

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«ПОВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И ИНФОРМАТИКИ»

Кафедра радиосвязи, радиовещания и телевидения

В.Г. Иванова

## **ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛА GSMK**

Методические указания  
по выполнению курсовой работы

Самара  
2017

УДК 621.391.26(075)  
621.391.3(075)

Рекомендовано к изданию методическим советом ПГУТИ,  
протокол №68 от 16.05.2017г.

**Иванова В.Г.**

**Цифровая обработка сигнала GMSK:**

Методические указания по выполнению курсовой работы/

В.Г.Иванова - Самара: ПГУТИ, 2017 - 64с.

Методические указания по выполнению курсовой работы «Цифровая обработка сигнала GMSK» разработаны в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 11-03-02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» и предназначены для самостоятельного выполнения курсовой работы студентами-бакалаврами.

## Содержание

Введение .....	5
1 Задание на выполнение курсовой работы.....	6
2 Общие сведения о сигналах FSK, MSK и GMSK.....	7
2.1 Частотная манипуляция FSK.....	7
2.2 Минимальная частотная манипуляция MSK и гауссов- ская минимальная частотная манипуляция GMSK.....	9
3 Укрупнённый алгоритм формирования сигналов MSK и GMSK.....	12
3.1 Аналоговый вариант формирования сигналов MSK и GMSK.....	12
3.2 Алгоритм функционирования цифрового формирова- теля сигналов MSK и GMSK.....	15
4 Автокорреляционный демодулятор сигналов MSK и GMSK.....	17
4.1 Автокорреляционный детектор.....	17
4.2 Фильтр нижних частот с АЧХ типа «приподнятый косинус».....	19
4.3 Блок формирования элементарных посылок.....	20
5 Определение частоты дискретизации и синтез циф- ровых узлов .....	28
5.1 Выбор частоты дискретизации.....	28
5.2 Синтез цифровых фильтров .....	29
5.3 Синтез нерекурсивного 90-градусного фазорасщепите- ля.....	31
6 Моделирование формирователя сигнала GMSK .....	33
6.1 Испытательный сигнал .....	33
6.2 Гауссовский фильтр .....	35
6.3 Интегратор и функциональные преобразователи .....	37
6.4 Повышающий преобразователь частоты .....	38
7 Моделирование демодулятора сигнала GMSK.....	40
7.1 Автокорреляционный детектор.....	40

7.2 Фильтр нижних частот с АЧХ типа «приподнятый косинус».....	41
7.3 Блок формирования элементарных посылок.....	42
8 Исследование помехоустойчивости демодулятора .....	46
8.1 Укрупнённый алгоритм исследования помехоустойчивости .....	46
8.2 Генератор шума .....	46
8.3 Программа машинного эксперимента.....	47
Приложение А. Программа синтеза гауссовского ФНЧ .....	52
Приложение Б. Программа синтеза ФНЧ с АЧХ типа «приподнятый косинус».....	56
Приложение В. Программа синтеза нерекурсивного 90-градусного фазорасщепителя.....	60

## Введение

Методические указания по выполнению курсовой работы «Цифровая обработка сигнала GMSK» разработаны в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 11-03-02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» и предназначены для самостоятельного выполнения курсовой работы студентами-бакалаврами.

Задание на курсовую работу предусматривает разработку алгоритма и моделирование формирователя и демодулятора сигнала GMSK и охватывает основные разделы дисциплины «Цифровая обработка сигналов»: «Дискретизация аналоговых сигналов», «Цифровые фильтры», «Цифровые узлы устройств цифровой обработки сигналов», а также применение быстрого преобразования Фурье для определения спектров сигналов.

Рекомендуется выполнить моделирование формирователя и демодулятора сигнала GMSK в программной среде Mathcad, достоинством которой является совершенная графика, обеспечивающая простоту наблюдения процессов обработки сигналов.

В методической разработке достаточно подробно описан процесс моделирования, однако студенту рекомендуется не просто воспользоваться приведёнными соотношениями, а детально в них разобраться.

В методической разработке имеется три приложения:

- Программа синтеза гауссовского ФНЧ,
- Программа синтеза ФНЧ с АЧХ типа «приподнятый косинус»,
- Программа синтеза нерекурсивного 90 – градусного фазорасщепителя.

Программы выполнены в среде Mathcad. Их рекомендуется включить в начало программы моделирования, чтобы не переносить результаты синтеза из одной программы в другую.

Курсовая работа содержит элементы исследования: требуется определить помехоустойчивость демодулятора при действии на его входе гауссовского шума, рассчитать доверительный интервал, в котором находится среднее значение вероятности ошибки, при заданной доверительной вероятности.

# Цифровой формирователь и автокорреляционный цифровой демодулятор сигнала GMSK

## 1 Задание на выполнение курсовой работы

Требуется разработать цифровой формирователь и цифровой демодулятор сигналов гауссовской минимальной частотной манипуляции GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying), предназначенный для передачи дискретных сообщений по радиоканалу.

Устройство должно удовлетворять следующим требованиям:

1. Скорость передачи -  $v$ ,
2. Средняя частота сигнала после АЦП равна четверти частоты дискретизации,
3. Требования к гауссовскому ФНЧ формирователя:
  - 3.1. Неравномерность АЧХ в полосе пропускания -  $\sigma_1$
  - 3.2. Произведение полосы пропускания ФНЧ на длительность элементарной посылки -  $BT$ ,
  - 3.3. Селективность -  $Se_1$
4. Требования к ФНЧ демодулятора:
  - 4.1. Неравномерность АЧХ в полосе пропускания не более -  $\sigma_2$ ,
  - 4.2. Селективность -  $Se_2$ ,
  - 4.3. Коэффициент скругления АЧХ -  $\alpha$
5. Измерение вероятности ошибки при приёме сигнала в случае действия на входе демодулятора гауссовского шума выполнить при отношении сигнал/шум -  $S_N$ .

Необходимо:

1. Разработать алгоритмы функционирования формирователя и демодулятора:
  - 1.1. Определить ширину спектра сигнала;
  - 1.2. Выбрать частоту дискретизации;
  - 1.3. Рассчитать коэффициенты системных функций цифровых фильтров;

- 1.4. Выполнить расчет АЧХ фильтров;
- 1.5. Разработать детальный алгоритм функционирования формирователя;
- 1.6. Разработать детальный алгоритм функционирования демодулятора.

2. Разработать программу моделирования модема и выполнить его моделирование на ЭВМ в программной среде Mathcad. Результатом моделирования должны быть следующие временные и спектральные диаграммы сигналов:

временные диаграммы:

- на входе формирователя,
- на выходе гауссовского ФНЧ,
- на выходе формирователя,
- на выходе автокорреляционного детектора демодулятора,
- на выходе выделителя фронтов,
- на выходе узла синхронизации,
- на выходе интегратора,
- на выходе формирователя элементарных посылок.

спектральные диаграммы сигнала:

- на входе гауссовского ФНЧ,
- на выходе гауссовского ФНЧ.
- на выходе формирователя при отсутствии и наличии гауссовского ФНЧ.

3. Разработать программу машинного эксперимента по исследованию помехоустойчивости демодулятора при помехе в виде гауссовского шума и определить вероятность ошибки при заданном отношении сигнал/шум  $S_N$  и при

## 2. Общие сведения о сигналах FSK, MSK и GMSK

### 2.1 Частотная манипуляция FSK

Сущность частотной манипуляции состоит в формировании синусоидального колебания частоты  $f_1$  при передаче отрицательной элементарной посылки и синусоидального колебания частоты  $f_2$  при передаче положительной посылки. Сдвигом называется разность этих частот.

$$F_{\text{сдв}} = f_2 - f_1.$$

На рисунке 1.1 приведены временные диаграммы передаваемого первичного сигнала (а), сигнала частотной манипуляции ((ЧМн, FSK- Frequency Shift Keying) на выходе формирователя (б), сигнала частотной манипуляции на входе демодулятора при наличии помех и искажений в канале передачи (в), сигнала на выходе частотного детектора (г) и сигнала на выходе формирователя элементарных посылок (д).

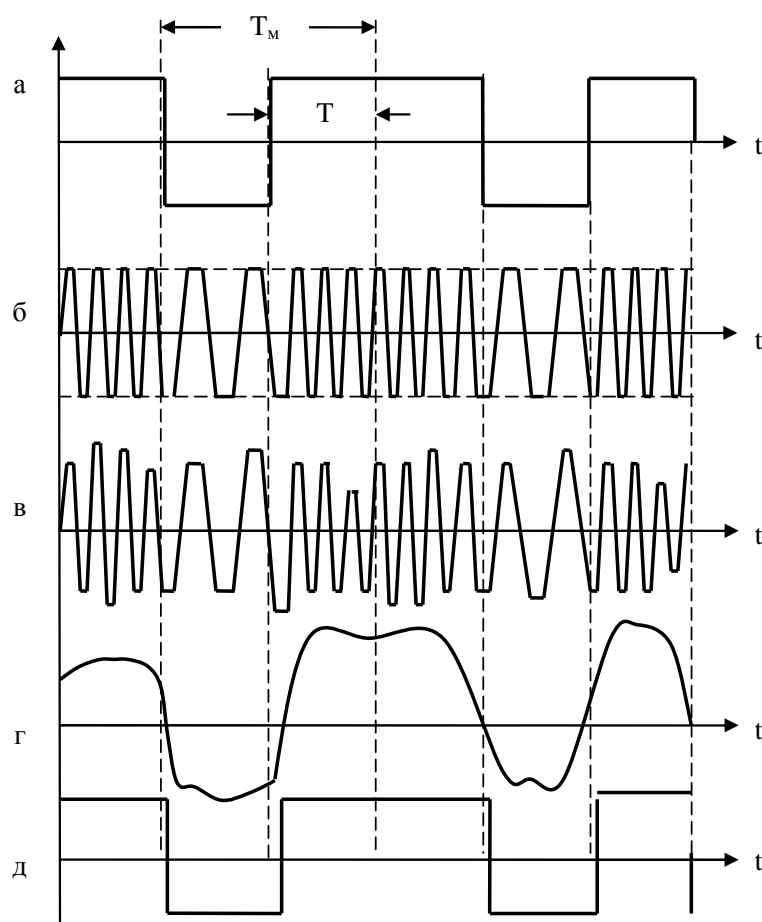


Рисунок 1.1 – Временные диаграммы формирования и демодуляции сигнала частотной манипуляции

На рисунке показан сигнал формирователя элементарных посылок в случае, когда формирование осуществляется по знаку входного сигнала: положительному входному сигналу соответствует постоянный положительный уровень выходного сигнала, а отрицательному уровню входного сигнала – постоянный отрицательный уровень выходного сигнала.



Скоростью манипуляции называется количество элементарных посылок в секунду. При длительности посылки  $T$  скорость манипуляции равна

$$v = \frac{1}{T}.$$

Период манипуляции равен  $T_M = 2T$ . Поэтому частота манипуляции равна

$$F_M = 1/(2T_M) = v/2.$$

На рисунке 1.2 показан спектр сигнала частотной манипуляции.

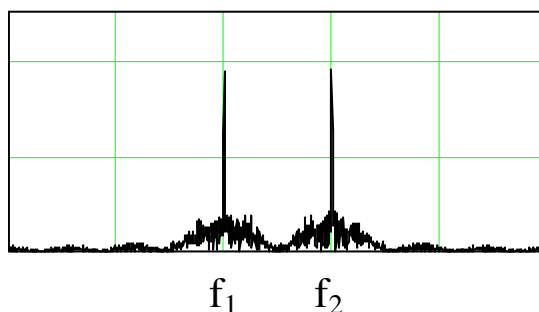


Рисунок 1.2 – Спектр сигнала частотной манипуляции

На рисунке наблюдаются два характерных максимума на частоте  $f_1$  и на частоте  $f_2$ . Из рисунка видно, что чем больше сдвиг частот, тем шире спектр сигнала ЧМН.

## 2.2 Минимальная частотная манипуляция MSK и гауссовская минимальная частотная манипуляция GMSK

Частотная манипуляция называется минимальной, если сдвиг частот  $F_{сдв}$  равен частоте манипуляции  $F_M$

$$F_{сдв} = F_M.$$

Достоинством сигнала минимальной частотной манипуляции (МЧМ, MSK – Minimum Shift Keying) является относительно узкий спектр, позволяющий разместить в ограниченном частотном диапазоне большее количество каналов с частотным разделением.

Для увеличения спектральной эффективности путем уменьшения ширины главного лепестка спектра и уровня боковых лепестков в модулятор сигнала МЧМ включают предмодуляционный гауссовский ФНЧ, т.е. ФНЧ, АЧХ которого описывается функцией Гаусса

$$K(f) = \exp\left(-\ln(\sigma) \cdot \left(\frac{f}{f_{гр}}\right)^2\right), \quad (1.1)$$

где  $f_{гр}$  – граничная частота ФНЧ при неравномерности в полосе пропускания  $\sigma$ .

Сигнал МЧМ, формируемый с использованием такого фильтра называют сигналом гауссовской МЧМ или GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying). Модуляция GMSK применяется в стандартах GSM и DECT.

В англоязычной литературе полосу пропускания гауссовского ФНЧ при неравномерности 3 дБ, равную его граничной частоте  $f_{гр}$ , обозначают символом **B** (Band – полоса) и используют параметр **BT**, равный произведению полосы пропускания ФНЧ на длительность элементарной посылки сигнала **T**. Величина этого параметра определяет ширину спектра сигнала GMSK.

На рисунках 1.3- 1.5 приведены спектры сигналов GMSK при разных значениях параметра **BT**

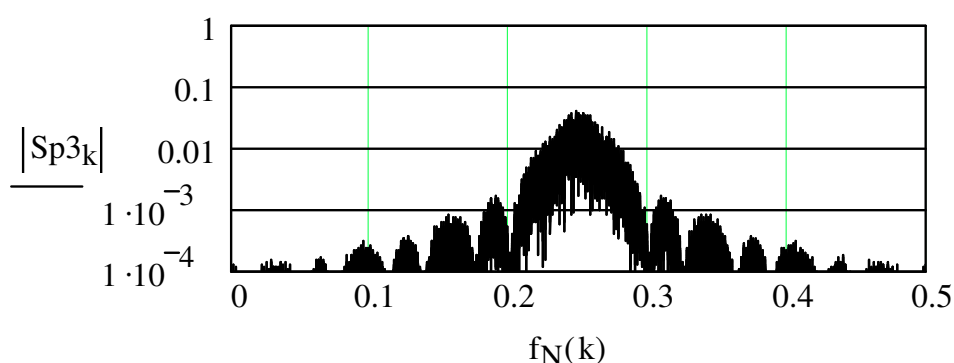


Рисунок 1.3 - Спектр сигнала GMSK при  $BT = 3$

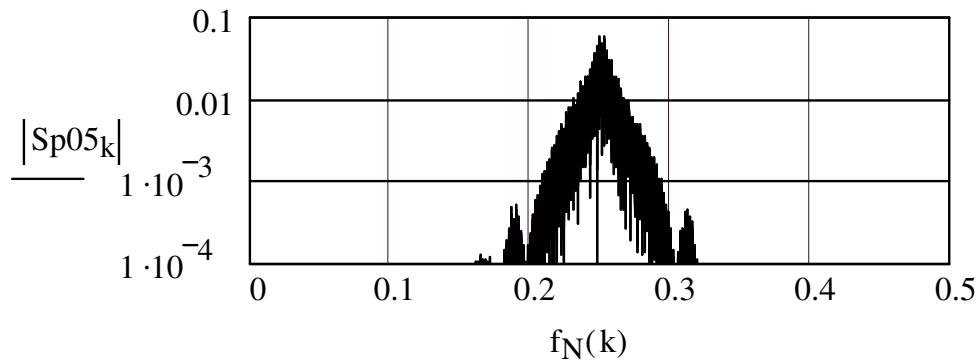


Рисунок 1.4 - Спектр сигнала GMSK при  $BT = 0,5$

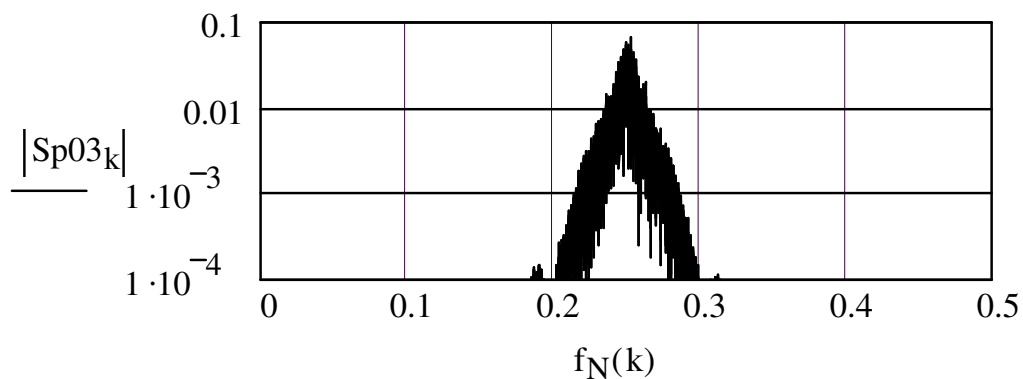


Рисунок 1.5 - Спектр сигнала GMSK при  $BT = 0,3$

Из рисунков видно, что при уменьшении параметра  $BT$  ширина спектра сигнала уменьшается.

Параметр  $BT=0.3$  применяется в стандарте GSM, а параметр  $BT=0.5$  – в стандарте DECT.

При сдвиге частот, равном частоте манипуляции  $F_M$ , девиация частоты – максимальное отклонение частоты от её среднего значения равна

$$\Delta f_m = \frac{F_M}{2} = \frac{v}{4} = \frac{1}{4T},$$

Индекс частотной манипуляции – отношение девиации частоты к частоте манипуляции равен

$$\psi = \frac{\Delta f_m}{F_M} = 0.5.$$

### 3. Укрупнённый алгоритм формирования сигналов MSK и GMSK

#### 3.1 Аналоговый вариант формирователя сигналов MSK и GMSK

Для понимания принципа работы цифрового формирователя сначала рассмотрим аналоговый вариант формирователя.

Известно, что аналоговый ЧМ сигнал описывается соотношением

$$y(t) = \cos \left( \int \omega(t) dt \right),$$

где  $\omega(t) = \omega_0 + \Delta \omega_m x_N(t)$  - мгновенная частота,  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ,

$$\Delta \omega_m = 2\pi \Delta f_m = \frac{\pi}{2T}, \quad f_0 - \text{средняя частота сигнала,}$$

$-1 \leq x_N(t) \leq 1$  - нормированный модулирующий сигнал.

В приведенном выражении амплитуда ЧМ сигнала принята равной единице, что не влияет на общность последующих выводов.

После подстановки выражения для мгновенной частоты под знак интеграла и последующего интегрирования получим

$$y(t) = \cos \left( \omega_0 t + \frac{\pi}{2} \frac{1}{T} \int x_N(t) dt \right) = C_0(t)C(t) - S_0(t)S(t),$$

где

$$C_0(t) = \cos(\omega_0 t), \quad S_0(t) = \sin(\omega_0 t),$$
$$C(t) = \cos \left( \frac{\pi}{2} \frac{1}{T} \int x_N(t) dt \right), \quad S(t) = \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{1}{T} \int x_N(t) dt \right).$$

Обозначим

$$\varphi'(t) = \frac{\pi}{2} \frac{1}{T} \int x_N(t) dt$$

Учитывая периодичность функций косинуса и синуса, достаточно определить значение мгновенной фазы сигнала в интервале от  $-\pi$  до  $\pi$ . Поэтому определим аргумент косинуса и синуса следующим образом:

$$\varphi(t) = \begin{cases} \varphi'(t) & \text{при } -\pi \leq \varphi'(t) \leq \pi, \\ \varphi'(t) - 2\pi & \text{при } \varphi'(t) > \pi, \\ \varphi'(t) + 2\pi & \text{при } \varphi'(t) < -\pi. \end{cases}$$

Тогда

$$C(t) = \cos(\varphi(t)), \quad S(t) = \sin(\varphi(t)).$$

Из приведенных соотношений следует, что для формирования сигнала MSK квадратурным методом необходимо иметь интегратор нормированного модулирующего сигнала, умноженного на  $0.5\pi/T$ , два функциональных преобразователя  $\cos(\varphi(t))$  и  $\sin(\varphi(t))$ , косинусно-синусный генератор несущей, вырабатывающий квадратурные компоненты  $\cos(\omega_0 t)$  и  $\sin(\omega_0 t)$ , и повышающий преобразователь частоты (рисунок 1.6).

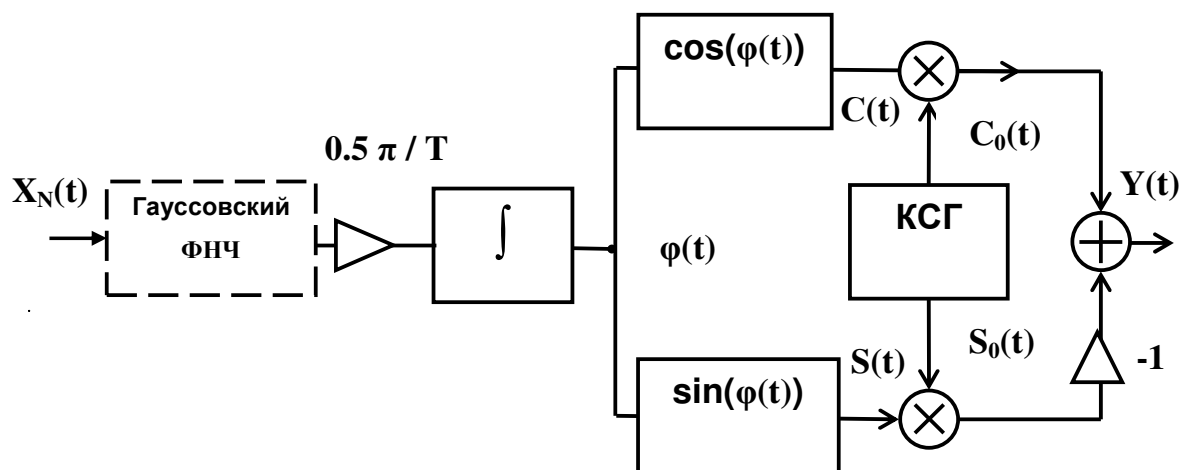


Рисунок 1.6 – Аналоговый формирователь сигналов MSK и GMSK

Формирователь сигнала GMSK отличается от формирователя сигнала MSK только наличием гауссовского ФНЧ, который на рисунке показан пунктиром.

На рисунке 1.7 приведены временные диаграммы формирования низкочастотных квадратурных компонент сигнала MSK.

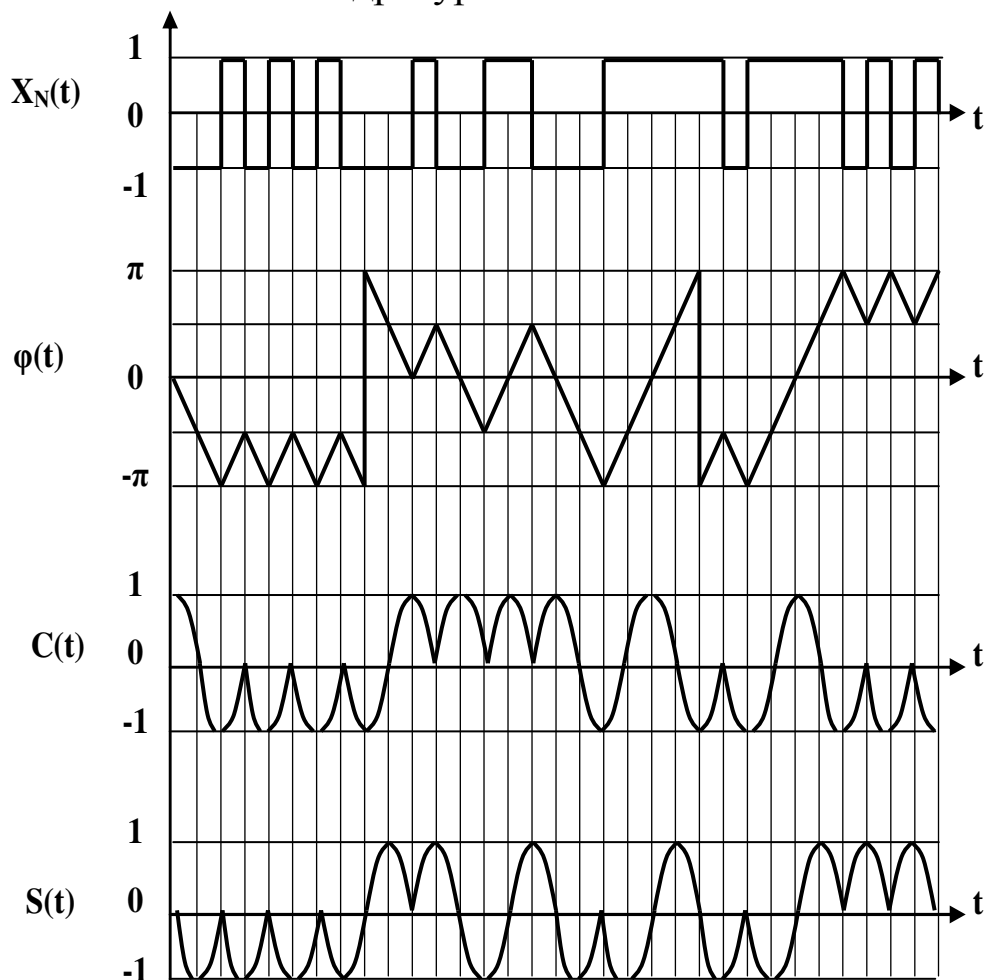


Рисунок 1.7 – Временные диаграммы формирования низкочастотных квадратурных компонент сигнала MSK

После повышающего преобразователя частоты получается сигнал MSK, временная диаграмма которого приведена на рисунке 1.8. На этом же рисунке показана последовательность элементарных посылок на входе формирователя, задержанная на временной интервал  $t_0$ .

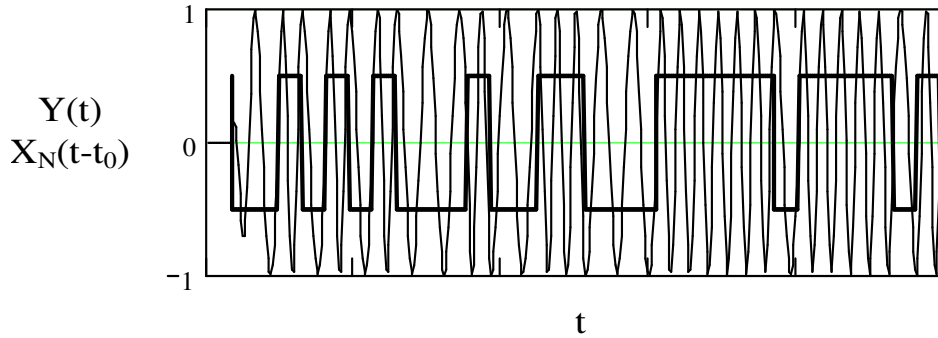


Рисунок 1.8. Временные диаграммы высокочастотных квадратурных компонент сигнала и выходной сигнал формирователя

### 3.2 Алгоритм функционирования цифрового формирователя сигналов MSK и GMSK

При цифровой реализации вместо непрерывной мгновенной фазы  $\varphi'(t)$  имеем дискретные отсчёты фазы

$$\varphi'_n = \frac{\pi}{2n_v T_D} \sum_n X_{Gn} T_D = \frac{\pi}{2n_v} \sum_n X_{Gn},$$

где  $n_v$  – количество отсчётов в элементарной посылке.

Укрупнённый алгоритм функционирования цифрового формирователя сигналов MSK и GMSK содержит те же блоки, что и аналоговый демодулятор рисунка 1.6, но с цифровой реализацией (рисунок 1.9)

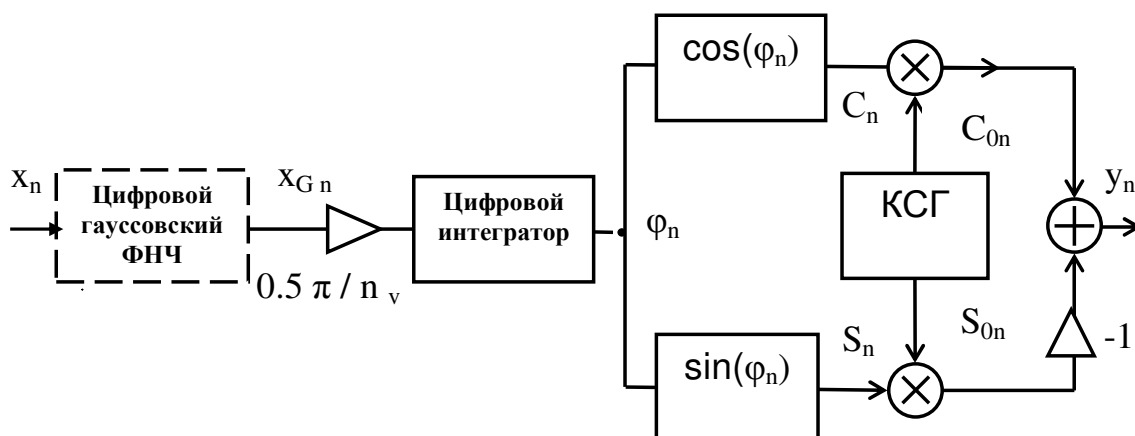


Рисунок 1.9. Укрупнённый алгоритм формирования сигналов MSK и GMSK

На рисунке 1.10 приведена схема гассовского фильтра.

Программа синтеза фильтра (расчёт коэффициентов  $B_{Gk}$  и длины линии задержки  $2K_0$ ) приведена в Приложении А.

На вход фильтра поступает сигнал  $X_n = X_{N_n}$ . Выходной сигнал фильтра определяется соотношением

$$X_{Gn} = B_{G0} X_{n-K_0} + \sum_{k=1}^{K_0} (B_{Gk} (X_{n-K_0-k} + X_{n-K_0+k})). \quad (1.2)$$

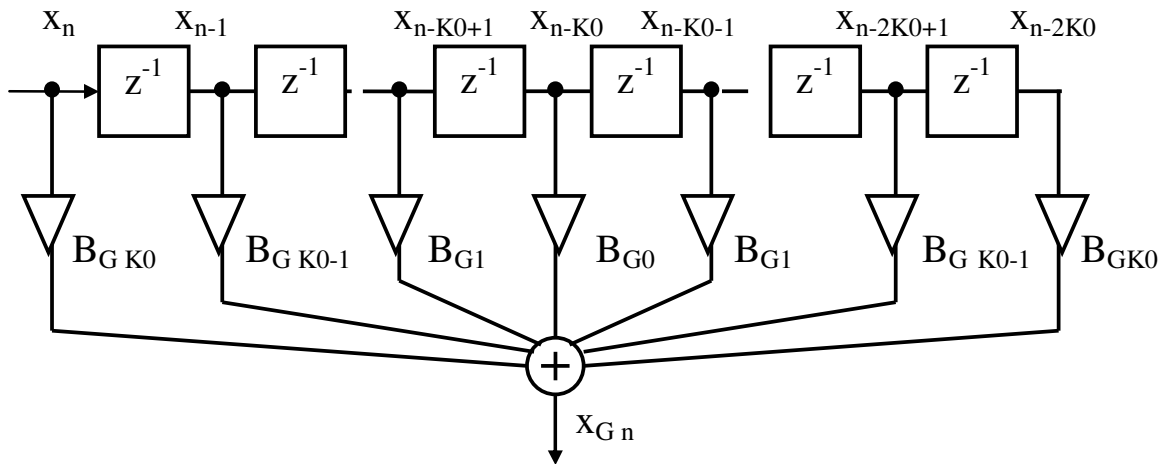


Рисунок 1.10. Гауссовский фильтр

Алгоритм функционирования цифрового интегратора определяется следующими соотношениями:

$$\Delta_n = \frac{\pi}{2} \frac{X_{Gn}}{n_v}, \quad (1.4)$$

$$\varphi_n = \begin{cases} \varphi_{n-1} + \Delta_n & \text{при } -\pi \leq \varphi_{n-1} + \Delta_n \leq \pi, \\ \varphi_{n-1} + \Delta_n - 2\pi & \text{при } \varphi_{n-1} + \Delta_n > \pi, \\ \varphi_{n-1} + \Delta_n + 2\pi & \text{при } \varphi_{n-1} + \Delta_n < -\pi. \end{cases} \quad (1.5)$$

Низкочастотные квадратурные компоненты на выходах функциональных преобразователей определяются соотношениями

$$C_n = \cos(\varphi_n), \quad S_n = \sin(\varphi_n). \quad (1.6)$$

Косинусно-синусный генератор формирует две квадратурные компоненты на частоте несущей



$$C_{0n} = \cos(\omega_0 n T_D), \quad S_{0n} = \sin(\omega_0 n T_D). \quad (1.7)$$

На выходе повышающего преобразователя действует сигнал

$$y_n = C_n C_{0n} - S_n S_{0n} = \cos(\omega_0 n T_D + \varphi_n). \quad (1.8)$$

При формировании сигнала MSK отсутствует гауссовский фильтр, поэтому в выражении для  $\Delta_n$  используется сигнал  $x_n$  вместо  $x_{Gn}$ .

#### 4 Автокорреляционный демодулятор сигналов MSK и GMSK

##### 4.1 Автокорреляционный детектор

На рисунке 1.11 приведен укрупнённый алгоритм функционирования автокорреляционного демодулятора сигналов MSK и GMSK.

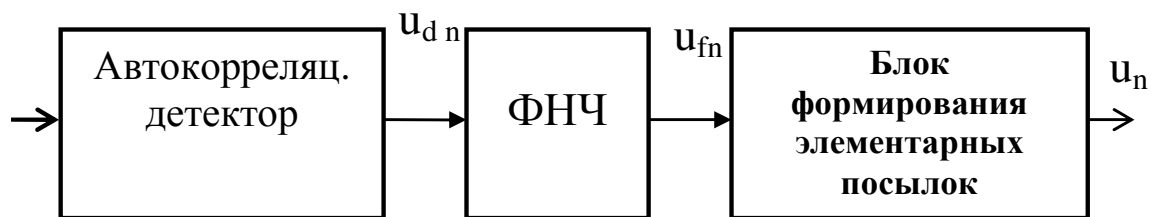
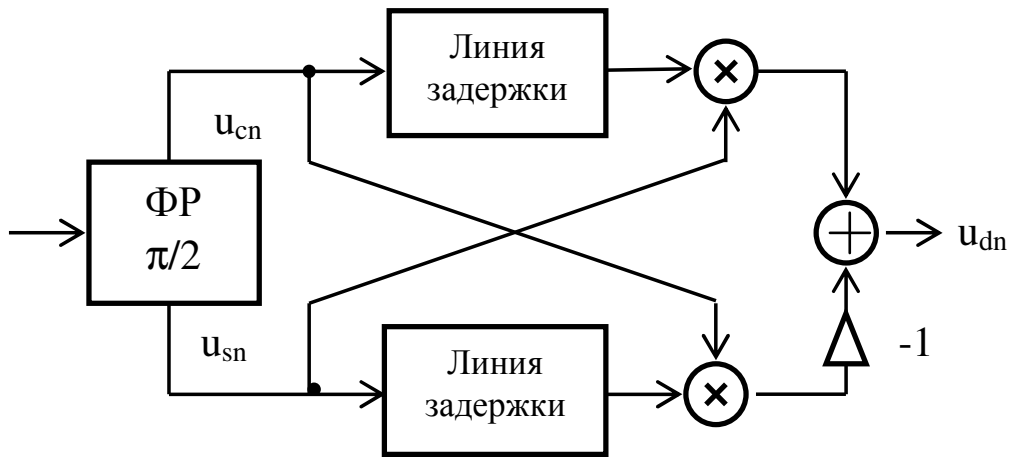


Рисунок 1.11. Укрупнённый алгоритм функционирования автокорреляционного демодулятора сигналов MSK и GMSK

Автокорреляционный детектор преобразует модулированный MSK (GMSK) – сигнал в последовательность импульсов  $u_{dn}$ , соответствующих переданному первичному сигналу. Фильтр нижних частот повышает помехоустойчивость приема при действии флуктуационных и сосредоточенных по частоте помех. Блок формирования элементарных посылок преобразует выходной сигнал фильтра  $u_{fn}$  в последовательность прямоугольных импульсов  $u_n$ .

Функциональная схема автокорреляционного детектора представлена на рисунке 1.12.



1.12 – Автокорреляционный детектор

Детектор состоит из 90-градусного фазорасщепителя (ФР), двух линий задержки, каждая из которых задерживает сигнал на длительность элементарной посылки  $T$  или на  $n_v$  отсчётов, двух перемножителей и вычитателя.

Пусть на выходах ФР действуют сигналы

$$u_{cn} = \cos(\omega_0 n T_D + \varphi_n), \quad u_{sn} = \sin(\omega_0 n T_D + \varphi_n),$$

где  $\varphi_n$  - мгновенная фаза сигнала, обусловленная модуляцией MSK или GMSK.

Тогда на выходе детектора получим

$$u_{dn} = u_{sn} u_{cn-nv} - u_{cn} u_{sn-nv} = \sin(\omega_0 n_v T_D + \varphi_n - \varphi_{n-nv}). \quad (1.9)$$

Для нормальной работы детектора необходимо, чтобы в длительности элементарной посылки укладывалось целое число полупериодов несущей, т.е. выполнялось условие

$$\omega_0 n_v T_D = \pi L, \quad \text{где } L - \text{целое число.} \quad (1.10)$$

В этом случае сигнал на выходе детектора равен

$$u_{dn} = (-1)^L \sin(\varphi_n - \varphi_{n-nv}).$$

На рисунке 1.13 приведены: временная диаграмма передаваемого нормированного сигнала  $x_{Nn}$  действующего на входе формирователя сигнала MSK, фаза сигнала на входе демодулятора  $\varphi_n$  изменяющаяся в соответствии с законом модуляции, фаза сигнала, задержанного на длительность элементарной посылки  $\varphi_{n-nv}$ , разность фаз  $\varphi_n - \varphi_{n-nv}$  и синус этой разности, определяющий выходной сигнал автокорреляционного детектора.

Для простоты на этом и последующих рисунках показаны огибающие отсчётов дискретных сигналов.

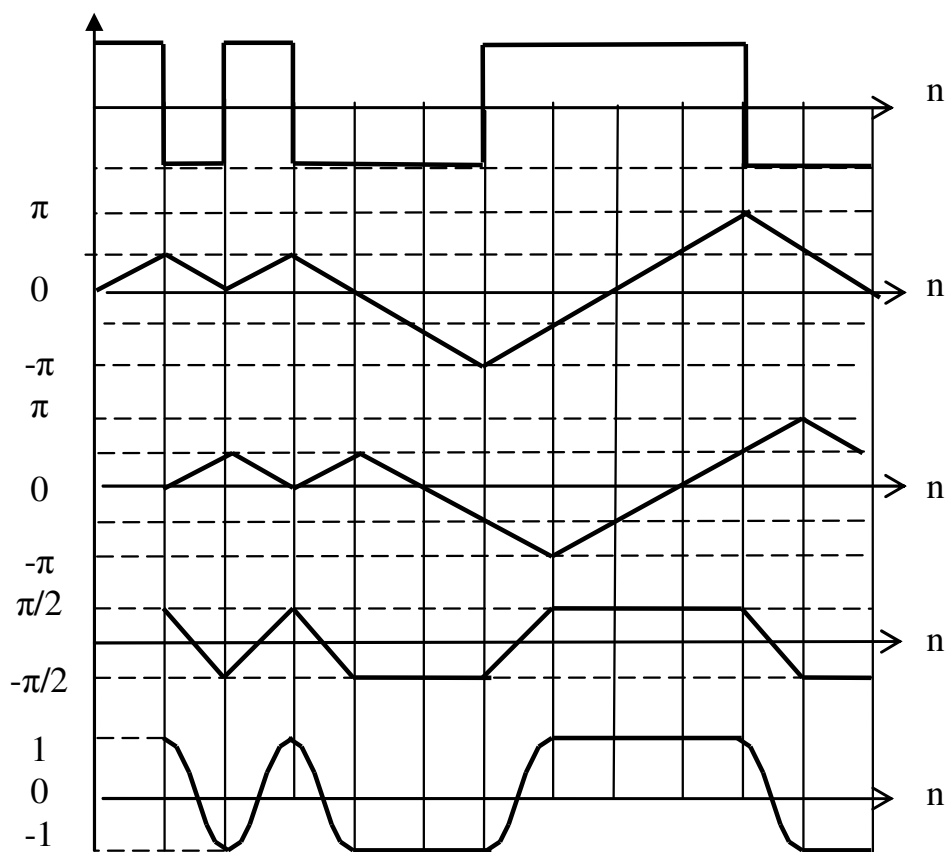


Рисунок 1.13 Временные диаграммы сигналов, поясняющие работу автокорреляционного детектора

#### 4.2 Фильтр нижних частот с АЧХ типа «приподнятый косинус»

Для повышения помехоустойчивости демодулятора после детектора включается ФНЧ. Рассмотрим нерекурсивный ФНЧ с АЧХ типа «приподнятый косинус», достоинством которого являются малые межсимвольные искажения выходного сигнала.

На рисунке 1.14 приведена АЧХ этого фильтра, где  $f_N$  – текущее значение нормированной частоты,  $\alpha$  – коэффициент скругления АЧХ,  $f_{Ng}$  – нормированная граничная частота на уровне 0.5.

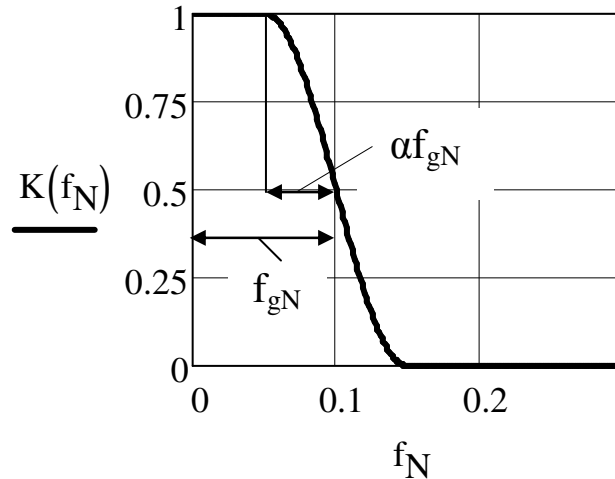


Рисунок 1.14 – АЧХ типа «приподнятый косинус» при  $\alpha = 0.5$

АЧХ фильтра описывается следующим соотношением

$$K(f_N) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq f_N \leq (1 - \alpha) \cdot f_{Ng}, \\ 0.5 \cdot \left( 1 - \sin \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_N - f_{Ng}}{\alpha \cdot f_{Ng}} \right) \right) & \text{при } (1 - \alpha) \cdot f_{Ng} < f_N < (1 + \alpha) \cdot f_{Ng}, \\ 0 & \text{при } (1 + \alpha) \cdot f_{Ng} \leq f_N \leq 0.5 \end{cases}$$

Структурная схема фильтра не отличается от схемы гауссовского фильтра, но с другими значениями коэффициентов и длины линии задержки.

Программа синтеза фильтра приведена в Приложении Б.

#### 4.3 Блок формирования элементарных посылок

Выходной сигнал фильтра поступает на блок формирования элементарных посылок.

Возможны разные варианты построения этого блока.

Вариант 1

Выходной сигнал блока определяется соотношением

$$u_n = \begin{cases} U & \text{при } u_{fn} \geq 0, \\ -U & \text{при } u_{fn} < 0, \end{cases}$$

где  $U$  – константа. Например,  $U=1$ .

На рисунке 1.15 приведены временные диаграммы формирования выходного сигнала демодулятора.

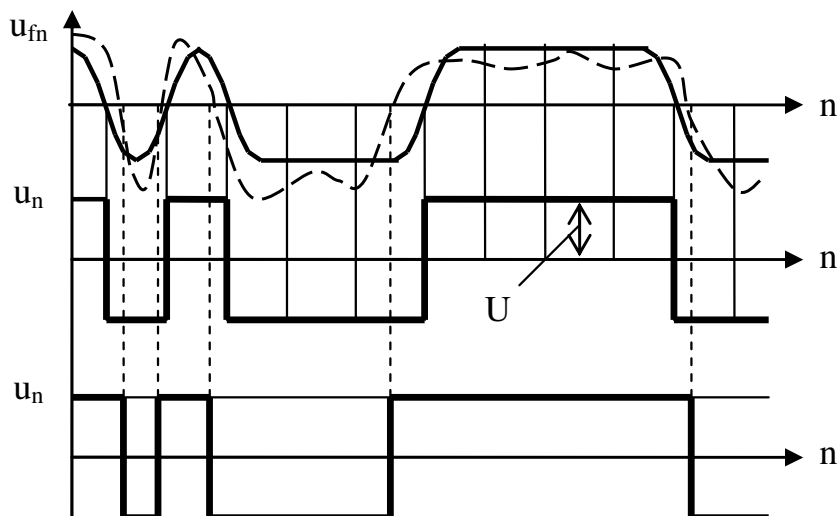


Рисунок 1.15. Временная диаграмма формирования выходного сигнала демодулятора (вариант 1)

На рисунке приведены два выходных сигнала ФНЧ при отсутствии (сплошная линия) и при наличии помех и искажений сигнала (пунктирная линия). Этим двум сигналам соответствуют два варианта выходных сигналов демодулятора  $u_n$ . Из рисунка видно, что при наличии помех и искажений сигнала на выходе ФНЧ посылки на выходе демодулятора имеют разную длительность, отличную от длительности элементарных посылок передаваемого сигнала. В этом недостаток простейшей реализации блока формирования элементарных посылок.

Вариант 2.

Этот вариант предусматривает определение знака элементарной посылки в её середине и в зависимости от результата формирование положительной или отрицательной посылки.

Такой метод построения блока формирования элементарных посылок называется методом стробирования. Сущность метода поясняет рисунок 1.16.

Для определения знака сигнала на выходе ФНЧ формируется последовательность единичных стробирующих отсчётов  $I_{str_n}$  с периодом, равным длительности элементарной посылки.

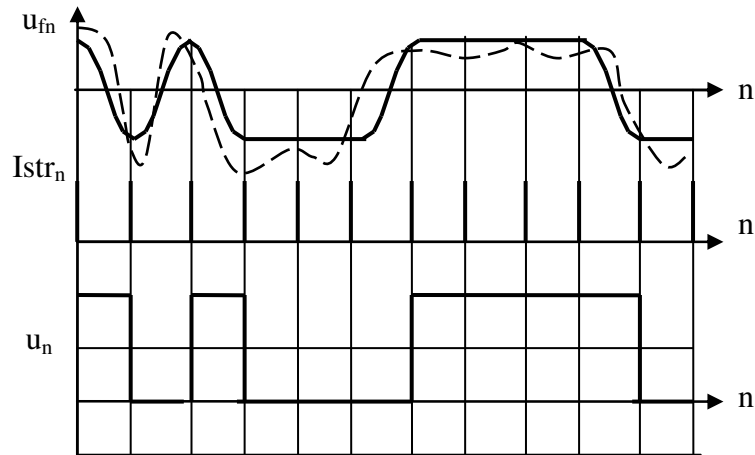


Рисунок 1.16. Временная диаграмма формирования выходного сигнала демодулятора (вариант 2)

Последовательность должна быть сфазирована так, чтобы каждый её отсчёт по времени соответствовал середине элементарной посылки. При  $Istr_n > 0$  определяется знак отсчёта сигнала на выходе ФНЧ. При  $u_{fn} \geq 0$  устанавливается положительный уровень выходного сигнала  $u_n = U$  и остаётся неизменным до появления следующего единичного отсчёта  $Istr_n$ . При  $u_{fn} < 0$  устанавливается отрицательный уровень выходного сигнала  $u_n = -U$  и остаётся неизменным до появления следующего отсчёта  $Istr_n$ .

Таким образом, выходной сигнал описывается следующим соотношением

$$u_n = \begin{cases} U & \text{при } (Istr_n > 0) \& (u_{fn} \geq 0), \\ -U & \text{при } (Istr_n > 0) \& (u_{fn} < 0), \\ u_{n-1} & \text{при } Istr_n = 0. \end{cases}$$

Из рисунка видно, что длительность элементарных посылок на выходе демодулятора остаётся неизменной. Если при наличии искажений сигнала знак элементарной посылки в её середине сохраняется, то переданная посылка воспроизводится правильно. Это преимущество варианта 2 перед вариантом 1. Но если из-за действия помехи знак отсчета в середине элементарной посылки изменяется на противоположный, то возникает ошибка.

Кроме того этот вариант требует формирования последовательности единичных отсчётов и её фазирования.

Укрупнённый алгоритм блока формирования элементарных посылок по методу стробирования приведен на рисунке 1.17. В состав блока входит подстраиваемый генератор пилообразных колебаний. Подстройка генератора осуществляется по последовательности единичных отсчётов, действующих на выходе выделителя фронтов импульсной последовательности на выходе ФНЧ.

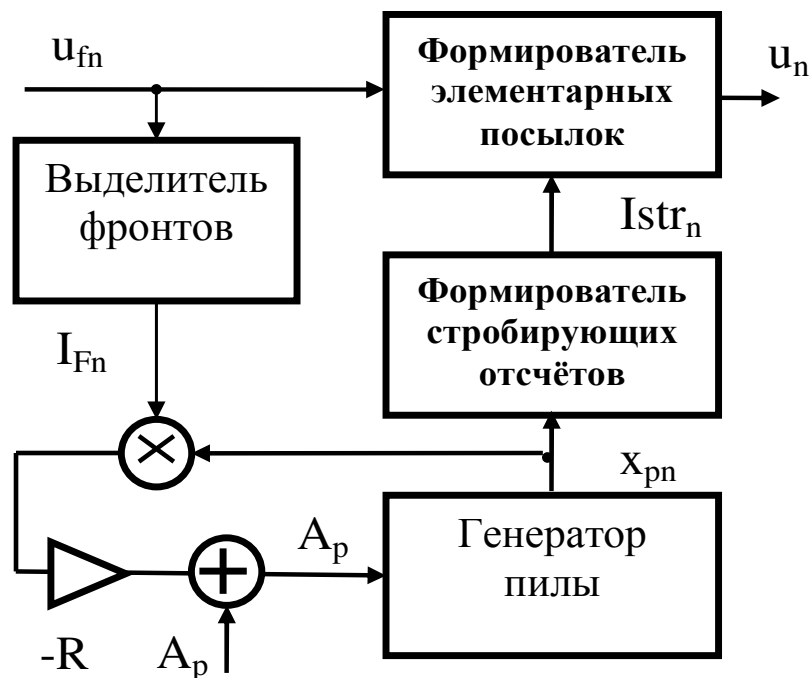


Рисунок 1.17. Блок формирования элементарных посылок с использованием метода стробирования (вариант 2)

Рисунок 1.18 иллюстрирует формирование стробирующих отсчётов. Из пилообразного колебания формируются стробирующие отсчеты в момент перехода отсчёта пилы с положительного на отрицательное значение  $(x_{pn} x_{pn-1} < 0) \& (x_{pn} < 0)$ .

Пилообразное колебание формируется следующим образом

$$x_{pn} = \begin{cases} x_{pn-1} + A_p & \text{при } x_{pn-1} + A_p < P, \\ x_{pn-1} + A_p - 2P & \text{при } x_{pn-1} + A_p \geq P. \end{cases} \quad (1.11)$$

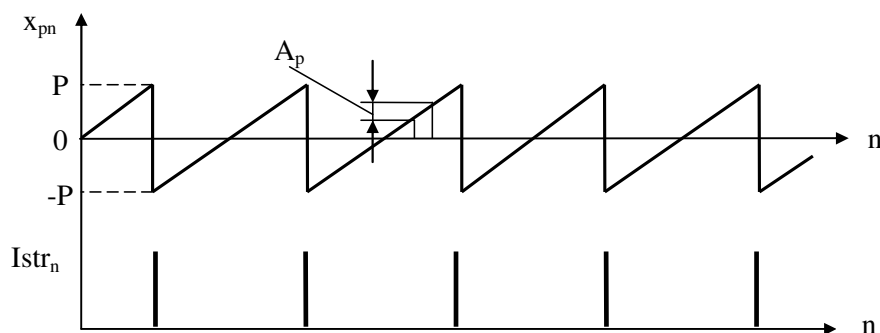


Рисунок 1.18. пилообразное колебание и последовательность стробирующих отсчетов

Период пилообразного колебания равен

$$T_p = T_d \frac{2P}{A_p}.$$

В рассматриваемом случае период пилы должен быть равен длительности элементарной посылки  $T_d n_v$ .

Поэтому при отсутствии автоподстройки константа  $A_p$  определяется следующим соотношением

$$A_{p0} = \frac{2P}{n_v}.$$

Принцип подстройки фазы генератора пилообразных колебаний поясняет рисунок 1.19.

Выделитель фронтов вырабатывает единичный отсчет при переходе сигнала на выходе ФНЧ от посылки негатива к посылке позитива и наоборот согласно следующему соотношению:

$$I_{Fn} = \begin{cases} 1 & \text{при } (u_{Fn} = 0) \text{ или } (u_{Fn} \cdot u_{Fn-1} < 0), \\ 0 & \text{при } u_{Fn} \cdot u_{Fn-1} > 0. \end{cases} \quad (1.12)$$

Если пилообразное колебание сфазировано правильно, то единичному отсчету сигнала выделителя фронтов  $I_{Fn}$  соответствует нулевое значение  $x_{pn}$ . При неправильном фазировании единичный отсчет  $I_{Fn}$  приходится либо на отрицательное, либо на положительное значение отсчёта пилы.

Это обстоятельство используется для подстройки фазы пилообразного колебания в соответствии с рисунком 1.17.



На этом рисунке  $A_{g0}$  – значение константы пилы при разомкнутом кольце автоподстройки, а  $R$  – константа управления

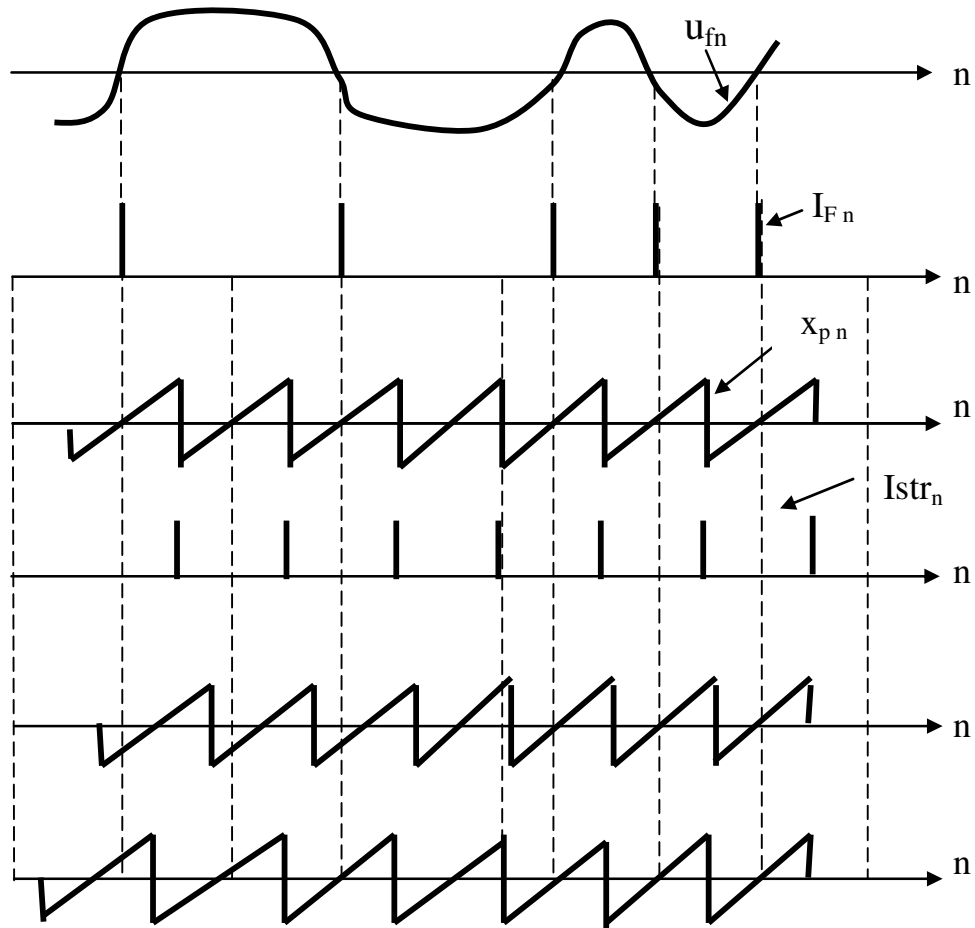
$$R = (0.05 \dots 0.15) A_{p0}.$$


Рисунок 1.19 – Временные диаграммы подстройки фазы пилообразного колебания

Вариант 3.

В этом варианте построения блока формирования элементарных посылок используется интегрирование выходного сигнала фильтра за время действия элементарной посылки.

Принцип формирования выходного сигнала демодулятора поясняет рисунок 1.20.

Чтобы обеспечить интегрирование за время действия элементарной посылки формируется последовательность единичных отсчётов  $I_{g_n}$ , действующих на границах элементарных посылок.

С приходом единичного отсчёта интегратор обнуляется, а затем начинается процесс интегрирования.

Сигнал на выходе интегратора определяется следующим соотношением

$$\text{Int}_n = \begin{cases} 0 & \text{при } I_{g_n} > 0, \\ \text{Int}_{n-1} + u_{fn} & \text{при } I_{g_n} = 0. \end{cases} \quad (1.13)$$

В зависимости от знака сигнала на выходе интегратора в конце интервала интегрирования формируется выходной сигнал демодулятора  $u_n$

$$u_n = \begin{cases} U & \text{при } (I_{g_n} > 0) \& (\text{Int}_{n-1} \geq 0), \\ -U & \text{при } (I_{g_n} > 0) \& (\text{Int}_{n-1} < 0), \\ u_{n-1} & \text{при } I_{g_n} = 0. \end{cases} \quad (1.14)$$

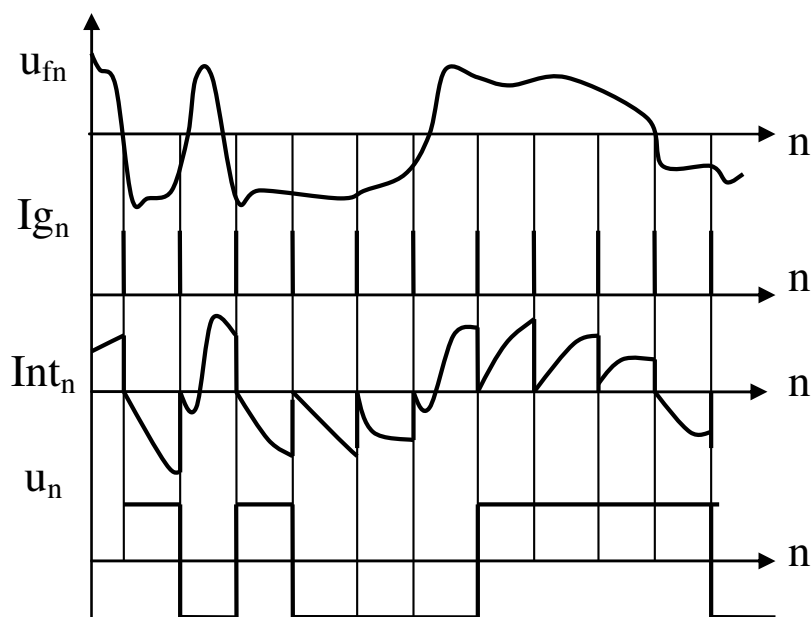


Рисунок 1.20. Временная диаграмма формирования выходного сигнала демодулятора (вариант 3)

Укрупнённый алгоритм функционирования блока формирования элементарных посылок с использованием метода интегрирования приведён на рисунке 1.21

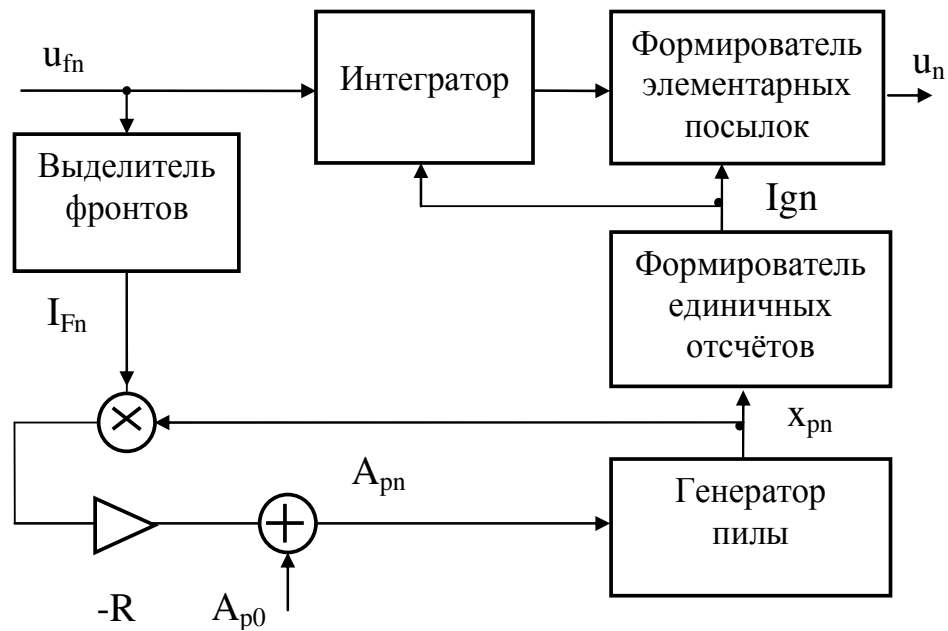


Рисунок 1.21 Блок формирования элементарных посылок с использованием метода интегрирования (вариант 3)

Он отличается от аналогичного алгоритма варианта 2 только наличием интегратора и использованием вместо стробирующих отсчётов  $I_{str_n}$  отсчётов  $I_{g_n}$  (рисунок 1.22). Отсчёты  $I_{g_n}$  формируются из той же пилы, но при переходе через нуль от отрицательных отсчётов к положительным  $((x_{p_n} x_{p_{n-1}} < 0) \& (x_{p_n} > 0))$  или при  $(x_{p_n} = 0)$ .

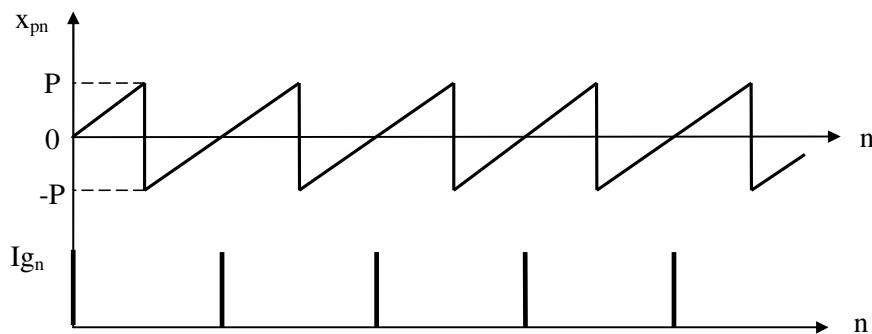


Рисунок 1.22. пилообразное колебание и последовательность отсчетов на границах элементарных посылок  $I_{g_n}$

Достоинством варианта 3 является более высокая помехоустойчивость демодулятора при действии флуктуационных помех по сравнению с вариантом 2.

## 5. Определение частоты дискретизации и синтез цифровых узлов

### 5.1 Выбор частоты дискретизации

При выборе частоты дискретизации, во-первых, будем руководствоваться условиями:

- частота дискретизации должна превышать удвоенную ширину спектра сигнала на входе дискретизатора  $F_d > 2\Delta F$ ;
- средняя частота сигнала, приведённая в интервал от нуля до половины частоты дискретизации, должна быть равна четверти частоты дискретизации  $F_0 = F_d/4$ .

В разделе 4.1 было показано, что при использовании автокорреляционного детектора должно выполняться условие

$$\omega_0 n_v T_d = \pi L, \text{ где } L - \text{целое число.}$$

При  $\omega_0 = 2\pi F_0$  и  $F_0/F_d = 1/4$  получим

$$\frac{n_v}{2} = L.$$

Последнее соотношение означает, что количество отсчётов в элементарной посылке должно выражаться чётным числом.

Ширина спектра сигнала GSM на уровне -40 дБ ориентировочно определяется по формуле

$$\Delta F = \begin{cases} 2v & \text{при } BT = 0.3, \\ 2.4v & \text{при } BT = 0.5, \\ 2.6v & \text{при } BT = 0.7. \end{cases}$$

Приняв  $F_d = (3...5)F_0$ , получим

$$F_d = \begin{cases} (6...10)v & \text{при } BT = 0.3, \\ (7...12)v & \text{при } BT = 0.5, \\ (8...13)v & \text{при } BT = 0.7. \end{cases}$$

Учитывая, что количество отсчётов в элементарной посылке равно  $F_d/v$  и должно выражаться чётным целым числом, получим допустимые значения  $n_v$

$$n_v = \begin{cases} 6, 8, 10 & \text{при } BT=0.3, \\ 8, 10, 12 & \text{при } BT=0.5, \\ 8, 10, 12 & \text{при } BT=0.7. \end{cases}$$

Выбор минимального из допустимых значений позволяет уменьшить частоту дискретизации, следовательно, увеличить время обработки сигнала, выбор максимального значения ослабляет эффект наложения спектров при дискретизации и повышает помехоустойчивость демодулятора при использовании интегрального приёма.

После выбора  $n_v$  определяется частота дискретизации

$$F_d = v n_v.$$

## 5.2 Синтез цифровых фильтров

Гауссовский фильтр (рисунок 1.10) является нерекурсивным цифровым фильтром с линейной ФЧХ и требуемой АЧХ  $D(f_N)$ , описываемой функцией Гаусса

$$D(f_N) = \exp\left(-\ln(\sigma)\left(\frac{f_N}{f_{Ng}}\right)^2\right) \quad (1.15)$$

где  $\sigma$  – неравномерность АЧХ в полосе пропускания в относительных единицах,  $f_N = f/F_d$  – нормированная частота,  $f_{Ng}$  – нормированная граничная частота.

Реальная АЧХ нерекурсивного гауссовского фильтра описывается следующим соотношением

$$K_G(f_N) = \left| B_{G0} + 2 \sum_{k=1}^{K_0} \left( B_{Gk} \cos(2\pi k f_N) \right) \right| \quad (1.16)$$

Исходными данными для синтеза фильтра являются:

- Количество отсчётов в элементарной посылке  $n_v$ ,
- Неравномерность АЧХ в полосе пропускания  $\sigma_{1\text{дБ}}$ ,
- Селективность фильтра  $Se_{1\text{дБ}}$ ,
- Параметр ВТ,

$$f_{Ng} := \frac{BT}{n_v}.$$

- Нормированная граничная частота

Под неравномерностью АЧХ в полосе пропускания понимается отношение максимального коэффициента передачи в пределах полосы пропускания к минимальному коэффициенту передачи в этом же частотном интервале.

Под селективностью понимается отношение максимального коэффициента передачи в полосе пропускания к максимальному коэффициенту передачи в полосе задерживания.

Задачей синтеза фильтра является определение константы  $K_0$ , определяющей половину длины линии задержки фильтра, и коэффициентов системной функции  $B_{Gk}$ .

Из (1.16) видно, что АЧХ определяется рядом Фурье, количество членов которого задаётся константой  $K_0$ , а коэффициенты системной функции  $B_{Gk}$  являются коэффициентами Фурье.

Коэффициенты разложения в ряд Фурье требуемой АЧХ  $D_G(f_N)$  определяются следующими соотношениями:

$$B_{G0} = 2 \int_0^{0.5} D_G(f_N) df_N$$

$$B_{Gk} = 2 \int_0^{0.5} D_G(f_N) \cos(2\pi k f_N) df_N$$

Программа синтеза гауссовского фильтра приведена в Приложении А.

Фильтр нижних частот с АЧХ «приподнятый косинус» имеет такую же структуру, как гауссовский фильтр, и рассчитывается аналогичным образом.

Требуемая АЧХ этого фильтра описывается соотношением

$$D(f_N) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq f_N \leq (1 - \alpha), \\ 0.5 \cdot \left( 1 - \sin \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_N - f_{Ng}}{\alpha \cdot f_{Ng}} \right) \right) & \text{при } (1 - \alpha) \cdot f_{Ng} < f_N < (1 + \alpha) \cdot f_{Ng}, \\ 0 & \text{при } (1 + \alpha) \cdot f_{Ng} \leq f_N \leq 0.5 \end{cases}$$

где  $\alpha$  – коэффициент скругления АЧХ.

Исходными данными для расчёта фильтра являются:

- Нормированная граничная частота фильтра  $f_{Ng} = (0.5 \dots 1) / n_v$ ,
- Коэффициент скругления АЧХ  $\alpha$ ,
- Селективность  $Se_{2 \text{ дБ}}$ .

Коэффициенты разложения функции  $D(f_N)$  и реальная АЧХ фильтра находятся по формулам

$$B_0 = 2 \int_0^{0.5} D(f_N) df_N$$

$$B_k = 2 \int_0^{0.5} D(f_N) \cos(2\pi k f_N) df_N$$

$$K(f_N) = \left| B_0 + 2 \sum_{k=1}^{K0} (B_k \cos(2\pi k f_N)) \right|,$$

где  $K0$  – половина длины линии задержки.

Программа синтеза фильтра приведена в Приложении Б.

Программы, приведённые в Приложениях А и Б, позволяют наряду с АЧХ рассчитать и ФЧХ фильтров.

### 5.3 Синтез нерекурсивного 90-градусного фазорасщепителя

На рисунке 1.23 приведена структурная схема нерекурсивного 90-градусного фазорасщепителя (ФР).

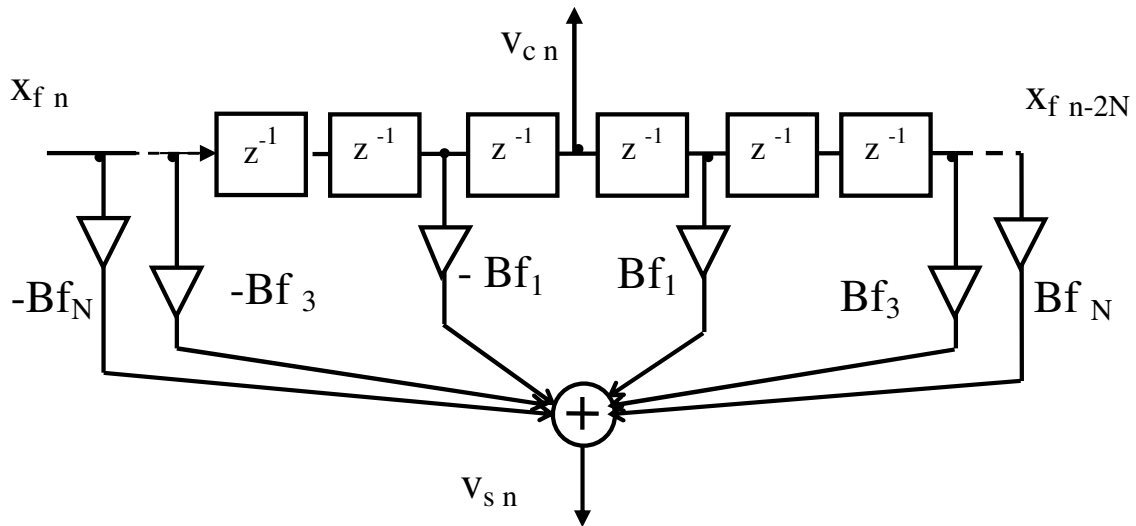


Рисунок 1.23 Нерекурсивный 90-градусный фазорасщепитель

Фазорасщепитель представляет собой линейный цифровой узел, имеющий один вход и два выхода. В идеальном 90-градусном ФР составляющие спектра одинаковой частоты двух выходных сигналов  $V_{cn}$  и  $V_{sn}$  имеют одинаковые амплитуды и сдвинуты по фазе на 90 градусов. Сигнал  $V_{cn}$  будем называть сигналом косинусной компоненты, а сигнал  $V_{sn}$  сигналом синусной компоненты.

Разность ФЧХ ФР по выходам косинусной и синусной компонент не зависит от частоты и равна  $90^0$ .

Коэффициент передачи ФР по выходу косинусной компоненты не зависит от частоты и равен единице, а коэффициент передачи по выходу синусной компоненты отличается от единицы и является функцией частоты

$$K_s(f_N) := 2 \left| \sum_{m=0}^M [Bf_{2m+1} \cdot \sin [(2 \cdot m + 1) \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_N]] \right|$$

Задачей синтеза ФР является определение длины линии задержки  $2N$  и коэффициентов системной функции  $Bf_k$ , при которых разность коэффициентов передачи по выходам синусной и косинусной компонент (амплитудная погрешность) не превышает допустимой величины в заданной полосе пропускания ФР.



Исходными данными для синтеза ФР являются:

- Нормированная полоса пропускания  $\Pi_N$ ,
- Максимальная амплитудная погрешность  $\delta_{\max}$ .

Нормированная полоса пропускания ФР выбирается равной

$$\Pi_N = \frac{\Delta F}{F_d}.$$

где  $\Delta F$  - ширина спектра сигнала GMSK.

Программа синтеза ФР, реализующая метод наименьших квадратов, приведена в Приложении В.

## 6 Моделирование формирователя сигнала GMSK

### 6.1 Испытательный сигнал

Исходные данные:

$n_v$  – количество отсчётов в элементарной посылке,

$n_{\max}$  – максимальный номер отсчёта дискретного сигнала.

Величину  $n_{\max}$  можно выбрать произвольно в пределах 4000...5000.

1. Счётчик отсчётов

$n_{\max} := 5000$

$n_v := 8$

Задаётся нулевой отсчёт переменной счётчика

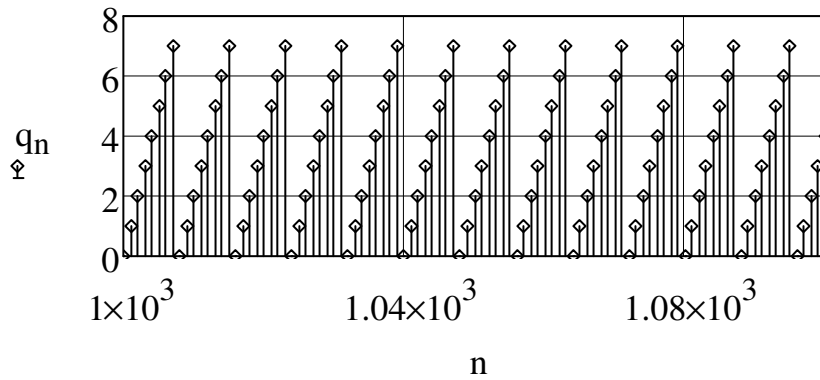
$q_0 := 0$

Диапазон изменения порядкового номера отсчёта

$n := 1 .. n_{\max}$

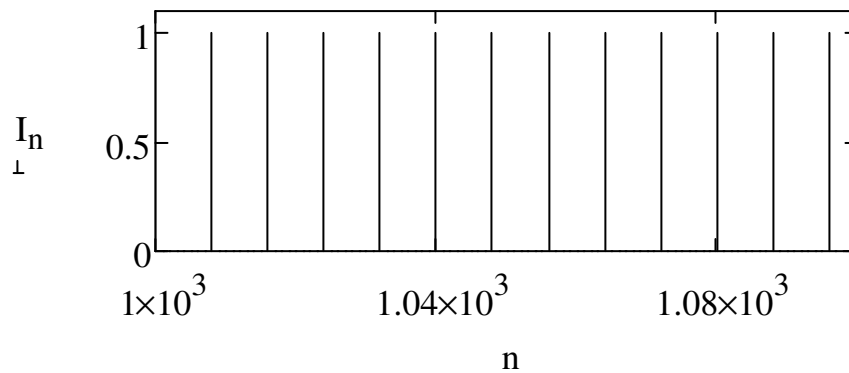
Формирование последовательности отсчётов счётчика

$q_n := \text{if}(q_{n-1} + 1 < n_v, q_{n-1} + 1, 0)$



2. Последовательность единичных отсчётов на границах элементарных посылок испытательного сигнала

$$I_n := \text{if}(q_n = 0, 1, 0)$$

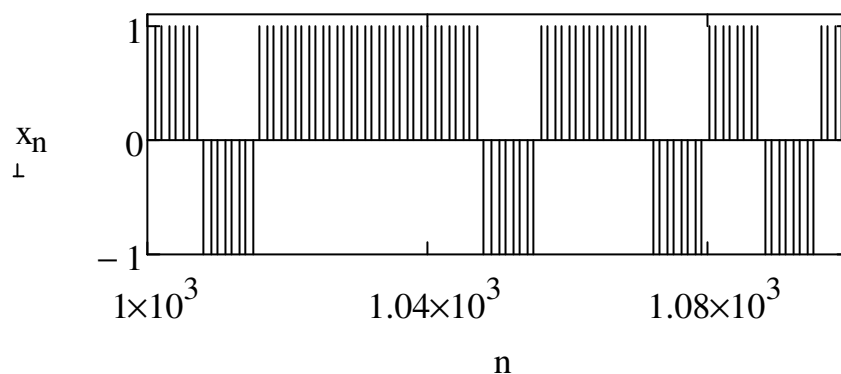


3. Испытательный сигнал в виде случайной последовательности элементарных посылок

$$x_0 := -1$$

$$n := 1 \dots n_{\max}$$

$$x_n := \text{if}(I_n > 0, \text{if}(\text{rnd}(1) \geq 0.5, X, -X), x_{n-1})$$



Сформированный сигнал изначально является нормированным, изменяющимся в диапазоне от -1 до 1.

## 6.2 Гауссовский фильтр

Исходные данные:

$K_0$  – половина длины линии задержки,

$B_{Gk}$  – коэффициенты системной функции фильтра,

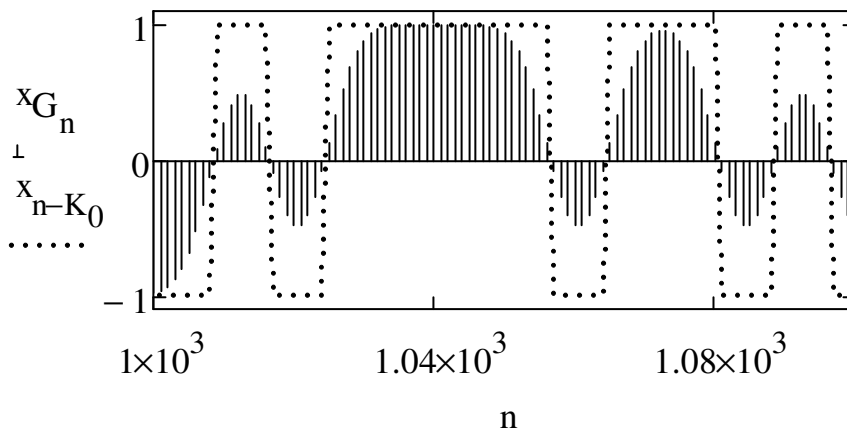
$n_{\max}$  – максимальный номер отсчёта сигнала (повторно в программу не вводится).

Согласно схеме рисунка 1.10 выходной сигнал гауссовского ФНЧ определяется следующим соотношением

$$n := 2 \cdot K_0 .. n_{\max}$$

$$x_{G_n} := B_{G_0} \cdot x_{n-K_0} + \sum_{k=1}^{K_0} \left[ B_{G_k} \cdot (x_{n-K_0+k} + x_{n-K_0-k}) \right]$$

Поскольку программа Mathcad не позволяет использовать элементы массива с отрицательными индексами начальное значение порядкового номера отсчёта выбрано равным  $2K_0$ .



На временной диаграмме наряду с выходным сигналом фильтра пунктиром показана огибающая отсчётов входного сигнала фильтра, задержанного на  $K_0$  отсчётов. Следовательно, задержка сигнала в фильтре равна половине длины линии задержки.

Определим спектры сигналов на входе и выходе фильтра. Для этого воспользуемся встроенной в Mathcad функцией прямого быстрого преобразования Фурье FFT.

Алгоритмы быстрого преобразования Фурье требуют, чтобы количество членов последовательности удовлетворяло условию  $2^M$ , где  $M$  целое число.

В этой связи необходимо из последовательностей отсчётов входного и выходного сигналов фильтра сформировать новые последовательности в установившемся режиме работы фильтра:

$$m_{\max} := 2047$$

$$m := 0 .. m_{\max}$$

$$x0_m := x_2 \cdot K_0 + m$$

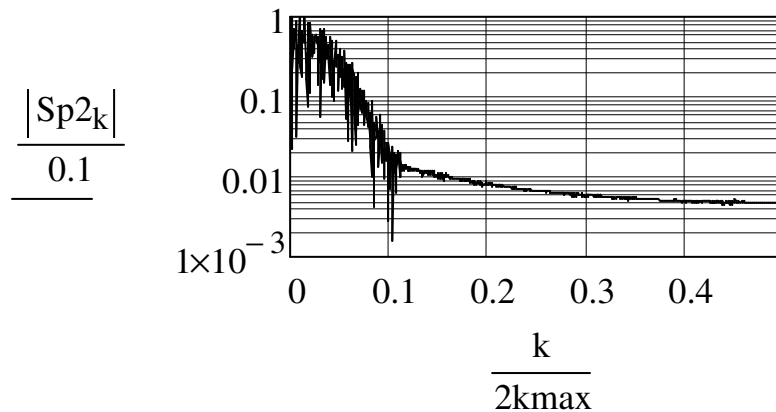
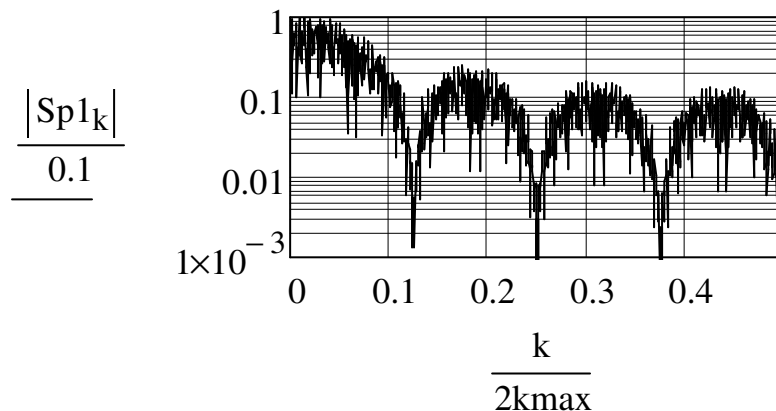
$$x0_{G_m} := x_{G_2} \cdot K_0 + m$$

$$Sp1 := \text{FFT}(x0)$$

$$Sp2 := \text{FFT}(x0_G)$$

$$k_{\max} := \frac{m_{\max} + 1}{2}$$

$$k := 0 .. k_{\max}$$



На спектральных диаграммах по оси абсцисс отложена нормированная частота  $f_N = k/(2 \cdot k_{\max})$ , а по оси ординат отношение модулей отсчётов спектральной плотности к их максимальному значению.

В приведённом примере для определения спектра сформирован массив из  $2^{11}$  отсчётов, начиная с тысячного отсчёта сигналов на входе и выходе фильтра. Можно выбрать и другое значение, но в установившемся режиме работы фильтра.

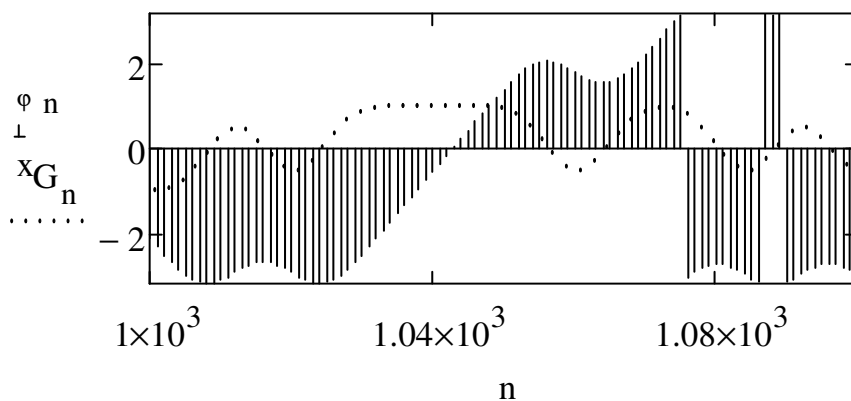
### 6.3 Интегратор и функциональные преобразователи

Моделирование интегратора осуществляется с учётом (1.4) и (1.5).

$n := 0 .. n_{\max}$

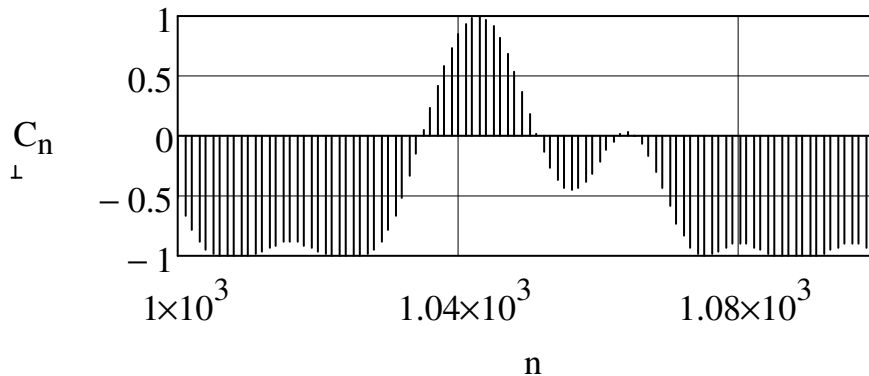
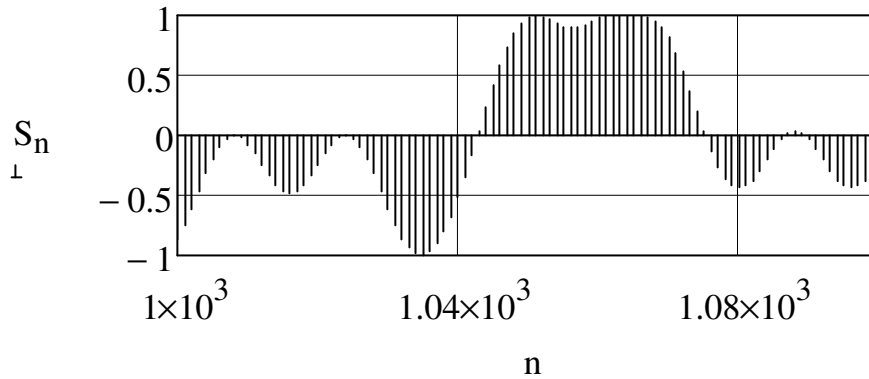
$$\Delta_n := \frac{\pi}{2} \cdot \frac{x_{G_n}}{n_V}$$

$\varphi :=$   $\left\{ \begin{array}{l} \varphi_0 \leftarrow 0 \\ \text{for } n \in 1..n_{\max} \\ \left\{ \begin{array}{l} \varphi_n \leftarrow \varphi_{n-1} + \Delta_n \\ \varphi_n \leftarrow \varphi_{n-1} + \Delta_n - 2 \cdot \pi \text{ if } \varphi_{n-1} + \Delta_n > \pi \\ \varphi_n \leftarrow \varphi_{n-1} + \Delta_n + 2 \cdot \pi \text{ if } \varphi_{n-1} + \Delta_n < -\pi \end{array} \right. \\ \varphi \end{array} \right.$



На выходах функциональных преобразователей получим

$$C_n := \cos(\varphi_n) \quad S_n := \sin(\varphi_n)$$



#### 6.4 Повышающий преобразователь частоты

Исходные данные:  $f_{N0} = 0.25$  - нормированная средняя частота выходного сигнала формирователя

В состав преобразователя частоты входит косинусно-синусный генератор, частота колебаний которого равна  $f_{N0}$ .

Рассмотрим вариант построения генератора на основе генератора пилообразных колебаний.

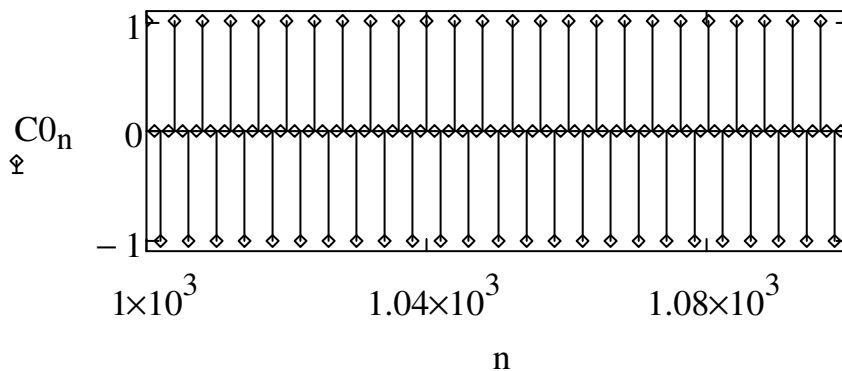
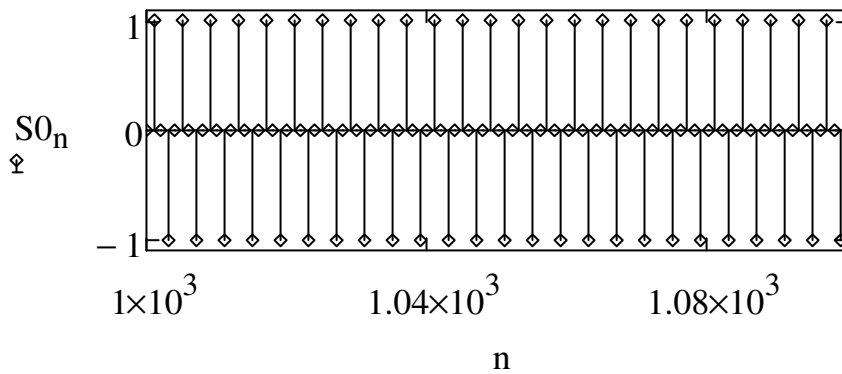
Рассчитывается константа  $A0$ , определяющая частоту генерируемых колебаний, и формируется пила

$$A0 := 2 \cdot f_{N0}$$

$$p0_n := \text{if}(p0_{n-1} + A0 \geq 1, p0_{n-1} + A0 - 2, p0_{n-1} + A0)$$

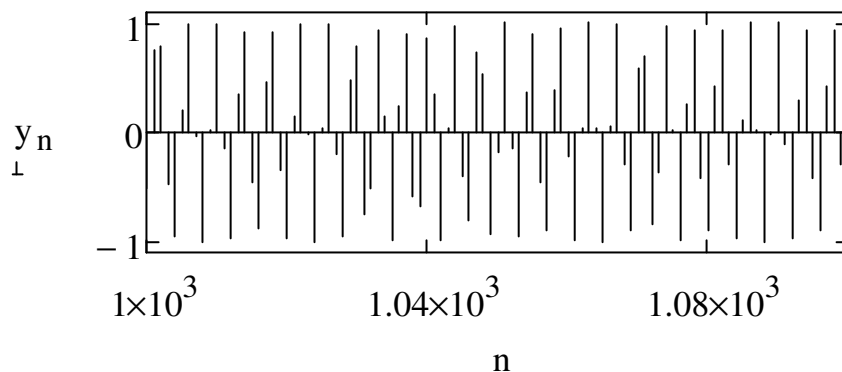
Используются два функциональных преобразования для получения из пилообразного колебания синусной и косинусной компоненты

$$S0_n := \sin(\pi \cdot p0_n) \quad C0_n := \cos(\pi \cdot p0_n)$$

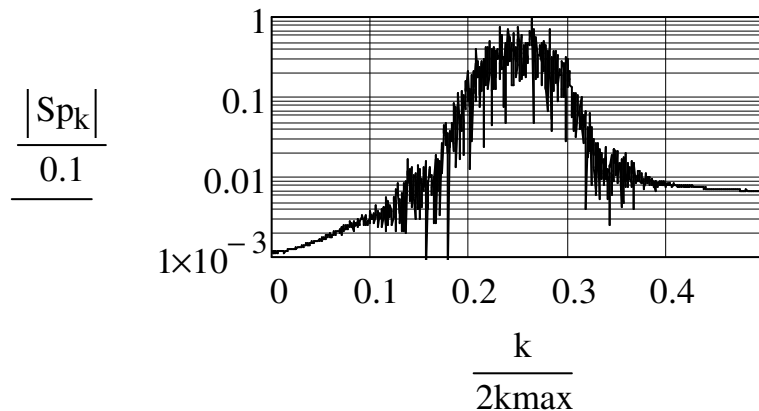


Выходной сигнал преобразователя преобразователя определяется следующим соотношением

$$y_n := C_n \cdot C0_n - S_n \cdot S0_n$$



Методика определения спектра выходного сигнала формирователя не отличается от рассмотренной выше методики определения спектров сигналов на входе и выходе гауссовского фильтра.



## 7 Моделирование демодулятора сигнала GMSK

### 7.1 Автокорреляционный детектор

Исходные данные для моделирования детектора:

$K_0$  – половина длины линии задержки 90-градусного ФР,

$Bf_k$  – коэффициенты системной функции ФР,

$n_v$  – количество отсчётов в элементарной посылке,

$u_n$  – входной GMSK сигнал (сигнал с выхода формирователя)

На вход ФР подаётся сигнал с выхода формирователя

$$x_{f_n} := u_n$$

Согласно структурной схеме ФР (рисунок 1.23) выходные сигналы ФР определяются следующими соотношениями

$$n := 2 \cdot N .. n_{\max}$$

$$v_{c_n} := x_{f_{n-N}} \cdot \frac{N-1}{2}$$

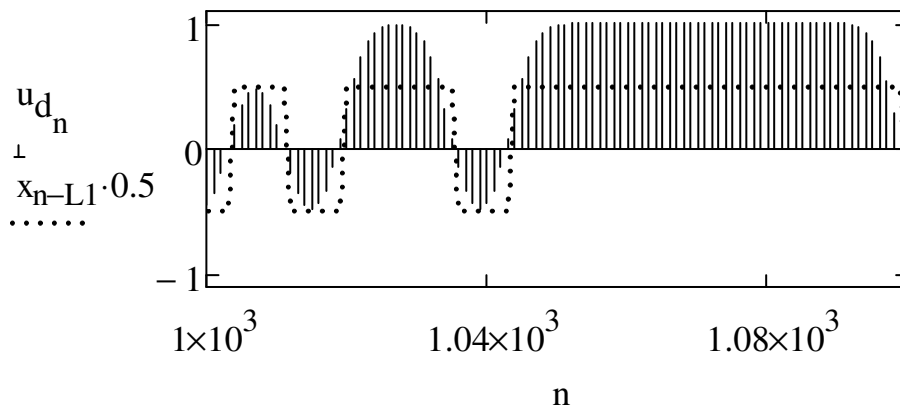
$$v_{s_n} := \sum_{m=0}^{N-1} \left[ Bf_{2 \cdot m+1} \cdot \left( x_{f_{n-N-2 \cdot m-1}} - x_{f_{n-N+2 \cdot m+1}} \right) \right]$$

Выходной сигнал детектора равен

$$u_{d_n} := \left( v_{s_n} \cdot v_{c_{n-n_v}} - v_{c_n} \cdot v_{s_{n-n_v}} \right) \cdot (-1)^{\frac{n_v}{2}}$$



$$L1 := K_0 + N + \frac{n_V}{2}$$



На временной диаграмме наряду с сигналом на выходе детектора показана пунктиром с задержкой на  $L1$  огибающая отсчётов передаваемого сигнала. Положительным посылкам передаваемого сигнала  $x_n$  соответствует положительный уровень сигнала на выходе детектора, а отрицательным посылкам – отрицательный.

## 7.2 Фильтр нижних частот с АЧХ типа «приподнятый косинус»

Исходные данные:

$K_0$  – половина длины линии задержки ФНЧ,

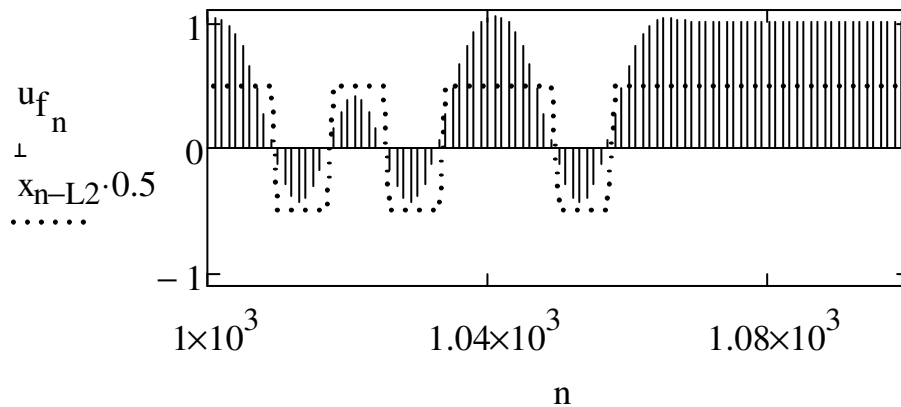
$B_k$  – коэффициенты системной функции фильтра

Структурная схема фильтра типа «приподнятый косинус» отличается от структурной схемы гауссовского фильтра только значениями параметров, поэтому разностное уравнение, определяющее функционирование фильтра «приподнятый косинус», подобно разностному уравнению гауссовского фильтра

$$n := 2 \cdot K_0 .. n_{\max}$$

$$u_{f_n} := B_0 \cdot u_{d_{n-K_0}} + \sum_{k=1}^{K_0} \left[ B_k \cdot \left( u_{d_{n-K_0+k}} + u_{d_{n-K_0-k}} \right) \right]$$

$$L2 := L1 + K0$$



При отсутствии помех сигнал на выходе фильтра почти не отличается от входного сигнала.

### 7.3 Блок формирования элементарных посылок

В этом разделе рассматривается моделирование блока элементарных посылок с использованием метода интегрирования (рисунок 1.21)

Исходные данные:

$A_{p0} = \frac{2}{n_v}$  - константа, задающая значение частоты пилообразного колебания при разомкнутом кольце автоподстройки

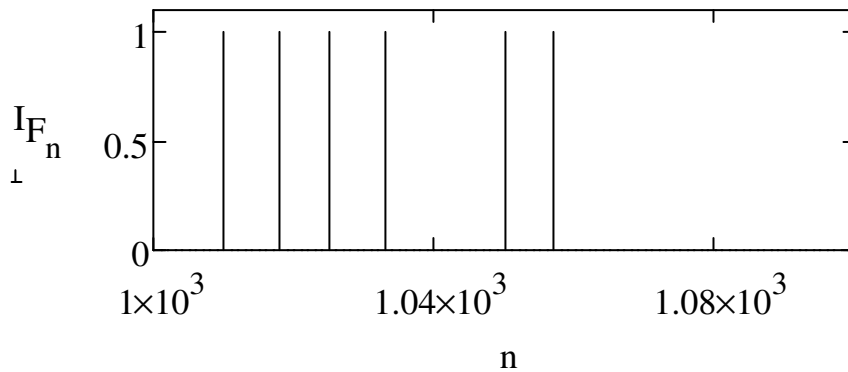
$R$  – константа управления, которая выбирается из условия

$$R = (0.05 \dots 0.15) A_{p0}$$

Выделитель фронтов элементарных посылок сигнала, действующих на выходе ФНЧ

Согласно (1.12)

$$I_{F_n} := \text{if} \left[ \left( u_{f_n} \cdot u_{f_{n-1}} < 0 \right) + \left( u_{f_n} = 0 \right), 1, 0 \right]$$



### Подстраиваемый генератор пилообразного колебания

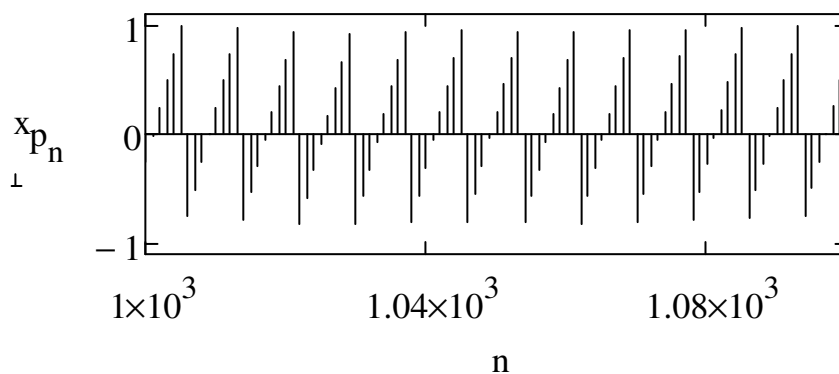
Из-за наличия цепей обратной связи генератор моделируется в режиме программирования.

В цикле по порядковому номеру отсчёта формируются отсчёты пилообразного колебания  $x_{pn}$ , у которого задающая частоту константа  $A_p$  зависит от сигнала выделителя фронтов  $I_{Fn}$ .

$$A_{p0} := \frac{2}{n_v}$$

$$R := 0.1 \cdot A_{p0}$$

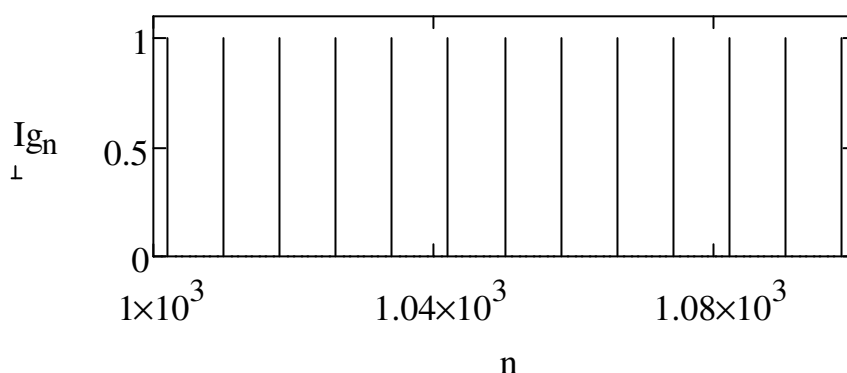
$$x_p := \left| \begin{array}{l} A_p \leftarrow A_{p0} \\ x_{p0} \leftarrow 0 \\ \text{for } n \in 1 \dots n_{\max} \\ \quad \left| \begin{array}{l} x_{pn} \leftarrow \text{if} (x_{p_{n-1}} + A_p < 1, x_{p_{n-1}} + A_p, x_{p_{n-1}} + A_p - 2) \\ A_p \leftarrow A_{p0} - R \cdot x_{pn} \text{ if } I_{Fn} > 0 \end{array} \right. \\ x_p \end{array} \right.$$



Формирователь единичных отсчётов на границах элементарных посылок

Единичный отсчёт формируется при переходе пилообразного колебания от отрицательного полупериода к положительному

$$I_{g_n} := \text{if} \left[ \left( x_{p_n} \cdot x_{p_{n-1}} < 0 \right) \cdot \left( x_{p_n} > 0 \right) + \left( x_{p_n} = 0 \right), 1, 0 \right]$$



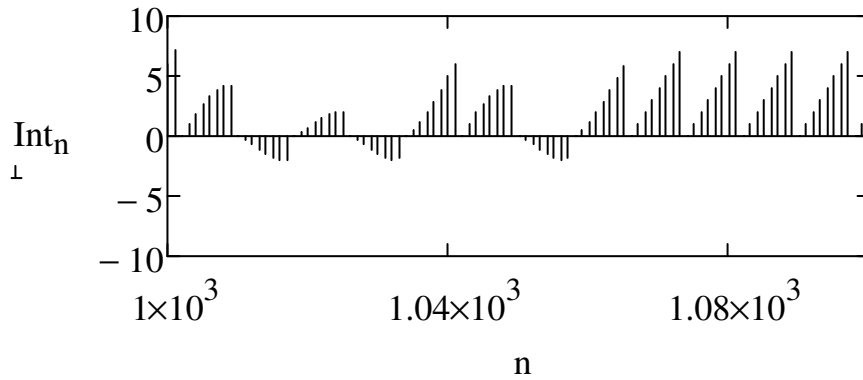
Интегратор

При появлении единичного отсчёта  $I_{g_n}$ , определяющего границу элементарной посылки сигнала, интегратор обнуляется, а при  $I_{g_n}=0$  осуществляется интегрирование выходного сигнала фильтра

$$Int_0 := 0$$

$$n := 1 .. n_{\max}$$

$$Int_n := \text{if} \left( I_{g_n} > 0, 0, Int_{n-1} + u_{f_n} \right)$$



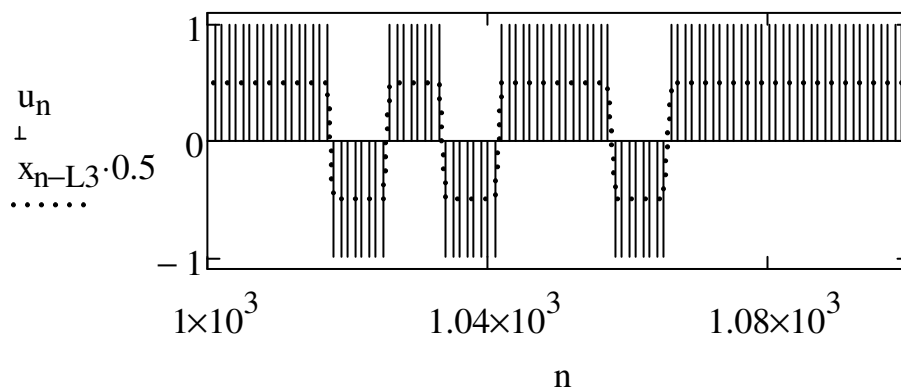
### Формирователь элементарных посылок

В момент появления единичного отсчёта  $I_{g_n}$  определяется знак выходного сигнала интегратора в конце интервала интегрирования (в момент дискретного времени  $n-1$ ), по которому определяется уровень выходного сигнала формирователя. Этот уровень остаётся неизменным до появления следующего единичного отсчёта.

$$u_0 := 0$$

$$u_n := \text{if}(I_{g_n} > 0, \text{if}(Int_{n-1} < 0, -1, 1), u_{n-1})$$

$$L3 := L2 + n_v$$



На временной диаграмме наряду с выходным сигналом демодулятора  $u_n$  показан передаваемый сигнал  $x_n$ , действующий на входе формирователя и задержанный на  $L3$  отсчётов.

Если эти сигналы не совпадут, нужно искать ошибку в расчётах или в моделировании.

## 8 Исследование помехоустойчивости демодулятора

### 8.1 Укрупнённый алгоритм исследования помехоустойчивости

На рисунке 1.24 приведен алгоритм исследования помехоустойчивости демодулятора при действии на его входе помехи в виде гауссовского шума.

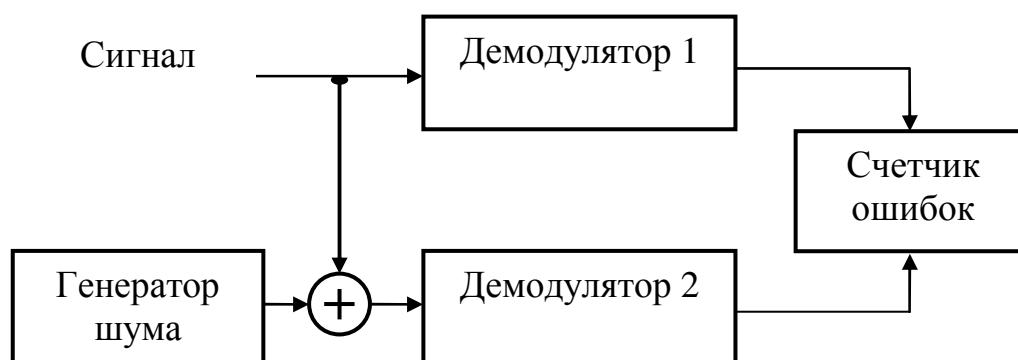


Рисунок 1.24 – Алгоритм исследования помехоустойчивости демодулятора

Демодулятор 2 представляет собой точную копию демодулятора 1. На вход демодулятора 1 поступает модулированный сигнал, а на вход демодулятора 2 – сигнал и шум.

Счетчик ошибок сравнивает знаки элементарных посылок на выходах демодуляторов и при их несовпадении увеличивает количество обнаруженных ошибок на единицу.

Подсчет ошибок осуществляется в установившемся режиме после завершения переходных процессов в демодуляторах.

### 8.2 Генератор шума

Генератор шума формирует вектор случайных чисел, имеющих нормальное распределение.

В программной среде Mathcad имеется встроенная функция  $gnorm(m, \mu, \sigma)$ , где  $m$  – количество случайных чисел,  $\mu$  – среднее значение,  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение от среднего значения.

В программе моделирования  $m=1+n_{\max}$ , где  $n_{\max}$  - максимальный номер отсчета шума,  $\mu=0$ , а среднеквадратическое отклонение обозначено как  $\sigma_{sh}$ .

Отношение сигнал/шум  $S\_N$  в децибелах равно

$$S\_N = 20 \cdot \lg \left( \frac{\sigma_c}{\sigma_{sh}} \right).$$

В последнем соотношении  $\sigma_c$  - среднеквадратический уровень сигнала, который равен

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{\sum_{n=n_{\min}}^{n_{\max}} (y_n)^2}{n_{\max} - n_{\min}}},$$

где  $y_n$  - выходной сигнал формирователя,  $n_{\min}$  - номер отсчета, который определяет начало установившегося режима работы формирователя. Из-за гауссовского фильтра  $n_{\min} = 2 \cdot K_0$ .

При известном значении  $\sigma_c$  и заданном отношении сигнал/шум  $S\_N$  среднеквадратическое отклонение отсчетов шума определяется из предыдущего выражения.

$$\sigma_{sh} = \sigma_c \cdot 10^{-\frac{S\_N}{20}}$$

### 8.3 Программа машинного эксперимента

Создайте программу машинного эксперимента по исследованию помехоустойчивости демодулятора.

Для этого скопируйте в новый файл уже имеющуюся программу моделирования формирователя и демодулятора.

Сформируйте последовательность стробирующих отсчетов, необходимых для сравнения элементарных посылок на выходах демодуляторов в их середине

$$n := \frac{n_v}{2} .. n_{\max}$$

$$Istr0_n := I_g \cdot \frac{n_v}{n - \frac{1}{2}}$$

Определите среднеквадратический уровень сигнала  
 $n_{\min} := 2 \cdot K_0$

$$\sigma_c := \sqrt{\frac{\sum_{n = n_{\min}}^{n_{\max}} (y_n)^2}{n_{\max} - n_{\min}}}$$

Введите заданное значение отношения сигнал/шум.

$$S\_N := 5$$

Найдите среднеквадратический уровень шума

$$\sigma_{sh} := \sigma_c \cdot 10^{\frac{-S\_N}{20}}$$

Сформируйте массив отсчётов шума

$$Sh := \text{rnorm}(n_{\max} + 1, 0, \sigma_{sh})$$

Скопируйте программу моделирования демодулятора и внесите в неё следующие изменения:

1 На вход демодулятора вместо сигнала  $y_n$  подайте сумму сигнала и шума

$$x_{f_n} := y_n + Sh_n$$

2 В выражении для выходного сигнала демодулятора замените  $u_n$  на  $ush_n$ . Должно быть:

$$ush_0 := 0 \quad ush_n := \text{if}(I_{gn} > 0, \text{if}(I_{nt_{n-1}} < 0, -1, 1), ush_{n-1})$$

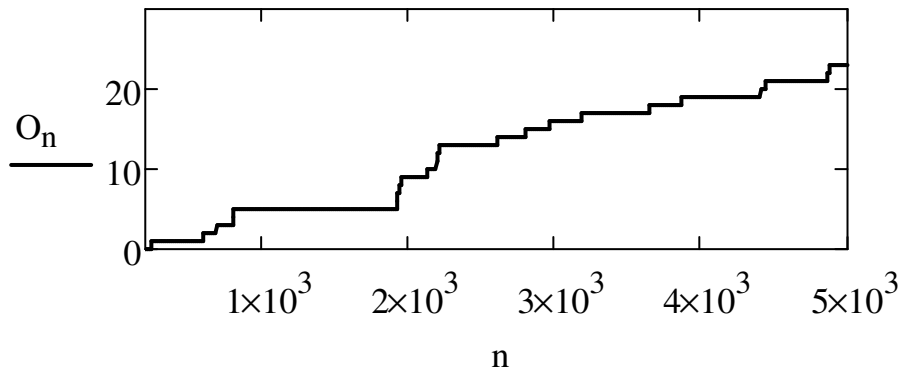
После внесённых изменений создадим счётчик ошибок

$$J_n := u_n \cdot ush_n$$

$$n_0 := 200$$

$$O := \left| \begin{array}{l} O_{n_0-1} \leftarrow 0 \\ \text{for } n \in n_0 \dots n_{\max} \\ \quad \left| \begin{array}{l} O_n \leftarrow O_{n-1} \\ O_n \leftarrow O_{n-1} + 1 \text{ if } (I_{str} O_n > 0) \cdot (J_n < 0) \end{array} \right. \\ O \end{array} \right.$$





При заданном значении отношения сигнал/шум выполняется  $I$  экспериментов по определению количества ошибок. Если в  $i$  – ом эксперименте зафиксировано  $O_i$  ошибок, то среднее значение количества ошибок равно

$$O_{\text{cp}} = \frac{\sum_{i=0}^{I-1} O_i}{I}.$$

Точность и надежность полученного результата определяются величиной доверительного интервала значений  $O_{\text{cp}}$  и доверительной вероятностью.

Доверительный интервал – интервал значений  $O_{\text{cp}}$ , в пределах которого находится среднее значение количества ошибок с заданной доверительной вероятностью.

Нижняя и верхняя границы доверительного интервала определяются следующими соотношениями:

$$O_1 = O_{\text{cp}} - \varepsilon,$$

$$O_2 = O_{\text{cp}} + \varepsilon.$$

В последних соотношениях

$$\varepsilon = S^* \cdot t_{\alpha},$$

где

$$S^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{I-1} (O_i - O_{\text{cp}})^2}{I \cdot (I-1)}}$$

$t_{\alpha}$  – табличное значение.

Ниже приведен фрагмент таблицы 4 из учебника Е.С. Вентцель «Теория вероятностей».

Таблица 1

Значения параметра  $t_\alpha$  в зависимости от количества опытов  $I$  и доверительной вероятности

Количество	Доверительная вероятность		
	0.80	0.90	0.95
10	1.383	1.833	2.260
15	1.345	1.761	2.140
20	1.328	1.729	2.090

Из таблицы видно, что при увеличении количества опытов доверительный интервал сужается, а при приближении доверительной вероятности к единице наоборот расширяется.

В данной работе рекомендуется определить доверительный интервал при  $I = 10$  и доверительной вероятности 0.9.

Для автоматизации эксперимента вставьте матрицу, содержащую 1 столбец и  $I$  строк. В эту матрицу вносятся результаты каждого опыта  $O_{nmax}$ .

**При переходе к очередному опыту выделите соотношение, задающее отношение сигнал/шум  $S_N$ , и нажмите на клавишу «F9». При этом будет сформирована новая последовательность отсчетов шума. Аналогичный результат будет получен, если ещё раз ввести ту же самую величину  $S_N$ .**

После заполнения матрицы введите в программу следующие соотношения:

$$I := 10$$

$$O_{cp} := \frac{\sum_{k=0}^{I-1} O_k}{I} \quad Sz := \sqrt{\sum_{i=0}^{I-1} \frac{(O_i - O_{cp})^2}{I \cdot (I - 1)}}$$

$$t_\alpha := 1.833 \quad \varepsilon := Sz \cdot t_\alpha$$

$$O_1 := O_{cp} - \varepsilon \quad O_2 := O_{cp} + \varepsilon$$

$$Q_p := \frac{n_{\max} - n_0}{n_v} \quad - \text{ количество посылок}$$

$$p_{\text{ср}} := \frac{O_{\text{ср}}}{Q_p} \quad - \text{ среднее значение вероятности ошибок}$$

$$p_1 := \frac{O_1}{Q_p} \quad - \text{ нижняя граница доверительного интервала,}$$

$$p_2 := \frac{O_2}{Q_p} \quad - \text{ верхняя граница доверительного интервала}$$

Зафиксируйте полученный результат и сохраните программу машинного эксперимента. После этого создайте новую программу машинного эксперимента, заменив в демодуляторе блок формирования элементарных посылок с использованием метода интегрирования на блок формирования с использованием метода стробирования. Повторите машинный эксперимент и сравните полученные результаты.

ПРИЛОЖЕНИЕ А  
Программа синтеза гауссовского ФНЧ  
Имя программы: «Filter\_Gauss»

Ввод исходных данных

$v := 2.4$	Скорость передачи данных в кбит/с
$Fd := 19.2$	Частота дискретизации в кГц
$n_v := \frac{Fd}{v}$	Количество отсчетов в элементарной посылке
$\sigma_{1дБ} := 3$	Неравномерность АЧХ в полосе пропускания в децибелах
$BT := 0.5$	Параметр сигнала GMSK – произведение полосы пропускания ФНЧ на длительность элементарной посылки
$Se_{1дБ} := 40$	Ослабление в полосе задерживания в децибелах
$\sigma_1 := 10^{\frac{\sigma_{1дБ}}{20}}$	Неравномерность АЧХ в полосе пропускания в относительных единицах
$Se_1 := 10^{\frac{Se_{1дБ}}{20}}$	Ослабление в полосе задерживания в относительных единицах
$f_{Ng} := \frac{BT}{n_v}$	Определение граничной частоты полосы пропускания

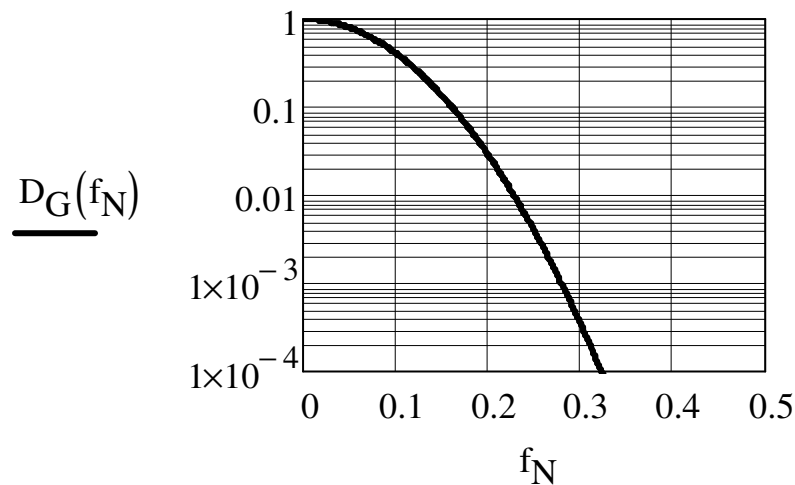
Требуемая АЧХ фильтра

$$D_G(f_N) := \exp\left(-\ln(\sigma_1) \cdot \left(\frac{f_N}{f_{Ng}}\right)^2\right)$$

Требуемая АЧХ

Диапазон изменения нормированной частоты

$$f_N := 0, 0.001 \dots 0.5$$



Расчет коэффициентов системной функции фильтра

$$B_{G_0} := 2 \cdot \int_0^{0.5} D_G(f_N) df_N$$

$K_0 := 7$  Половина длины линии задержки

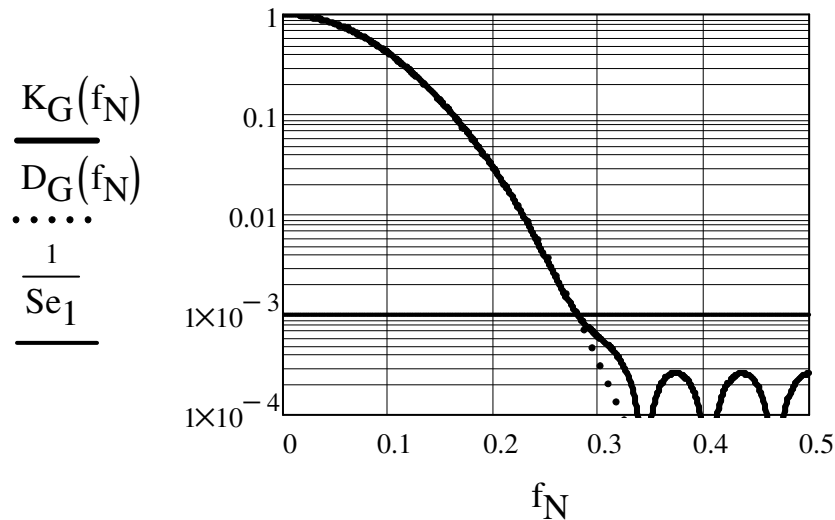
$k := 1 \dots K_0$

$$B_{Gk} := 2 \cdot \int_0^{0.5} D_G(f_N) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot k \cdot f_N) df_N$$

## Расчет реальной АЧХ

$$K_G(f_N) := \left| B_{G_0} + 2 \cdot \sum_{k=1}^{K_0} \left( B_{G_k} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot k \cdot f_N) \right) \right|$$

Построение графиков реальной и идеальной АЧХ



Реальная АЧХ – сплошная линия

Идеальная АЧХ – пунктирная линия

При синтезе фильтра по этой программе сначала вводится значение  $K_0 = 5 \dots 10$ , выполняется программа и реальная АЧХ сравнивается с требуемой.

Реальная АЧХ должна совпадать с идеальной при значениях коэффициента передачи, больших или равных  $1/Se_1$ .

Если несовпадение характеристик наблюдается при значениях коэффициента передачи, больших  $1/Se_1$ , то нужно увеличить  $K_0$ .

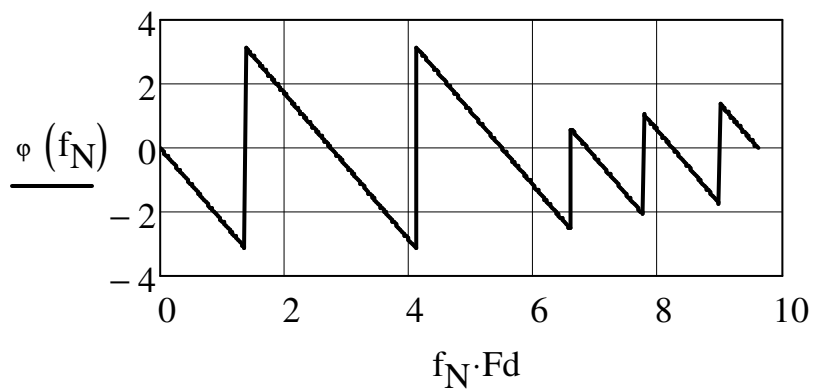
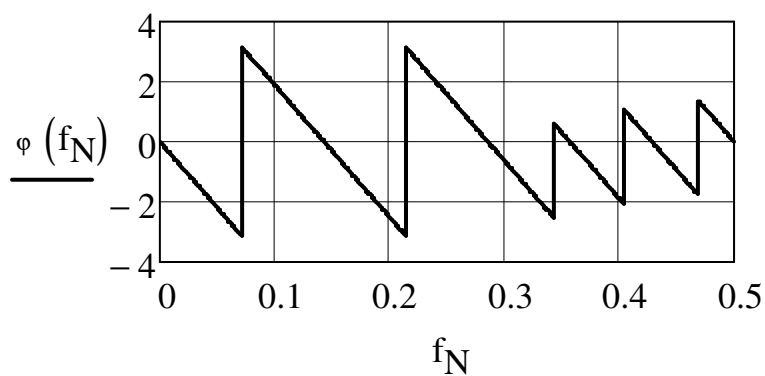
В противном случае длина линии задержки может быть уменьшена.

После расчёта коэффициентов системной функции, при которых АЧХ удовлетворяет поставленным требованиям, рассчитывается ФЧХ фильтра

$$z(f_N) := e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_N}$$

$$H(f_N) := z(f_N)^{-K_0} \cdot \left[ B_{G_0} + \sum_{k=1}^{K_0} \left[ B_{G_k} \cdot \left( z(f_N)^k + z(f_N)^{-k} \right) \right] \right]$$

$$\varphi(f_N) := \arg(H(f_N))$$



## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Программа синтеза ФНЧ с АЧХ типа «приподнятый косинус»  
Имя программы: Filter\_cos

Ввод исходных данных

$Fd := 48$                       Частота дискретизации в кГц

$f_{Ng} := 0.1$                       Нормированная граничная частота

$\alpha := 0.5$                       Коэффициент скругления АЧХ

$Se_{2dB} := 40$                       Селективность в дБ

$Se_2 := 10^{\frac{Se_{2dB}}{20}}$                       Селективность в относительных единицах

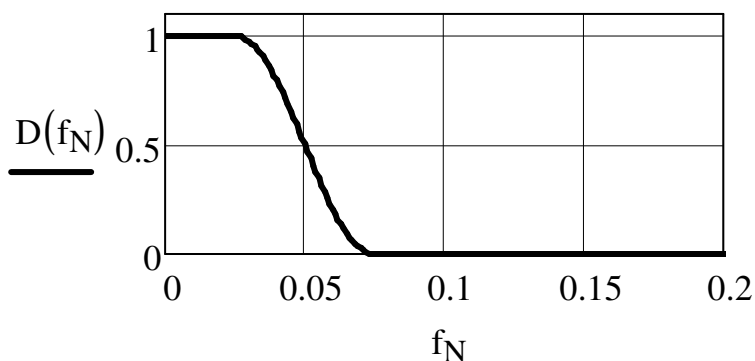
Функция, описывающая требуемую АЧХ

$$\rho(f_N) := 0.5 \cdot \left( 1 - \sin \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_N - f_{Ng}}{\alpha \cdot f_{Ng}} \right) \right)$$

$$D(f_N) := \text{if} \left[ f_N \leq f_{Ng} \cdot (1 - \alpha), 1, \text{if} \left( f_N < f_{Ng} \cdot (1 + \alpha), \rho(f_N), 0 \right) \right]$$

Диапазон изменения нормированной частоты

$$f_N := 0, 0.001 \dots 0.5$$





Расчет коэффициентов системной функции

$$B_0 := 2 \cdot f_{Ng}$$

$K_0 := 25$  Половина длины линии задержки

$$k := 1 .. K_0$$

$$B_k := 2 \cdot \int_0^{0.5} D(f_N) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot k \cdot f_N) df_N$$

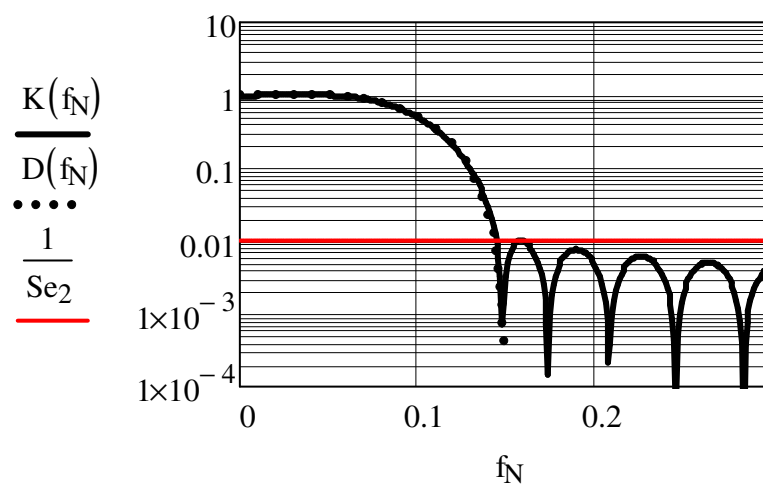
Расчет реальной АЧХ

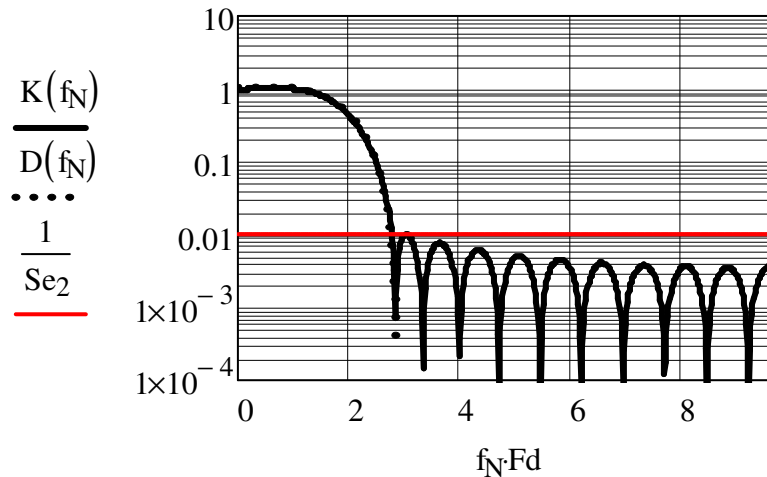
$$K_F(f_N) := \left| B_0 + \sum_{k=1}^{K_0} (2 B_k \cdot \cos(k \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_N)) \right|$$

$$K(f_N) := \left| B_0 + 2 \cdot \sum_{k=1}^{K_0} (B_k \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot k \cdot f_N)) \right|$$

$$f_N := 0, 0.0001 .. 0.5$$

Построение графиков реальной и идеальной АЧХ





При синтезе фильтра по этой программе сначала вводится значение  $K_0 = 10 \dots 15$ , выполняется программа и реальная АЧХ сравнивается с требуемой.

Реальная АЧХ должна совпадать с идеальной при значениях коэффициента передачи, больших или равных  $1/Se_2$ .

Если несовпадение характеристик наблюдается при значениях коэффициента передачи, больших  $1/Se_2$ , то нужно увеличить  $K_0$ .

В противном случае длина линии задержки может быть уменьшена.

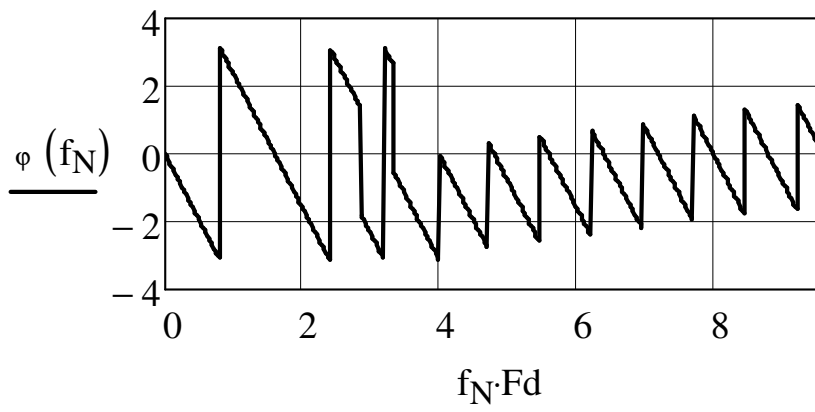
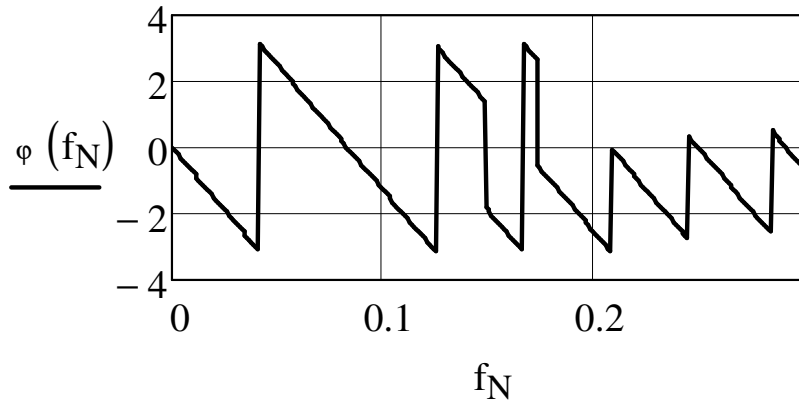
После расчёта коэффициентов системной функции, при которых АЧХ удовлетворяет поставленным требованиям, рассчитывается ФЧХ фильтра

$$z(f_N) := e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_N}$$

$$H(f_N) := z(f_N)^{-K_0} \cdot \left[ B_0 + \sum_{k=1}^{K_0} \left[ B_k \cdot \left( z(f_N)^k + z(f_N)^{-k} \right) \right] \right]$$

$$\varphi(f_N) := \arg(H(f_N))$$

ФЧХ фильтра при использовании относительного и абсолютного масштаба по оси абсцисс



ПРИЛОЖЕНИЕ В

Программа синтеза нерекурсивного 90 – градусного  
фазорасщепителя. Имя программы: FR

Данная программа осуществляет синтез полуполосного ФР с центральной частотой полосы пропускания, равной четверти частоты дискретизации, и частотной характеристикой симметричной относительно центральной частоты.

Коэффициенты системной функции по выходу синусной компоненты такого ФР имеют нечётные индексы  $Vf_1, Vf_3, \dots, Vf_N$ , где  $N$  – половина длины линии задержки, выражающаяся нечётным числом.

Нумерация коэффициентов начинается с середины линии задержки.

Ввод исходных данных

$Fd := 19.2$  Частота дискретизации в кГц

$\Pi_N := 0.4$  Нормированная полоса пропускания

$\delta_{\max} := 0.01$  Максимальная амплитудная погрешность

$N := 15$  Нечетное целое число, равное половине длины  
линии задержки

Определение коэффициентов системной функции  
фазорасщепителя

$$M := \frac{N - 1}{2}$$

$$\Delta\theta := \pi \cdot \Pi_N$$

$$\varphi_1(m, k, \Delta\theta) := (-1)^{m+k+1} \cdot \frac{\sin(2 \cdot (m+k+1) \cdot \Delta\theta)}{2 \cdot (m+k+1)}$$

$$\varphi_2(m, k, \Delta\theta) := \text{if} \left[ m = k, \Delta\theta, (-1)^{m-k} \cdot \frac{\sin(2 \cdot (m-k) \cdot \Delta\theta)}{2 \cdot (m-k)} \right]$$

$$\varphi_0 := \left| \begin{array}{l} \text{for } k \in 0..M \\ \quad \text{for } m \in 0..M \\ \quad \quad \varphi_{m,k}^0 \leftarrow \varphi_1(m, k, \Delta\theta) - \varphi_2(m, k, \Delta\theta) \\ \varphi_0 \end{array} \right.$$

$$k := 0..M$$

$$\psi_k := (-1)^{k+1} \cdot \frac{2 \cdot \sin[(2 \cdot k + 1) \cdot \Delta\theta]}{2 \cdot k + 1}$$

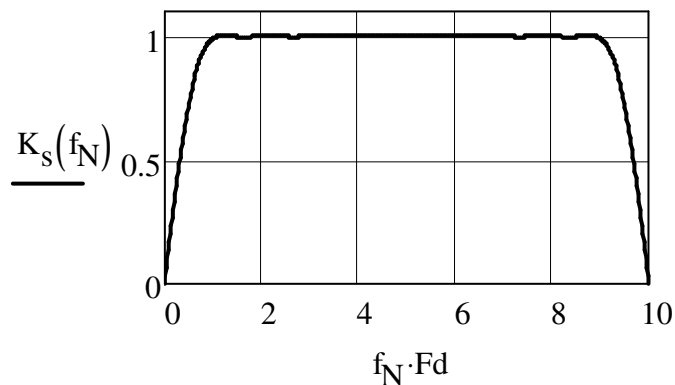
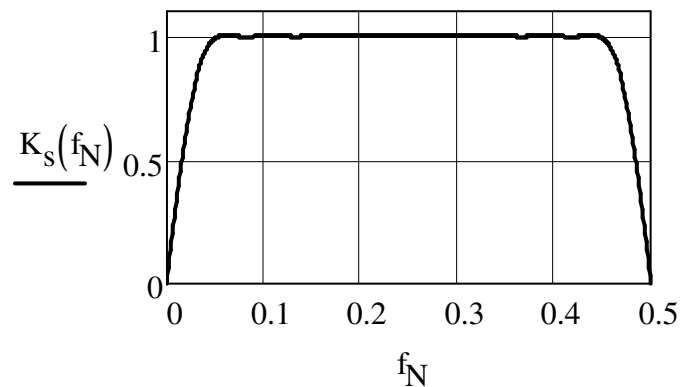
$$\text{Bfr} := \left| \begin{array}{l} \text{for } k \in 0..M \\ \quad \text{for } m \in 0..M \\ \quad \quad a_{m,k} \leftarrow \varphi_{m,k}^0 \\ \text{D} \leftarrow |a| \\ \quad \text{for } i \in 0..M \\ \quad \quad \left| \begin{array}{l} \text{for } k \in 0..M \\ \quad \quad \quad a_{i,k} \leftarrow \psi_k \\ \quad \quad \text{D}1_i \leftarrow |a| \\ \quad \quad \text{Bfr}_{2 \cdot i + 1} \leftarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{\text{D}1_i}{\text{D}} \\ \quad \quad \text{for } k \in 0..M \\ \quad \quad \quad a_{i,k} \leftarrow \varphi_{i,k}^0 \end{array} \right. \\ \text{Bfr} \end{array} \right.$$

Программа выдаёт только половину значений коэффициентов. Вторая половина имеет противоположный знак. Нумерация коэффициентов ведётся от середины линии задержки.

Расчет АЧХ фазорасщепителя по выходу синусной  
компоненты

$$K_s(f_N) := 2 \left| \sum_{m=0}^M \left[ Bfr_{2 \cdot m + 1} \cdot \sin \left[ (2 \cdot m + 1) \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_N \right] \right] \right|$$

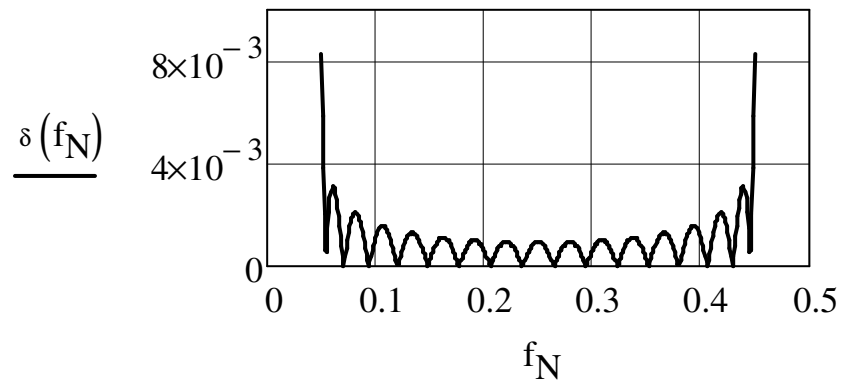
$$f_N := 0, 0.001 .. 0.5$$



Расчет отклонения реальной АЧХ по выходу синусной компоненты от идеальной в пределах полосы пропускания фазорасщепителя

$$f_N := 0.25 - \frac{\pi N}{2}, 0.25 - \frac{\pi N}{2} + 0.001 .. 0.25 + \frac{\pi N}{2}$$

$$\delta(f_N) := |K_s(f_N) - 1|$$



Если при введенном значении  $N$  максимальное отклонение в пределах полосы пропускания окажется больше допустимого, то длину линии задержки нужно увеличить, а если меньше допустимого, то уменьшить.

