (α=0,01, α=0,2, α=0,8, α=1). Зарисуйте полученные графики, запишите значения функций активации y**.**

7. Выберете из списка «Функция активации» пункт «Сигмоидальная биполярная функция активации». В данном пункте изменяйте параметр α (α=0,01, α=0,2, α=0,8, α=1). Зарисуйте полученные графики, запишите значения функций активации *y*.
8. В таблице измените значения **x** в пределах (–1;+1). И повторите пункты с 3 по 7, записав значения функции активации *y***.**
9. Выберите размер вектора *N*=10. Задайте коэффициенты умножения **w**

$$w_0 = 0,2;\ w_1 = 0,5;\ w_2 = -1,5;\ w_3 = 1,0;\ w_4 = -2,2;$$

$$w_5 = 1,8;\ w_6 = -2,2;\ w_7 = 0,9;\ w_8 = -1,9;\ w_9 = 0,7.$$

Входными значениями X для данного нейрона являются кодовые значения цветов чёрно-белого изображения области 3×3 точек. Для чёрного цвета значение равно 1, для белого — 0. Цветовыми кодами на рисунке 10-а изображён «крестик» в виде буквы «X». На рисунках 10-б и 10-в даны изображения «нолика» в разных формах. На рисунке 10-в приведено изображение «нолика» с заполнением внутри цветом его отображения.

Ниже приведён пример задания входных сигналов для рисунка 10 (номера индексов указаны на рисунках в каждой клетке).

$$x_1 = 1;\ x_2 = 0;\ x_3 = 1;$$

$$x_4 = 0;\ x_5 = 1;\ x_6 = 0;$$

$$x_7 = 1;\ x_8 = 0;\ x_9 = 1.$$

Задать входные сигналы согласно рисункам 10 а…г, а также двум другим произвольным изображениям, составленном на поле 3×3 точек, и записать выходные значения для функций активаций, рассматриваемых в пп. 3…7.

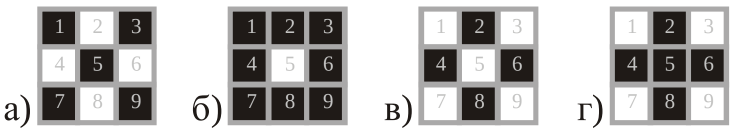


Рисунок 10 – Изображения, составленные группой из 3×3 точек

Сделать выводы по результатам сопоставления смыслового изображения рисунка («крестик» и «нолик») с результатом сигнала на выходе искусственного нейрона.

Содержание отчета

Отчёт выполняется каждым студентом индивидуально. В отчёте должны быть приведены: схема формального нейрона, исходные данные для расчета состояния нейрона, графики функций активаций, результаты работы нейрона при различных функциях активации, выводы по результатам проделанной работы.

Контрольные вопросы к зачёту по лабораторной работе

1. Возможна ли работа вычислительных машин в реальном масштабе времени? Почему?
2. В чем заключается идея коннекционизма?
3. Из чего состоит биологический нейрон?
4. Как осуществляется приём и обработка информации в биологических нейронных сетях?
5. Перечислите основные вехи в развитии нейрокомпьютеров. Что оказало существенное влияние на их развитие?
6. Как выглядит обобщённая схема нейрокомпьютера? В чем его существенное отличие от последовательных вычислительных устройств?
7. Что хранится в запоминающем устройстве нейрокомпьютера?
8. Какие основные этапы функционирования нейрокомпьютера?
9. Как работает блок обучения?
10. Что такое нейроэмулятор? Какие нейроэмуляторы вам известны?
11. Что такое нейрочипы? Принцип их работы.
12. Как осуществляется аппаратная реализация нейрокомпьютеров на базе ПЛИС и ЦСП?
13. Классическая модель формального нейрона.
14. Что такое функция активации? Какие функции активации вам известны?
15. Сколько входных сигналов может подаваться на вход формального нейрона?
16. Что такое сигмоидальный нейрон?
17. Что такое адалайн-нейрон?
18. Что представляет собой паде-нейрон?
19. Стохастическая модель нейрона. Область применения.
20. Функции активации единичного скачка и кусочно-линейная.
21. Сигмоидальные функции активации.

22. Что представляют собой однослойные сети прямого распространения?
23. Что представляют собой многослойные сети прямого распространения?
24. Какие сети называются рекуррентными? В чем особенность рекуррентных сетей?

Задачи

1. Диапазон значений логистической функции

$$f(u) = \frac{1}{1 + \exp(-au)}$$

ограничен нулём и единицей. Покажите, что производная функции $f(u)$ описывается выражением

$$\frac{df}{du} = a\, f(u)\big(1 - f(u)\big).$$

Каково значение этой производной в начале координат?

2. Нечётная сигмоидальная функция задается формулой

$$f(u) = \frac{1 - \exp(-au)}{1 + \exp(-au)} = \mathrm{th}\left(\frac{au}{2}\right),$$

где th обозначает гиперболический тангенс. Областью значений этой функции является интервал от –1 до +1. Покажите, что производная функции $f(u)$ описывается выражением

$$\frac{df}{du} = \frac{a}{2}\big(1 - f^2(u)\big).$$

Каково значение этой производной в начале координат? Предположим, что параметр наклона a — бесконечно большой. В функцию какого вида выродится $f(u)$?

3. Рассмотрим еще одну нечётную сигмоидальную функцию (алгебраическую сигмоиду)

$$f(u) = \frac{u}{\sqrt{1 + u^2}}$$

значения которой принадлежат интервалу от –1 до +1. Покажите, что производная функции $f(u)$ описывается выражением

$$\frac{df}{du} = \frac{f^3(u)}{u^3}.$$

Каково значение этой производной в начале координат?

4. Рассмотрим следующие функции:

$$f(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{u}\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)dx \text{ и } f(u)=\frac{2}{\pi}\operatorname{arctg}(u).$$

Объясните, почему обе эти функции подходят под определение сигмоидальной функции? Чем они отличаются друг от друга?

5. Какие из пяти сигмоидальных функций, описанных в задачах 1-4, можно назвать кумулятивными (вероятностными) функциями распределения? Обоснуйте свой ответ.

6. Рассмотрим псевдолинейную функцию активации $f(u)$, показанную на рисунке 11.

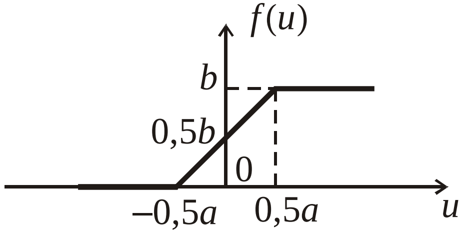


Рисунок 11 – Униполяная псевдолинейная функция активации

а) Выпишите функциональную зависимость $f(u)$ в аналитическом виде.

б) Как изменится функция $f(u)$, если параметр a принять равным нулю?

7. Решите задачу 6 для псевдолинейной функции активации, показанной на рисунке 12.

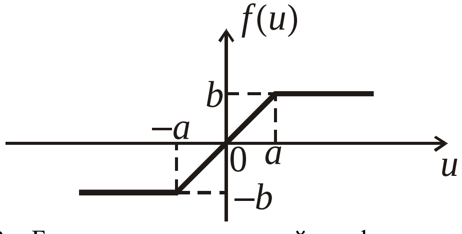


Рисунок 12 – Биполяная псевдолинейная функция активации

8. Пусть функция активации нейрона $f(u)$ имеет вид логистической функции из задачи 1, где u — индуцированное локальное поле, а параметр наклона a может изменяться. Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_m$ — множество входных сигналов,

передаваемых на вход нейрона, а b — пороговое значение. Для удобства зададим значение параметра a равным 1, тогда:

$$f(u)=\frac{1}{1+\exp(-u)}$$

Как нужно изменить входной сигнал $x_1, x_2, \ldots, x_m$, чтобы получить на выходе прежний сигнал? Обоснуйте свой ответ.

9. Нейрон j получает входной сигнал от четырех других нейронов, уровни возбуждения которых равны 10, –20, 4 и –2. Соответствующие веса связей этого нейрона равны 0,8, 0,2, –1,0 и –0,9. Вычислите выходное значение нейрона j для двух случаев.
а) Нейрон — линейный.
б) Нейрон представлен моделью Мак-Каллока–Питца.
Предполагается, что порог отсутствует.

10. Решите задачу 9 для нейрона, модель которого описывается логистической функцией следующего вида

$$f(u)=\frac{1}{1+\exp(-au)}.$$

11. Решите следующие задачи.
а) Покажите, что формальную модель нейрона Мак-Каллока–Питца можно аппроксимировать сигмоидным нейроном (то есть нейроном, функция активации которого описывается сигмоидальной функцией, а синаптические веса имеют большие значения).
б) Покажите, что линейный нейрон можно аппроксимировать сигмоидальным нейроном с маленькими синаптическими весами.

Список литературы

1. Комарцова Л. Г., Максимов А. В. Нейрокомпьютеры: Учеб. Пособие для ВУЗов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004.
2. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации/ Пер. с польского И. Д. Рудинского. – М.: Финансы и статистика, 2002.
3. Хайкин С. Нейронный сети: полный курс, 2-е изд.: Пер. с анг. –: Издательский дом «Вильямс», 2008. – 1104 с.
4. Нечёткие множества и нейронные сети: Учебное пособие /Г. Э. Яхъева. – М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ, Лаборатория знаний, 2006. – 316 с.
5. Татузов А. Л. Нейронные сети в задачах радиолокации. Кн. 28. – М.: Радиотехника, 2009. – 432 с.