

Федеральное агентство связи  
Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего профессионального образования  
«Поволжский государственный университет  
телекоммуникаций и информатики»

---

Кафедра радиосвязи, радиовещания и телевидения

Иванова В.Г.

## ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Методическая разработка

к курсовой работе

для студентов дневной формы обучения

по специальности 210700

«Инфокоммуникационные технологии и системы связи»

Квалификация выпускника – бакалавр

Самара  
ПГУТИ  
2014г.



## Методическое письмо. Содержание курсовой работы и рекомендации по ее выполнению

Материал курсовой работы охватывает три важных раздела курса «Цифровая обработка сигналов»:

- Дискретизация непрерывных сигналов,
- Дискретное преобразование Фурье
- Цифровые фильтры.

По первому разделу выполняется задание №1, а по второму – задание №2, по третьему – задания №3 и №4.

Перед выполнением задания №1 рекомендуется изучить в конспекте лекций в разделе «Дискретизация и квантование непрерывных сигналов» параграфы:

1. Спектр дискретной косинусоиды. Эффект размножения спектра.

2. Дискретизация периодического аналогового сигнала с ограниченным спектром. Эффект наложения спектров. Выбор частоты дискретизации.

Задание предусматривает построение спектральных диаграмм аналогового и дискретного сигналов и моделирование процесса дискретизации аналогового сигнала и последующего восстановления аналогового сигнала из дискретного. Моделирование выполняется в программной среде Scilab 5.4.1 по программам «Diskret\_A» и «Diskret\_B».

Вы вводите в программу свои исходные данные и получаете результат в виде временных и спектральных диаграмм, которые нужно проанализировать и сделать соответствующие выводы.

Перед выполнением задания №2 в разделе «Дискретное преобразование Фурье» рекомендуется изучить в конспекте лекций параграфы:

1. Прямое дискретное преобразование Фурье.
2. Обратное дискретное преобразование Фурье.
3. Алгоритм быстрого преобразования Фурье с прореживанием во времени.

4. Алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ) с прореживанием по частоте.

Задание предусматривает:

- выполнение прямого преобразования Фурье для восьмиточечной последовательности отсчетов сигнала с использованием алгоритма БПФ *с прореживанием во времени* и выполнение обратного преобразования Фурье для полученной восьмиточечной последовательности отсчетов спектра,

- выполнение прямого преобразования Фурье для восьмиточечной последовательности отсчетов сигнала с использованием алгоритма БПФ *с прореживанием по частоте* и выполнение обратного преобразования Фурье для полученной восьмиточечной последовательности отсчетов спектра.

Перед выполнением заданий №3 и №4 рекомендуется изучить:

- В разделе «Введение» конспекта лекций систему обозначений, используемую при графическом представлении алгоритмов цифровой обработки сигналов.

- В разделе «Цифровые фильтры» конспекта лекций параграфы:

1. Свойства Z-преобразования.
2. Импульсная характеристика цифрового фильтра. Понятие о рекурсивных и нерекурсивных цифровых фильтрах.
3. Определение выходного сигнала фильтра по входному сигналу и импульсной характеристике.
4. Системная функция цифрового фильтра. Формы программной реализации фильтра.
5. Частотная характеристика цифрового фильтра.
6. Нерекурсивный фильтр с линейной ФЧХ.
7. Синтез нерекурсивного фильтра с линейной ФЧХ методом ряда Фурье и «окна».

Для проверки правильности выполнения задания №3 можно воспользоваться готовой программой расчета АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра «Расчет АЧХ и ФЧХ\_1». Эту программу нужно модернизировать применительно к заданному фильтру.

Изучите примеры выполнения задания №3, которые приведены в данном руководстве.

При выполнении задания №4 нужно воспользоваться программой синтеза нерекурсивного цифрового гауссовского ФНЧ «FilterGauss» и программой моделирования цифрового ФНЧ «ModelGauss» при действии на его входе сигнала и помехи.

Все указанные программы работают в программной среде Scilab 5.4.1. Дистрибутив этого программного продукта можно получить с сайта <http://www.scilab.org>.

1. Задание №1. Моделирование процесса дискретизации аналогового сигнала и восстановления аналогового сигнала из дискретного. Наблюдение эффектов размножения и наложения спектров

1.1. Содержание задания №1а

Требуется:

1.1.1. Определить амплитудный спектр аналогового сигнала

$$x(t) = \sum_{m=1}^3 X_m \cos(2\pi m F_1 t + \varphi_m). \quad (1.1)$$

1.1.2. Определить амплитудный спектр дискретного сигнала в интервале частот от 0 до  $F_D + 3F_1$ , где  $F_D$  – частота дискретизации. Значение  $F_D$  приведено в таблице 1а.

1.1.3. Выполнить моделирование аналогового сигнала, его дискретизации и восстановления аналогового сигнала из дискретного при двух значениях частоты дискретизации: первое значение приведено в таблице 1а, второе значение в два раза меньше первого. Моделирование выполняется по программе «Diskret\_A».

1.1.4. Сравнить аналоговый сигнал, восстановленный из дискретного, с исходным аналоговым сигналом на входе дискретизатора. Сравнение выполнить при двух значениях частоты дискретизации: первое значение приведено в исходных данных, а второе значение в два раза меньше первого.

Исходными данными для выполнения задания №1а являются:

$X_1, X_2, X_3$  - амплитуды первой, второй и третьей гармоник аналогового сигнала;

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  - начальные фазы первой, второй и третьей гармоник аналогового сигнала;

$F_1$  - частота первой гармоники аналогового сигнала,  
 $F_D$  - частота дискретизации,  
 $\Delta t$  - временной интервал между двумя расчетными точками  
при моделировании аналогового сигнала.

Таблица 1а. Исходные данные для выполнения задания №1а

Номер варианта	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$F_1$ МГц	$F_D$ МГц	$\Delta t$ мкс
1	2	0.5	0.5	$\pi$	0	0	1	8	1/512
2	2	0.5	0.5	$\pi/3$	0	$\pi$	1	8	1/512
3	2	0.5	0.5	$\pi$	$\pi$	0	1	8	1/512
4	2	0.5	0.8	$\pi/3$	0	0	1	8	1/512
5	2	2	0.8	0	$\pi$	0	1	8	1/512
6	1	2	0.8	$\pi$	0	$\pi$	1	8	1/512
7	2	0.5	0.5	$\pi/2$	0	$\pi$	1	8	1/512
8	2	0.5	2	$\pi$	$\pi/2$	$\pi$	1	8	1/512
9	2	2	0.5	$\pi$	0	$\pi/2$	1	8	1/512
10	1	0	0.3	$\pi$	0	$\pi/2$	1	8	1/256
11	1	1	0.3	$\pi$	0	$\pi$	1	8	1/256
12	1	0	1	$\pi/2$	0	$\pi/4$	1	8	1/256
13	1	1	0.5	$\pi$	0	0	1	8	1/256
14	1.5	1	1.5	$\pi/2$	0	0	1	8	1/512
15	1	1.5	1	$\pi$	0	0	1	8	1/512
16	1	1	0.4	$\pi$	$\pi$	0	2	16	1/512
17	1	0.4	0.4	$\pi$	$\pi/2$	0	2	16	1/512
18	0.8	1	0.4	$\pi$	$-\pi/2$	0	2	16	1/512
19	1	1	0.3	$\pi$	$\pi/2$	0	2	16	1/512
20	1	1	1	$\pi$	$\pi/2$	0	2	16	1/512
21	1	0.5	0.3	$\pi$	$-\pi/2$	0	2	16	1/512
22	2	0	1	$\pi$	$\pi$	0	2	16	1/512
23	2	0	1	$\pi$	0	$\pi$	2	16	1/256

Продолжение таблицы 1а

Номер варианта	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	φ <sub>1</sub>	φ <sub>2</sub>	φ <sub>3</sub>	F <sub>1</sub> МГц	F <sub>Д</sub> МГц	Δt мкс
24	0.5	0.5	0.5	π	0	0	1	8	1/512
25	2	0.5	2	π/3	0	π	1	8	1/512
26	2	0.5	0.5	π/4	π	0	2	16	1/512
27	2	0.5	0.8	-π/3	0	0	1	8	1/512
28	2	0.8	0.8	0	π	0	1	8	1/512
29	1	2	1	π	0	π/2	1	8	1/512
30	2	0.3	0.5	π/2	0	π	1	8	1/512
31	2	0.5	0.7	π	π/2	π	2	16	1/512
32	2	2	0.5	π	0	π	1	8	1/256
33	1	0.1	0.3	π	0	π/2	1	8	1/256
34	1	1	0.3	π	0	π/2	1	8	1/256
35	1	0.1	1	-π/2	0	π/2	1	8	1/256
36	0.2	1	0.5	π	0	0	2	16	1/512
37	1.2	1	0.6	π/2	0	0	1	8	1/512
38	0.5	1.5	0.5	π	0	0	1	8	1/512
39	1	1	0.2	π	π/2	0	2	16	1/512
40	1	0.4	0.4	π/4	π/2	π/2	2	16	1/512
41	0.8	1	0.4	π	π/2	0	2	16	1/512
42	1	0.3	0.3	π	π/2	π/2	2	16	1/512
43	1	1	1	π/2	π/2	0	2	16	1/512
44	0.2	0.5	0.3	π	π/2	0	2	16	1/512
45	2	0.5	1	π	π	0	2	16	1/512
46	2	0.8	1	π	0	π	2	16	1/256
47	2	0	2	π	0	π/2	2	16	1/256
48	2	0.7	0.5	π	π	π	1	8	1/256
49	0.8	0.4	0.2	π	π/2	0	1	8	1/512
50	2	0	2	π	0	π/2	2	16	1/256

Номер варианта выдаётся студенту преподавателем.

## 1.2. Методические указания по выполнению задания №1а

1.2.1. Постройте спектральную диаграмму аналогового сигнала, откладывая по оси абсцисс частоты  $mF_1$ , а по оси ординат соответствующие им амплитуды  $X_m$ , где  $m = 1, 2, 3$ .

1.2.2. Рассчитайте частоты спектральных составляющих дискретного сигнала, учитывая, что размножение спектра осуществляется по закону:

$$|kF_d \pm F|$$

где  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ , а  $F = mF_1$  – частота спектральной составляющей аналогового сигнала.

Найдите первую тройку частот при  $k = 0$ , задавая  $m = 1, 2, 3$ .

Задайте  $k = 1$  и рассчитайте частоты  $F_d - mF_1$  при  $m = 1, 2, 3$ .

Задайте  $k = 1$  и рассчитайте частоты  $F_d + mF_1$  при  $m = 1, 2, 3$ .

Задайте  $k = 1$  и рассчитайте частоты  $2F_d - mF_1$  при  $m = 1, 2, 3$ .

Задайте  $k = 1$  и рассчитайте частоты  $2F_d + mF_1$  при  $m = 1, 2, 3$ .

Каждой из рассчитанных частот поставьте в соответствие относительную амплитуду спектральной составляющей дискретного сигнала, пропорциональную  $X_m$ . Максимальное значение относительной амплитуды должно быть равно единице.

Постройте спектральную диаграмму дискретного сигнала.

1.2.3. Изучите алгоритм моделирования аналогового сигнала, его дискретизации и восстановления аналогового сигнала из дискретного.

Чтобы выполнить моделирование аналогового сигнала  $x(t)$  примем в (1.1)

$$t = i\Delta t,$$

где  $\Delta t$  – временной интервал между двумя соседними расчетными точками,  $i$  – порядковый номер расчетной точки, изменяющийся от 0 до  $i_{\max}$ .

Подставляя последнее соотношение в (1.1), получим



$$\begin{aligned}
 x(i) &= \sum_{m=1}^3 X_m \cos\left(2\pi m \frac{\Delta t i}{T_1} + \varphi_m\right) = \\
 &= \sum_{m=1}^3 X_m \cos\left(2\pi m \frac{i}{i_s} + \varphi_m\right) \quad , \quad (1.2)
 \end{aligned}$$

где  $T_1 = \frac{1}{F_1}$  - период сигнала,  $i_s = \frac{T_1}{\Delta t} = \frac{1}{F_1 \Delta t}$  - количество расчетных точек в периоде сигнала.

Количество расчетных точек в интервале дискретизации равно

$$i_d = \frac{1}{F_d \cdot \Delta t}.$$

Сформируем вспомогательную последовательность единичных отсчетов  $u(i)$  с периодом  $i_d$  (рисунок 1.1).

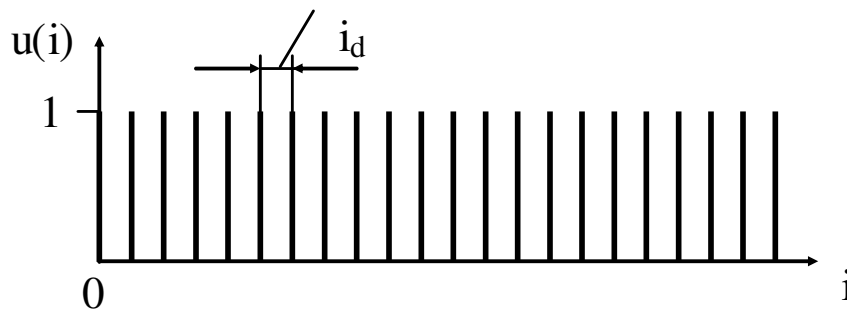


Рисунок 1.1- Последовательность единичных отсчетов

Последовательность  $u(i)$  формируется в цикле по порядковому номеру расчетной точки  $i$  с использованием счетчика расчетных точек, переменная которого  $q$  изменяется от нуля до  $i_d$ .

Алгоритм формирования  $i$  – го отсчета последовательности  $u(i)$  приведен на рисунке 1.2.

Дискретный сигнал определяется следующим соотношением

$$x_d(i) = x(i) \cdot u(i). \quad (1.3)$$

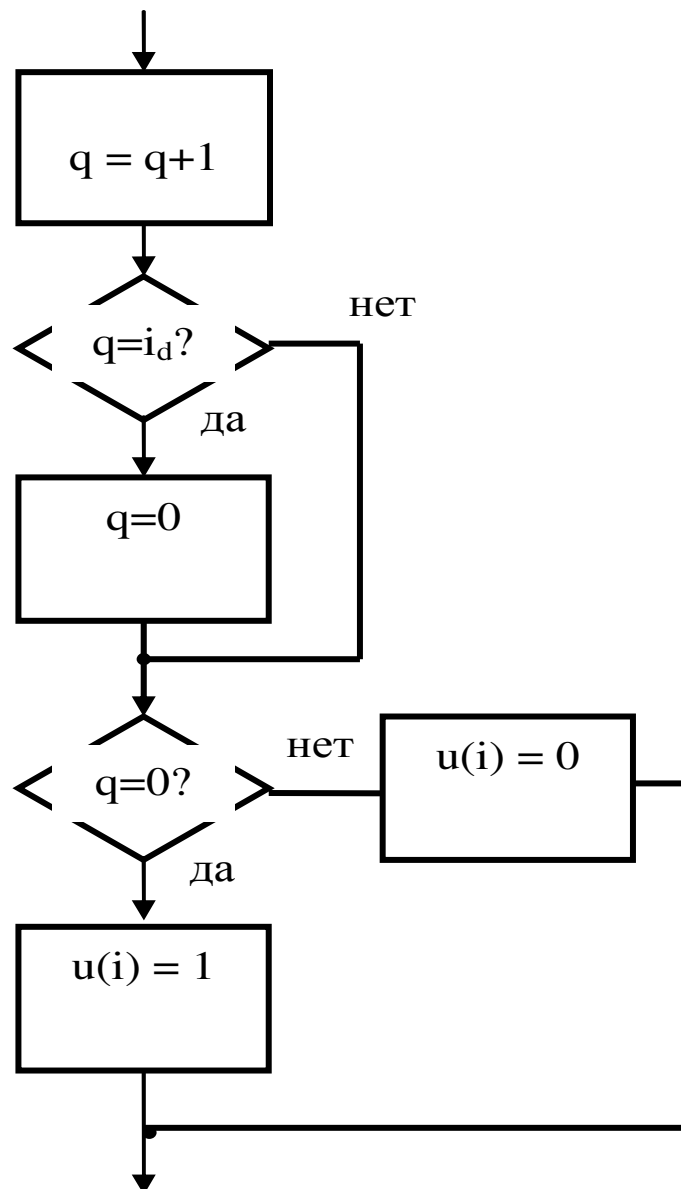


Рисунок 1.2 – Алгоритм формирования последовательности единичных отсчетов  $u(i)$

Восстановление аналогового сигнала из дискретного осуществляется путем выделения из спектра дискретного сигнала только тех составляющих, которые соответствуют спектру аналогового сигнала, и обнулению остальных.

В соответствии с описанным алгоритмом разработана программа моделирования «Diskret\_A» в программной среде Scilab 5.4.1, приведенная в Приложении А.

Познакомьтесь с этой программой.

Откройте Scilab 5.4.1. Появится командное окно Scilab. Окно содержит *меню, панель инструментов и рабочую область*. При-

знаком того, что система готова к выполнению команды, является наличие знака приглашения (горизонтальной стрелки), после которого расположен мигающий курсор.

Щелчком левой кнопки мыши откройте редактор (Инструменты → Текстовый редактор SciNotes). Появится окно для редактирования. Из редактора откройте файл «Diskret\_A» (File → Open → ... → Diskret\_A). Появится текст программы с комментариями, которые вводятся с использованием знака //.

В строках 7-15 осуществляется ввод исходных данных. В строках 19-24 определяются количество расчетных точек в периоде сигнала  $i_s$  и в интервале дискретизации  $i_d$ , количество расчетных точек  $i_{max}$  при моделировании аналогового сигнала как функции времени и количество расчетных точек  $I$  при выводе временных диаграмм на экран монитора. Величина  $i_{max}$  равна  $2^M$ , где  $M$  – целое число. Это связано с использованием функций быстрого преобразования Фурье для определения спектров аналогового и дискретного сигналов и восстановления аналогового сигнала из дискретного. Проверьте, удовлетворяет ли значение  $i_{max}$  этому условию. Величина  $I$  выбрана так, чтобы пронаблюдать шесть периодов сигнала.

В строках 26-41 обнуляются массивы данных, которые используются при расчете временных зависимостей и формировании временных диаграмм аналогового и дискретного сигнала.

Затем в цикле по порядковому номеру расчетной точки  $i$  формируются аналоговый сигнал  $x(i)$  (строки 46-49), последовательность единичных отсчетов  $u(i)$  (строки 52-57) и дискретный сигнал  $xd(i)$  (строка 60).

В строках 64- 66 в цикле по порядковому номеру расчетной точки  $i_0$  формируются массивы данных для вывода графиков на экран монитора. Строки 68 и 69 формируют массив  $t$  временных значений, предназначенный для вывода графиков. Строки 70-81 обеспечивают построение трех графиков:

- Аналогового сигнала на входе дискретизатора,
- Последовательности единичных отсчетов,
- Дискретного сигнала.

В строках 84 и 85 определяются спектры аналогового и дискретного сигналов соответственно методом прямого быстрого преобразования Фурье (функция **fft** – fast Fourier transform).

В строке 86 рассчитывается максимальный номер отсчета спектра  $k_{\max}$ , используемый при построении спектральных диаграмм, который соответствует частоте  $30 \cdot F_1$ . Затем обнуляются массивы данных, которые используются при построении спектральных диаграмм, (строки 87-90). Строки 91 и 92 формируют массив частот  $f$ , используемый при построении спектральных диаграмм. Затем в цикле по порядковому номеру расчетной точки спектра  $k$  формируются массивы значений спектральной плотности аналогового  $s_0$  и дискретного  $sd_0$  сигналов для построения спектральных диаграмм (строки 93-96).

Строки 97-104 содержат команды для построения графиков спектров аналогового и дискретного сигналов.

Для восстановления аналогового сигнала из дискретного сначала рассчитывается значение порядкового номера расчетной точки спектра  $k_1$ , которое соответствует половине частоты дискретизации (строка 107), а затем в цикле по  $k$  находится массив отсчетов спектра восстановленного сигнала  $sv$  (строки 109-115). Массив  $sv$  совпадает с массивом  $sd$  при  $k < k_1$ . Остальные элементы массива  $sv$  при  $k \geq k_1$  равны нулю.

Восстановленный сигнал определяется в строке 117 методом обратного быстрого преобразования Фурье (функция `ifft` – inverse fast Fourier transform).

Строки 118-120 формируют массив отсчетов восстановленного сигнала для построения графика, а в строках 121-124 приведены команды, обеспечивающие построение графика.

1.2.4. Приступите к моделированию. Введите исходные данные. При вводе данных учтите, что дробная часть числа отделяется от целой части **точкой**, а не запятой, а идентификатором числа  $\pi$  в программной среде Scilab является `%pi`.

Фазовые сдвиги  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  обозначены в программе как `phi1`, `phi2` и `phi3` соответственно, а  $\Delta t$  как `delta_t`.

Значение  $\Delta t$  нужно подставлять в программу в тех единицах, которые указаны в таблице. Так как эта величина задается в микросекундах, то на временных диаграммах сигналов единицей измерения (по оси абсцисс) будет мкс, а на спектральных диаграммах МГц.

Запустите программу (Выполнение → Сохранить и выполнить). Появится графическое окно с временными и спектральными диаграммами.

Сохраните результаты моделирования в виде файла в формате PNG.

(Файл → Экспортировать → PNG ).

Этот файл можно открыть в программе PAINT, а затем скопировать в пояснительную записку.

Проанализируйте полученные временные и спектральные диаграммы:

- Сравните спектры аналогового и дискретного сигналов.
- Сравните аналоговый сигнал, восстановленный из дискретного сигнала, с исходным аналоговым сигналом, действующим на входе дискретизатора.

Повторите эксперимент при в два раза меньшей частоте дискретизации. Проанализируйте полученный результат и сравните его с предыдущим.

### 1.3. Пример выполнения задания №1а

Исходные данные:  $X_1=1$ ,  $X_2 =0.9$ ,  $X_3 =0.5$ ,  $\varphi_1=0$ ,  $\varphi_2=0$ ,  $\varphi_3=0$ ,  $F_1=1\text{МГц}$ ,  $F_d= 8 \text{ МГц}$ ,  $\Delta t = 1/512 \text{ мкс}$ .

Требуется:

- Определить амплитудный спектр аналогового сигнала

$$x(t) = \sum_{m=1}^3 X_m \cos(2\pi m F_1 t + \varphi_m)$$

- Определить амплитудный спектр дискретного сигнала в интервале частот от 0 до  $2F_d+3F_1$ , где  $F_d$  – частота дискретизации.

- Выполнить моделирование аналогового сигнала, его дискретизации и восстановления аналогового сигнала из дискретного при двух значениях частоты дискретизации: первое значение  $F_d= 8 \text{ МГц}$ , второе значение в два раза меньше первого  $F_d= 4 \text{ МГц}$ . Моделирование выполняется по программе «Diskret».

- Сравнить аналоговый сигнал, восстановленный из дискретного, с исходным аналоговым сигналом на входе дискретизатора. Сравнение выполнить при двух значениях частоты дискретизации.

Выполнение задания:

1.3.1. Расчет частот спектральных составляющих дискретного сигнала по формуле

$$|kF_{\text{д}} \pm F|,$$

$k = 0$

1.  $F = F_1, f_1 = F_1 = 1 \text{ МГц},$
2.  $F = 2F_1, f_2 = 2F_1 = 2 \text{ МГц},$
3.  $F = 3F_1, f_3 = 3F_1 = 3 \text{ МГц}.$

$k = 1$

4.  $F = 3F_1, f_4 = F_{\text{д}} - 3F_1 = 8 - 3 = 5 \text{ МГц},$
5.  $F = 2F_1, f_5 = F_{\text{д}} - 2F_1 = 8 - 2 = 6 \text{ МГц},$
6.  $F = F_1, f_6 = F_{\text{д}} - F_1 = 8 - 1 = 7 \text{ МГц},$
7.  $F = F_1, f_7 = F_{\text{д}} + F_1 = 8 + 1 = 9 \text{ МГц},$
8.  $F = 2F_1, f_8 = F_{\text{д}} + 2F_1 = 8 + 2 = 10 \text{ МГц},$
9.  $F = 3F_1, f_9 = F_{\text{д}} + 3F_1 = 8 + 3 = 11 \text{ МГц}.$

$k = 2$

10.  $F = 3F_1, f_{10} = 2F_{\text{д}} - 3F_1 = 8 - 3 = 5 \text{ МГц},$
11.  $F = 2F_1, f_{11} = 2F_{\text{д}} - 2F_1 = 8 - 2 = 6 \text{ МГц},$
12.  $F = F_1, f_{12} = 2F_{\text{д}} - F_1 = 8 - 1 = 7 \text{ МГц},$
13.  $F = F_1, f_{13} = 2F_{\text{д}} + F_1 = 8 + 1 = 9 \text{ МГц},$
14.  $F = 2F_1, f_{14} = 2F_{\text{д}} + 2F_1 = 8 + 2 = 10 \text{ МГц},$
15.  $F = 3F_1, f_{15} = 2F_{\text{д}} + 3F_1 = 8 + 3 = 11 \text{ МГц}.$

Построение спектральных диаграмм аналогового и дискретного сигналов (рисунки 1.3 и 1.4)

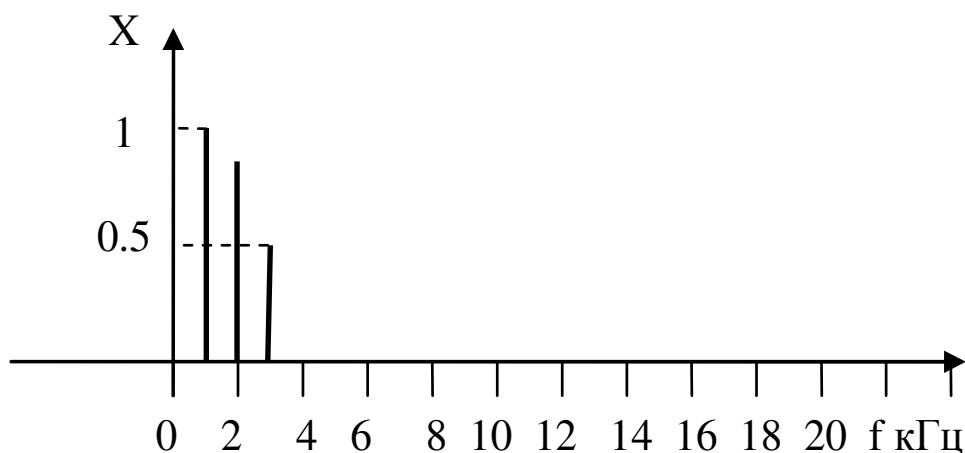


Рисунок 1.3 – Амплитудный спектр аналогового сигнала

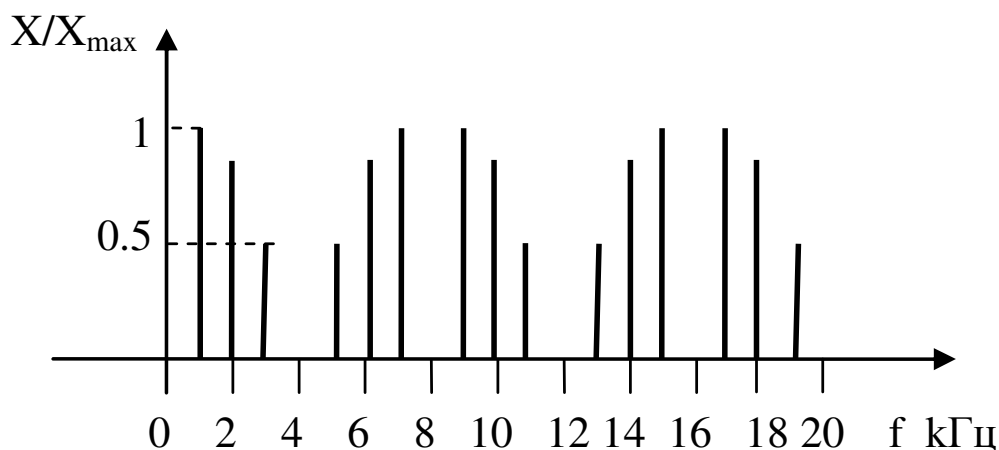


Рисунок 1.4 – Амплитудный спектр дискретного сигнала

На рисунке 1.4 амплитудный спектр представлен в относительном масштабе по оси ординат как отношение амплитуды спектральной составляющей  $X$  к максимальной амплитуде  $X_{\max}$ .

1.3.3. Результат моделирования по программе «Diskret» в виде временных и спектральных диаграмм аналогового и дискретного сигнала приведён на рисунке 1.5

Выводы:

- 
- 

Студент должен самостоятельно сделать выводы:

- Об особенностях спектра дискретного сигнала по сравнению со спектром соответствующего аналогового сигнала и о соответствии частот спектральных составляющих дискретного сигнала рассчитанным значениям,

- О соответствии восстановленного сигнала исходному аналоговому сигналу.

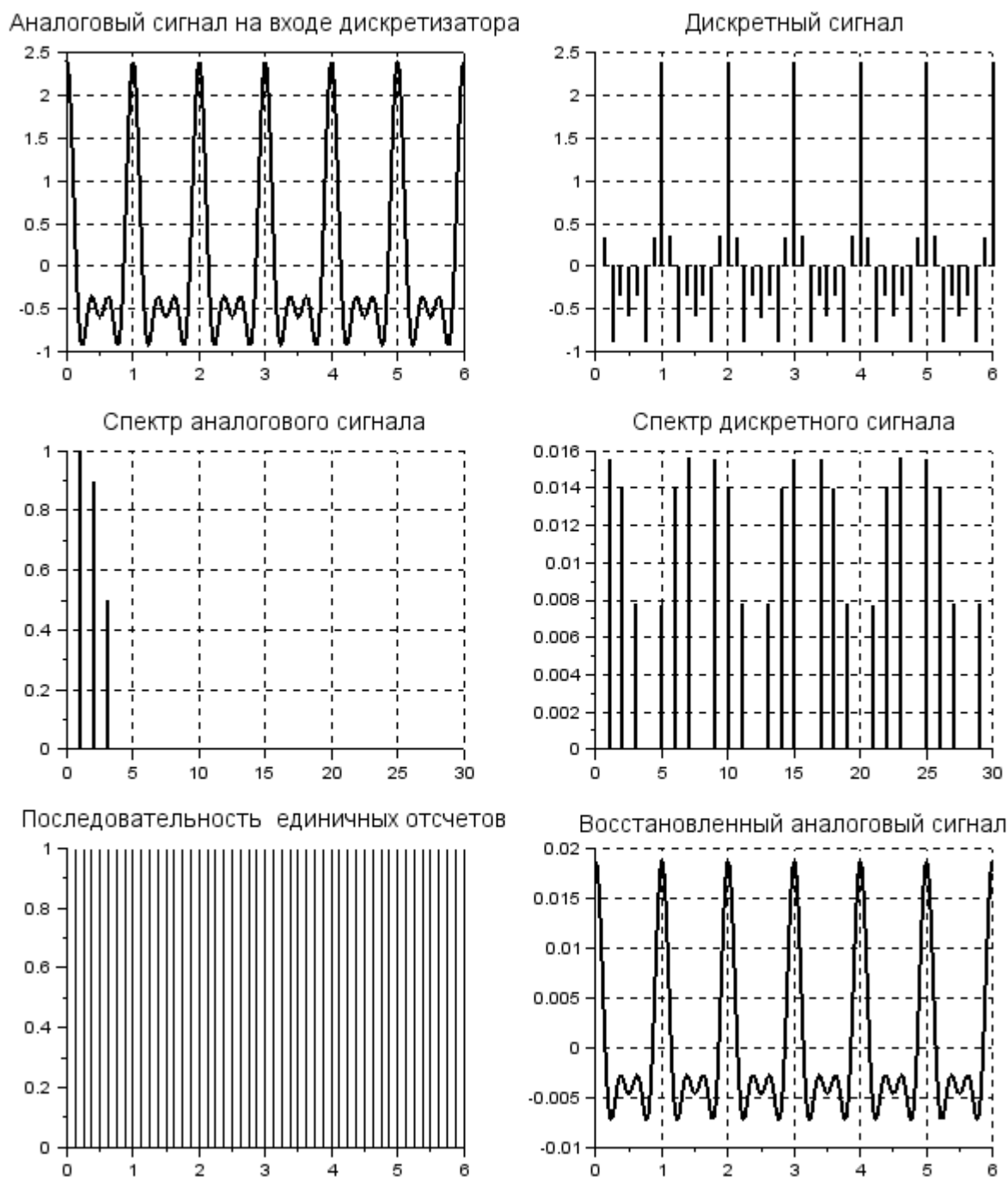


Рисунок 1.5. Временные и спектральные диаграммы при  $F_D > 2F_3$

Повторение эксперимента при в два раза меньшей частоте дискретизации.

Результат моделирования в виде временных и спектральных диаграмм аналогового и дискретного сигнала приведён на рисунке 1.6.



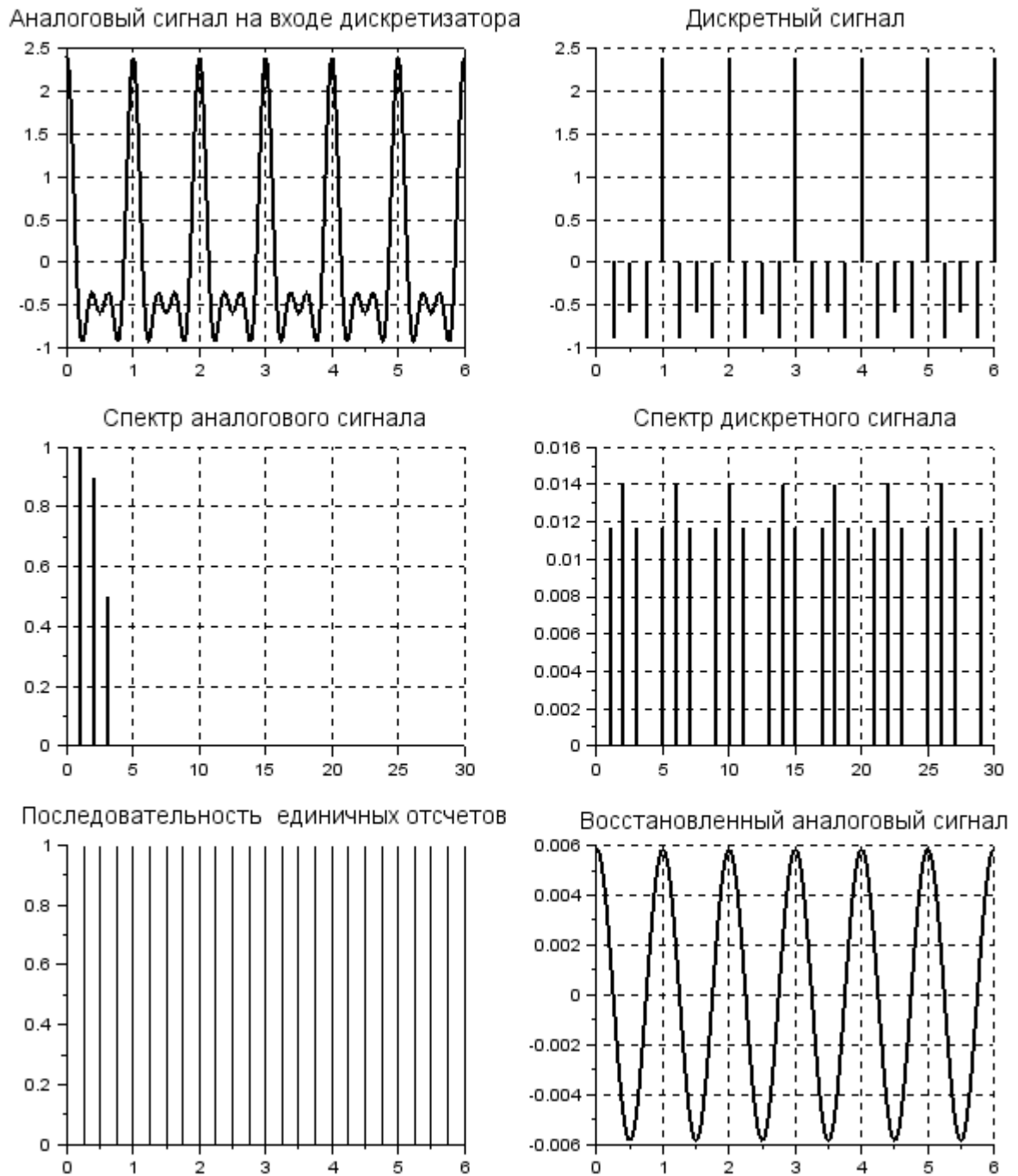


Рисунок 1.6. Временные и спектральные диаграммы при  $F_D < 2F_3$

Выводы:

- 
- 

Студент должен самостоятельно сделать выводы:

- О соответствии сгустков спектра дискретного сигнала спектру соответствующего аналогового сигнала.

▪ О соответствии восстановленного сигнала исходному аналоговому.

▪ О причине несоответствия восстановленного сигнала исходному аналоговому сигналу

Текст программы моделирования с введенными Вами данными должен быть в пояснительной записке в качестве приложения.

#### 1.4. Содержание задания №1б

Требуется:

1.4.1. Выполнить моделирование аналогового сигнала, модулированного по амплитуде

$$x(t) = X(t) \cdot \sin(2\pi f_0 t),$$

где  $f_0$  – частота несущей,  $X(t)$  – амплитуда несущей, изменяющаяся во времени,

$$X(t) = X_0 \cdot (1 + \text{sign}(\cos(2\pi Ft))),$$

где  $F$  – частота модулирующего сигнала.

Функция  $\text{sign}(x)$  определяется следующим образом

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \\ -1 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Таким образом,  $X(t)$  представляет собой последовательность однополярных прямоугольных импульсов с частотой следования  $F$  и амплитудой  $X_0$ , а  $x(t)$  – последовательность синусоидальных импульсов.

Моделирование выполнить с шагом изменения времени  $\Delta t$ .

1.4.2. Выполнить моделирование процессов дискретизации сигнала  $x(t)$  с частотой дискретизации  $F_d$ .

1.4.3. Выполнить восстановление аналогового сигнала из дискретного и сравнить восстановленный сигнал с исходным аналоговым сигналом, который подвергался дискретизации.

Исходными данными для выполнения задания являются:

$X_0$  - амплитуда несущей,

$f_0$  - частота несущей,

$F$  - частота модулирующего сигнала,

$\Delta t$  - шаг изменения времени,

$F_d$  - частота дискретизации.

Значения указанных параметров приведены в таблице 1б.

Таблица 1б. Исходные данные для выполнения задания №1б

Номер варианта	$X_0$	$f_0$ МГц	$F$ МГц	$F_d$ МГц	$\Delta t$ мкс
1	2	20	0.4	16	1/512
2	2	20	0.5	16	1/512
3	2	20	0.8	16	1/512
4	1	18	0.25	8	1/512
5	1	18	0.20	8	1/512
6	2	18	0.40	8	1/512
7	1	9	0.10	4	1/256
8	1	9	0.20	4	1/512
9	1	13	0.10	4	1/256
10	3	13	0.20	4	1/512
11	2	26	0.25	8	1/512
12	2	26	0.20	8	1/512
13	3	22	0.25	8	1/512
14	1	22	0.20	8	1/512
15	2	14	0.20	8	1/512
16	1	14	0.25	8	1/512
17	2	12	0.50	16	1/512
18	2	12	0.40	16	1/512
19	3	12	0.8	16	1/512
20	1	12	0.25	16	1/512
21	1	28	0.50	16	1/512
22	1	28	0.40	16	1/512
23	1	9	0.50	12	1/512
24	2	9	0.40	12	1/512
25	3	11	0.10	4	1/512
26	1	11	0.20	4	1/512

Продолжение таблицы 1б

Номер варианта	$X_0$	$f_0$ МГц	F МГц	$F_D$ МГц	$\Delta t$ мкс
27	1	13	0.10	4	1/256
28	2	13	0.20	4	1/256
29	1	17	0.10	4	1/256
30	1	15	0.10	4	1/256
31	2	14	0.25	8	1/512
32	1	14	0.20	8	1/256
33	3	18	0.20	8	1/256
34	1	18	0.25	8	1/256
35	2	36	0.50	16	1/512
36	2	28	0.50	16	1/512
37	3	40	1.00	32	1/256
38	3	24	1.00	32	1/256
39	1	56	1.00	32	1/256
40	2	72	1.00	32	1/256
41	1	34	0.20	8	1/256
42	1	34	0.10	8	1/256
43	1	30	0.20	8	1/512
44	2	42	0.10	8	1/256
45	2	38	0.20	8	1/256
46	1	46	0.20	8	1/256
47	1	50	0.20	8	1/256
48	2	60	0.40	16	1/512
49	2	68	0.40	16	1/512
50	1	76	0.40	16	1/512

### 1.5. Методические указания по выполнению задания №1б и пример выполнения

Задание 1б выполняется по программе «Diskret\_B» (Приложение Б). Эта программа отличается от программы «Diskret\_A» только видом функции, описывающей исходный аналоговый сигнал. Формирование аналогового сигнала осуществляется в цикле по номеру расчетной точки  $I$ , который открывается в строке 42.

Строка 42 задает  $i$  – ый отсчет косинусоидального сигнала с частотой модуляции  $F$ , а строка 44 формирует сигнал, модулированный по амплитуде, с частотой несущей  $f_0$ . Остальные блоки программы не отличаются от аналогичных блоков программы «Diskret\_A», поэтому пояснений не требуют.

Результатом выполнения программы являются временные и спектральные диаграммы аналогового и дискретного сигналов (рисунок 1.7).

По результатам моделирования должны быть сделаны выводы

- о соответствии восстановленного аналогового сигнала исходному сигналу на входе дискретизатора,
- о причинах искажений огибающей восстановленного сигнала по сравнению с огибающей исходного аналогового сигнала.

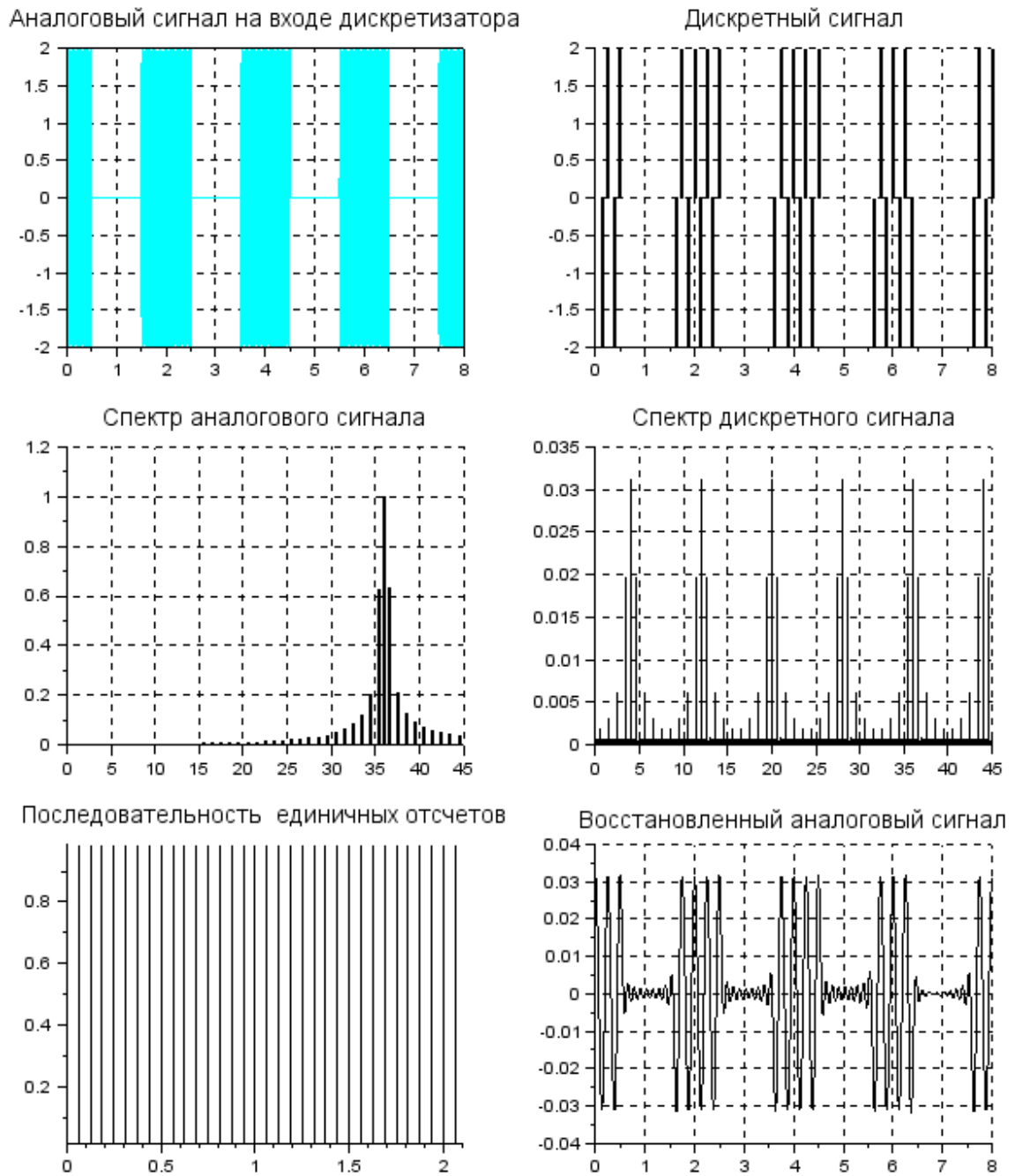


Рисунок 1.7 – Временные и спектральные диаграммы аналогового и дискретного сигналов при частоте несущей  $f_0=36$  МГц, частоте модуляции 0.5 МГц и частоте дискретизации  $F_D=16$  МГц

2. Задание №2. Определение спектра восьмиточечной последовательности отсчетов сигнала с использованием алгоритмов БПФ с прореживанием во времени и с прореживанием по частоте и выполнение обратного преобразования

2.1. Содержание задания №2

2.1.1. Определение спектра последовательности  $x_n$ , где  $n = 0, 1, 2, \dots, 7$ , методом прямого дискретного преобразования Фурье

$$S_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot W_N^{n \cdot k},$$

где  $W_N = e^{-j \frac{2 \cdot \pi}{N}}$ ,  $N=8$ ,  $k=0, 1, 2, \dots, 7$ .

2.1.2. Определение последовательности отсчетов сигнала  $x_n$ , где  $n = 0, 1, 2, \dots, 7$ , по известной последовательности отсчетов спектра  $S_k$ , где  $k = 0, 1, 2, \dots, 7$ , методом обратного дискретного преобразования Фурье

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S_k \cdot W_N^{-n \cdot k},$$

где  $n = 0, 1, 2, \dots, 7$ .

2.1.3. Определение спектра последовательности  $x_n$ , где  $n = 0, 1, 2, \dots, 7$ , методом БПФ с прореживанием во времени.

2.1.4. Определение последовательности отсчетов сигнала  $x_n$ , где  $n=0, 1, 2, \dots, 7$ , по известной последовательности отсчетов спектра  $S_k$ , где  $k=0, 1, 2, \dots, 7$ , методом БПФ с прореживанием во времени.

2.1.5. Определение спектра последовательности  $x_n$ , где  $n = 0, 1, 2, \dots, 7$ , методом БПФ с прореживанием по частоте.

2.1.6. Определение последовательности отсчетов сигнала  $x_n$ , где  $n=0, 1, 2, \dots, 7$ , по известной последовательности отсчетов спектра  $S_k$ , где  $k=0, 1, 2, \dots, 7$ , методом БПФ с прореживанием по частоте.

В таблице 2.1 приведены варианты восьмиточечных последовательностей.

Таблица 2.1

Номер варианта	Последовательность							
	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$
1	3.000	3.707	4.000	3.707	3.000	2.293	2.000	2.293
2	1.500	3.207	0.500	-2.207	-0.500	1.793	0.500	-0.793
3	2.500	3.354	2.000	0.646	1.500	2.646	2.000	1.354
4	1.500	3.354	1.000	-1.354	0.500	2.646	1.000	-0.646
5	3.000	3.207	2.000	0.793	1.000	1.793	2.000	2.207
6	2.500	2.914	0.500	-1.914	-1.500	0.086	0.500	0.914
7	1.500	2.414	2.500	2.414	1.500	-0.414	-1,500	-0.414
8	2.500	1.207	-0.500	1.207	2.500	-0.207	-2.500	-0.207
9	3.000	2.354	1.500	2,354	3.000	1.646	0.500	1.646
10	3.000	1.354	-0.500	1.354	3.000	0.646	-1.500	0.646
11	2.500	2.707	2.500	2.707	2.500	1.293	0.500	1.293
12	1.500	1.914	1.500	1.914	1.500	-0.914	-2.500	-0.914
13	2.000	1.707	1.000	1.707	2.000	0.293	-1.000	0.293
14	2.000	2.414	2.000	2.414	2.000	-0.414	-2.000	-0.414
15	3.000	1.707	0	1.707	3.000	0.293	-2.000	0.293
16	3.000	2.707	2.000	2.707	3.000	1.293	0	1.293
17	4.000	4.414	4.000	4.414	4.000	1.586	0	1.586
18	3.000	3.121	2.000	3.121	3.000	-1.121	-4.000	-1.121
19	5.000	2.707	0	2.707	5.000	1.293	-2.000	1.293
20	3.000	3.414	3.000	3.414	3.000	0.586	-1.000	0.586
21	3.000	2.414	1.000	2.414	3.000	-0.414	-3.000	-0.414
22	4.000	2.707	1.000	2.707	4.000	1.293	-1.000	1.293
23	1.000	0.707	0	0.707	1.000	-0.707	-2.000	-0.707
24	2.000	1.000	0	1.000	2.000	1.000	0	1.000
25	1.000	1.707	0	-1.707	-1.000	0.293	0	-0.293
26	1.000	2.000	1.000	0	1.000	2.000	1.000	0
27	2.000	3.000	2.000	1.000	2.000	3.000	2.000	1.000
28	3.000	2.414	1.000	-0.414	-1.000	-0.414	1.000	2.414
29	1.000	2.707	0	-2.707	-1.000	1.293	0	-1.293
30	1.000	3.000	1.000	-1.000	1.000	3.000	1.000	-1.000
31	3.000	2.707	2.000	1.293	1.000	1.293	2.000	2.707
32	2.000	2.414	0	-2.414	-2.000	-0.414	0	0.414



Продолжение таблицы 2.1

Номер варианта	Последовательность							
	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$
33	0	1.707	1.000	-0.293	0	0.293	-1.000	-1.707
34	1.000	2.414	3.000	2.414	1.000	-0.414	-1.000	-0.414
35	0	2.707	1.000	-1.293	0	1.293	-1.000	-2.707
36	1.000	5.414	3.000	-0.586	1.000	2.586	-1.000	-3.414
37	3.000	5.707	4.000	1.707	3.000	4.293	2.000	0.293
38	2.000	5.121	5.000	3.121	2.000	0.879	-1.000	-1.121
39	1.000	5.121	4.000	1.121	1.000	0.879	-2.000	-3.121
40	2.000	5.707	3.000	-0.293	2.000	4.293	1.000	-1.707
41	3.000	5.414	5.000	3.414	3.000	2.586	1.000	0.586
42	1.000	4.414	3.000	0.414	1.000	1.586	-1.000	-2.414
43	2.000	4.707	3.000	0.707	2.000	3.293	1.000	-0.707
44	2.000	4.414	4.000	2.414	2.000	1.586	0	-0.414
45	2.000	0.707	-1.000	-0.707	0	-0.707	-1.000	0.707
46	2.000	1.000	0	1.000	2.000	1.000	0	1.000
47	4.000	2.414	0	-0.414	0	-0.414	0	2.414
48	4.000	1.707	-1.000	0.293	2.000	0.293	-1.000	1.707
49	3.000	2.000	1.000	2.000	3.000	2.000	1.000	2.000
50	3.000	1.707	0	0.293	1.000	0.293	0	1.707

## 2.2. Методические указания по выполнению задания №2

2.2.1. Выполните вручную расчет одного отсчета спектра сигнала (например,  $S_1$ ) и убедитесь в его трудоемкости.

Определите спектр последовательности отсчетов сигнала  $x_n$ , воспользовавшись программой «Прямое ДПФ» (Приложение В).

В программу вводится количество отсчетов сигнала  $N$  и через запятую члены последовательности отсчетов сигнала  $x$ .

Результат выполнения программы выдается в командном окне программы в виде последовательности отсчетов спектра, спектра амплитуд и спектра фаз.

Постройте график спектра амплитуд – зависимость модуля отсчета спектра  $|S_k|$  от порядкового номера отсчета  $k$ .

Постройте график спектра фаз – зависимость аргумента  $\varphi_k$  отсчета спектра от порядкового номера отсчета  $k$ .

2.2.2. Определите последовательность отсчетов сигнала, введя определенную в п.2.2.1 последовательность отсчетов спектра в программу «Обратное ДПФ» (Приложение Г).

При вводе в программу последовательности отсчетов спектра  $S$  учтите, что символом мнимой единицы является  $\%i$ . Результат выполнения программы наблюдается в командном окне Scilab.

2.2.3. Определите последовательность отсчетов сигнала на входах двухточечных «бабочек» БПФ, руководствуясь таблицей 1 и рисунком 2.1.

Таблица 1

Индекс исходной последовательности		Индекс последовательности после двоичной инверсии	
Десятичная СС	Двоичная СС	Двоичная СС	Десятичная СС
0	000	000	0
1	001	100	4
2	010	010	2
3	011	110	6
4	100	001	1
5	101	101	5
6	110	011	3
7	111	111	7

Исходная восьмиточечная последовательность

$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$

Последовательность на входах четырех двухточечных «бабочек»

$a_0, a_4, a_2, a_6, a_1, a_5, a_3, a_7$

Рисунок 2.1

2.2.4. Определите последовательность отсчетов спектра сигнала по алгоритму *прямого БПФ с прореживанием во времени* (рисунок 2.2).

На рисунке 2.2 наряду с бабочками БПФ показаны прямоугольные поля для записи входной последовательности (левое поле), выходной последовательности (правое поле) и промежуточных вычислений.

2.2.5. Сформируйте из последовательности отсчетов спектра, полученной в 2.2.4, последовательность на входах четырех двухточечных «бабочек» в соответствии с таблицей 1 и рисунком 2.1.

2.2.6. Определите последовательность отсчетов сигнала по алгоритму *обратного БПФ с прореживанием во времени*, используя в качестве входной последовательности отсчетов спектра результат выполнения п.2.2.5.

Алгоритм *обратного БПФ* отличается от алгоритма *прямого БПФ* тем, что последовательности отсчетов сигнала заменяются на последовательности отсчетов спектра и наоборот, поворачивающие множители заменяются на комплексно сопряженные и полученные на выходе значения отсчетов сигнала делятся на  $N=8$  (рисунок 2.3).

2.2.7. Определите последовательность отсчетов спектра сигнала, воспользовавшись алгоритмом *прямого БПФ с прореживанием по частоте* (рисунок 2.4) и подав на вход первой бабочки исходную последовательность отсчетов сигнала.

2.2.8. Скорректируйте результат п.2.2.7, используя двоичную инверсию индексов последовательности п.2.2.7 (рисунок 2.1).

2.2.9. Определите последовательность отсчетов сигнала, воспользовавшись алгоритмом *обратного БПФ с прореживанием по частоте* (рисунок 2.5) и подав на вход первой бабочки последовательность отсчетов спектра, найденную в 2.2.8.

2.2.10. Скорректируйте результат п.2.2.9, используя двоичную инверсию индексов последовательности п.2.2.9 (рисунок 2.1).

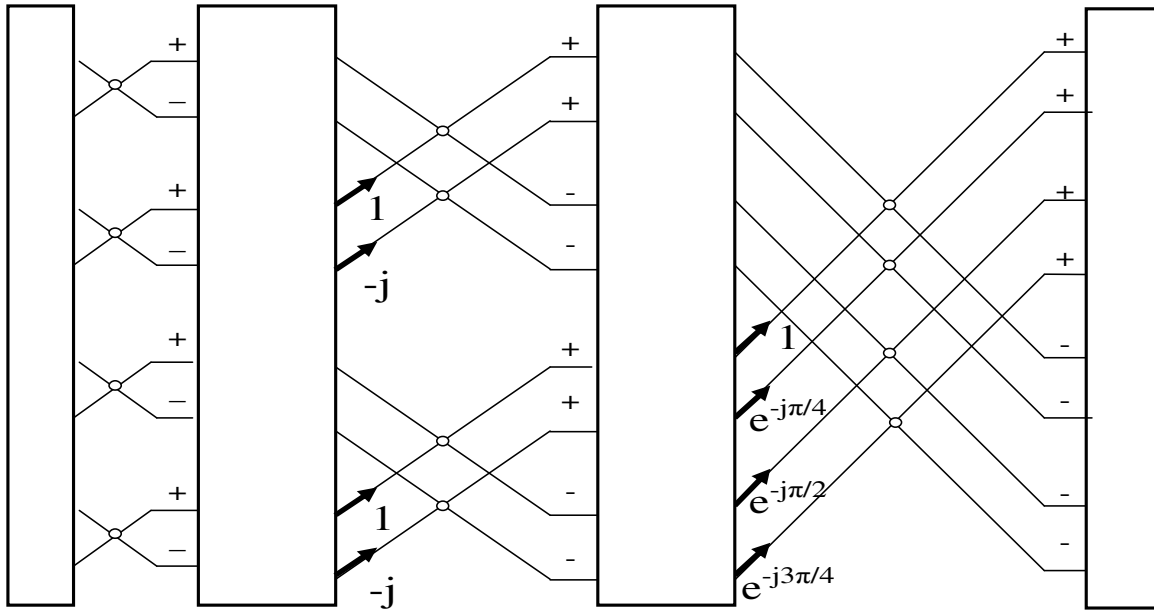
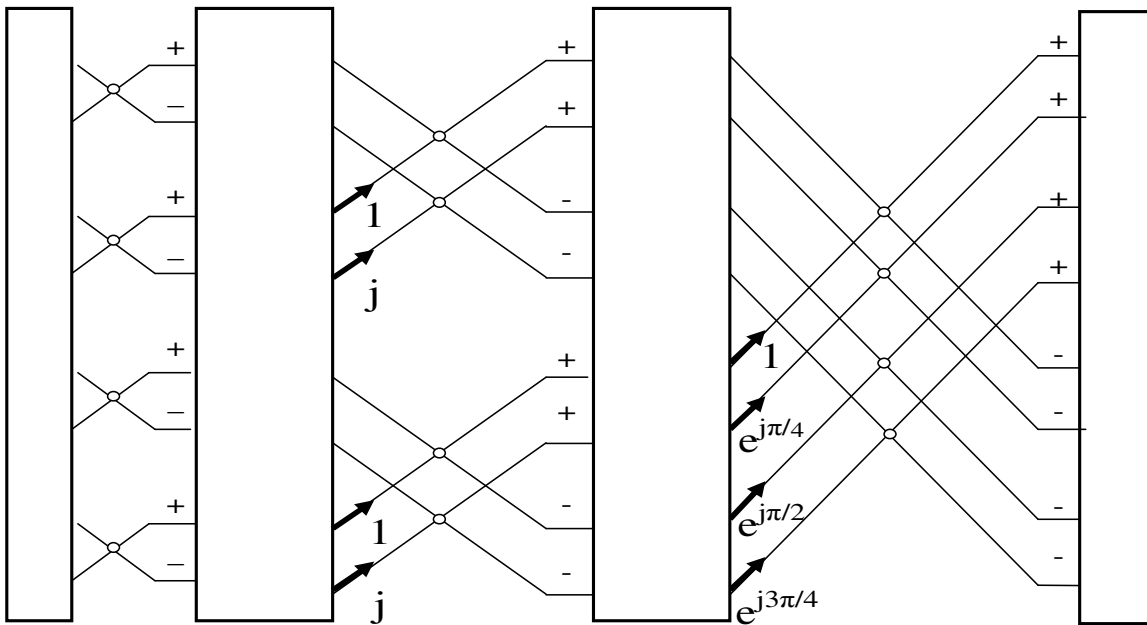


Рисунок 2.2 – Алгоритм прямого БПФ с прореживанием во времени



Примечание: результаты выполнения последней бабочки делятся на  $N=8$

Рисунок 2.3 – Алгоритм обратного БПФ с прореживанием во времени

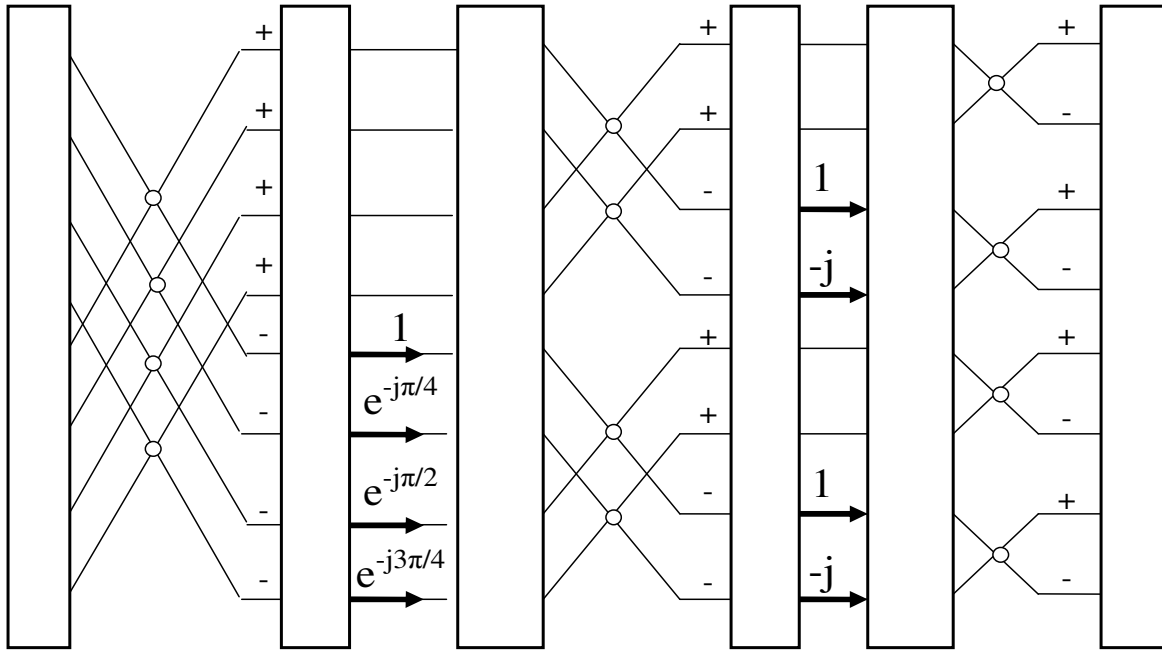
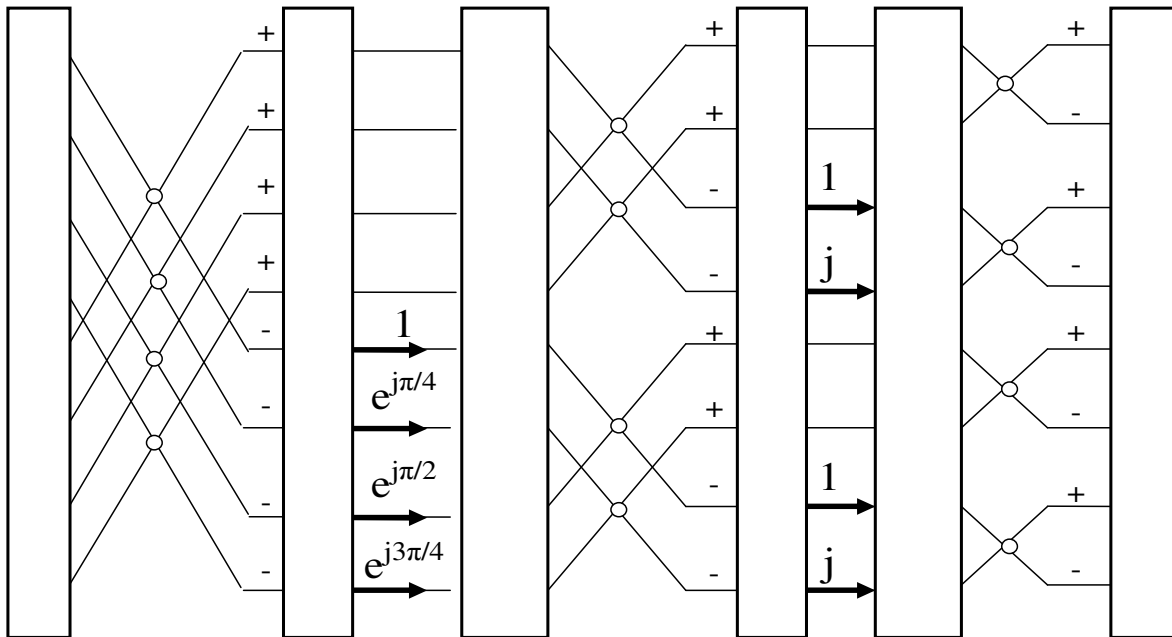


Рисунок 2.4 – Алгоритм прямого БПФ с прореживанием по частоте



Примечание: результаты на выходах двухточечных бабочек делятся на  $N=8$

Рисунок 2.5 – Алгоритм обратного БПФ с прореживанием по частоте

### 3. Пример выполнения задания 2.

Задана последовательность отсчетов дискретного сигнала  $x_n$  ( $n = 0, 1, \dots, 7$ ), представленная в виде матрицы – строки:

$$x = (3.000 \quad 2.914 \quad 1.000 \quad -0.914 \quad -1.000 \quad 0.086 \quad 1.000 \quad 1.914)$$

1. Определим прямое дискретное преобразование Фурье этой последовательности.

$$S_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot W_N^{n \cdot k},$$

где  $W_N = e^{-j \frac{2 \cdot \pi}{N}}$ ,  $N = 8$ ,  $k=0,1,2,\dots,7$ .

В качестве примера расчета определим

$$\begin{aligned} S_3 = & x_0 + x_1 \cdot W_8^3 + x_2 \cdot W_8^6 + x_3 \cdot W_8^9 + \\ & + x_4 \cdot W_8^{12} + x_5 \cdot W_8^{15} + x_6 \cdot W_8^{18} + x_7 \cdot W_8^{21}. \end{aligned}$$

Учтем, что

$$W_8^4 = -1,$$

$$W_8^{8 \cdot m} = 1 \quad \text{при} \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Тогда

$$\begin{aligned} S_3 = & x_0 + x_1 \cdot W_8^3 - x_2 \cdot W_8^2 + x_3 \cdot W_8^1 - \\ & - x_4 - x_5 \cdot W_8^3 + x_6 \cdot W_8^2 - x_7 \cdot W_8^1 = \\ = & (x_0 - x_4) + (x_3 - x_7) \cdot W_8^1 - (x_2 - x_6) \cdot W_8^2 + (x_1 - x_5) \cdot W_8^3 = \\ = & 4 - 2.828 \cdot e^{-j \frac{\pi}{4}} + 2.828 \cdot e^{-j \frac{3 \cdot \pi}{4}} = 4 - 2 \cdot 1.414 \cdot \left( e^{-j \frac{\pi}{4}} + e^{j \frac{\pi}{4}} \right) = 0 \end{aligned}$$

Определим спектр заданной последовательности по программе «Прямое ДПФ»:

$$S = (8 \quad 8 \quad -2 \cdot j \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 2 \cdot j \quad 8),$$

Спектр амплитуд:

$$|S| = (8 \quad 8 \quad 2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 2 \quad 8)$$

Спектр фаз:

$$\varphi = \left( 0 \quad 0 \quad -\frac{\pi}{2} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{\pi}{2} \quad 0 \right)$$

Спектры амплитуд и фаз приведены на рисунках 2.6 и 2.7 соответственно.

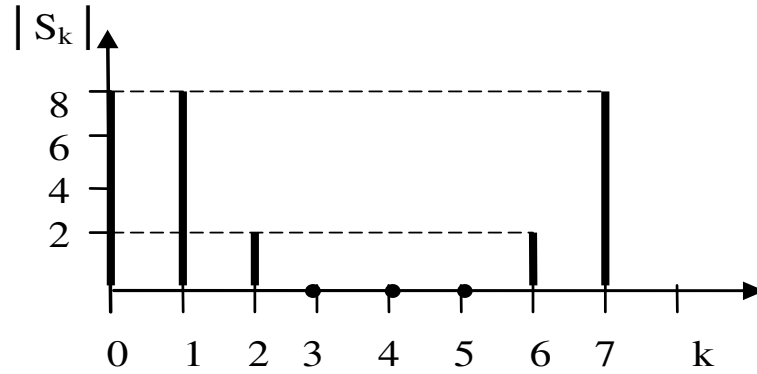


Рисунок 2.6 – Спектр амплитуд

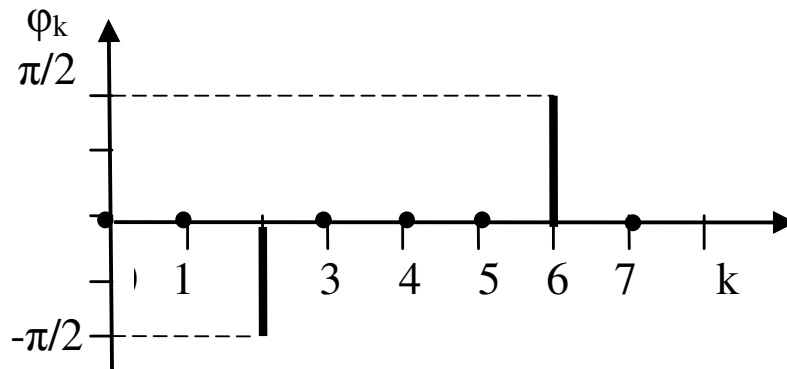


Рисунок 2.7 – Спектр фаз

2. Определим последовательность отсчетов дискретного сигнала по её спектру

$$S = (8 \quad 8 \quad -2 \cdot j \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 2 \cdot j \quad 8).$$

Воспользовавшись программой «Обратное ДПФ», получим

$$x = (3.000 \quad 2.914 \quad 1.000 \quad -0.914 \quad -1.000 \quad 0.086 \quad 1.000 \quad 1.914)$$

3. Воспользуемся алгоритмом прямого БПФ с прореживанием во времени для исходной последовательности

$$x = (3.000 \quad 2.914 \quad 1.000 \quad -0.914 \quad -1.000 \quad 0.086 \quad 1.000 \quad 1.914)$$

Выполним перестановку членов этой последовательности с учетом двоичной инверсии индексов (рисунок 2.1). В результате получим

$$x' = (3.000 \quad -1.000 \quad 1.000 \quad 1.000 \quad 2.914 \quad 0.086 \quad -0.914 \quad 1.914)$$

Воспользовавшись алгоритмом прямого БПФ с прореживанием во времени (рисунок 2.2), выполним операции «бабочка»: на первом уровне – 4 двухточечных «бабочки», на втором уровне – 2 четырёхточечных, на третьем уровне – одна восьмиточечная (рисунок 2.8).

4. Выполним перестановку членов полученной последовательности отсчетов спектра с учетом двоичной инверсии индексов. В результате получим

$$S' = (8 \quad 0 \quad -2j \quad 2j \quad 8 \quad 0 \quad 0 \quad 8)$$

Подадим эту последовательность на входы двухточечных бабочек рисунка 2.3 и выполним вычисления. Результат приведён на рисунке 2.9.

5. Воспользуемся алгоритмом БПФ с прореживанием по частоте для определения прямого преобразования последовательности

$$x = (3.000 \quad 2.914 \quad 1.000 \quad -0.914 \quad -1.000 \quad 0.086 \quad 1.000 \quad 1.914)$$

Согласно алгоритму прямого БПФ с прореживанием по частоте (рисунок 2.4), выполним операции «бабочка»: на первом уровне – одна восьмиточечная «бабочка», на втором уровне – 2 четырёхточечных, на третьем уровне – четыре двухточечных (рисунок 2.10).

Выполним перестановку членов полученной последовательности с учетом двоичной инверсии индексов (рисунок 2.1).

В результате получим

$$S = (8 \quad 8 \quad -2 \cdot j \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 2 \cdot j \quad 8)$$

6. По алгоритму рисунка 2.5 выполним обратное преобразование последовательности отсчетов спектра

$$S = (8 \quad 8 \quad -2 \cdot j \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 2 \cdot j \quad 8).$$

Результатом этой операции является последовательность отсчетов дискретного сигнала (рисунок 2.11)

$$x' = (3.000 \quad -1.000 \quad 1.000 \quad 1.000 \quad 2.914 \quad 0.086 \quad -0.914 \quad 1.914)$$

Выполнив перестановку членов этой последовательности с учетом двоичной инверсии индексов, получим

$$x = (3.000 \quad 2.914 \quad 1.000 \quad -0.914 \quad -1.000 \quad 0.086 \quad 1.000 \quad 1.914)$$



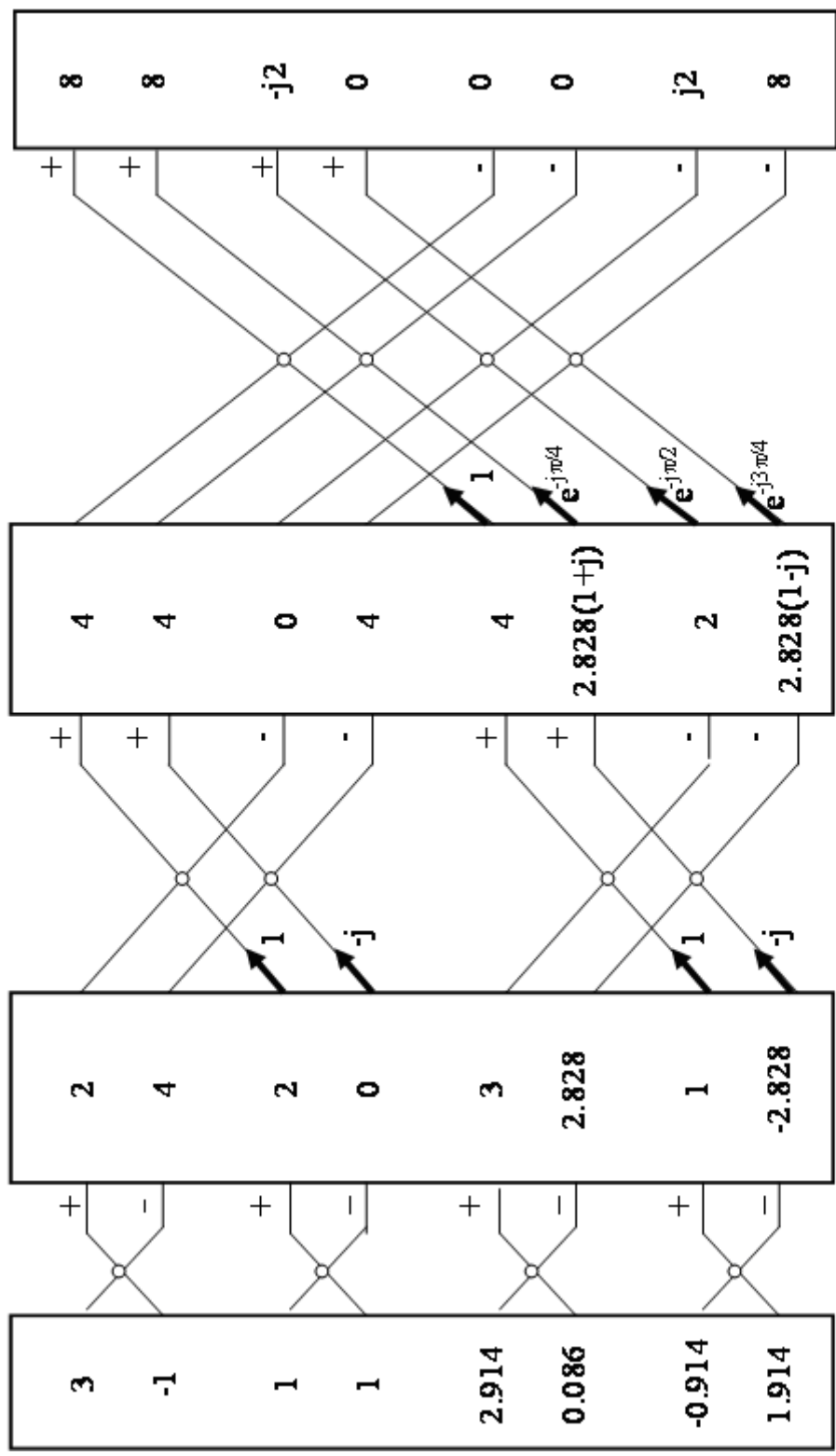
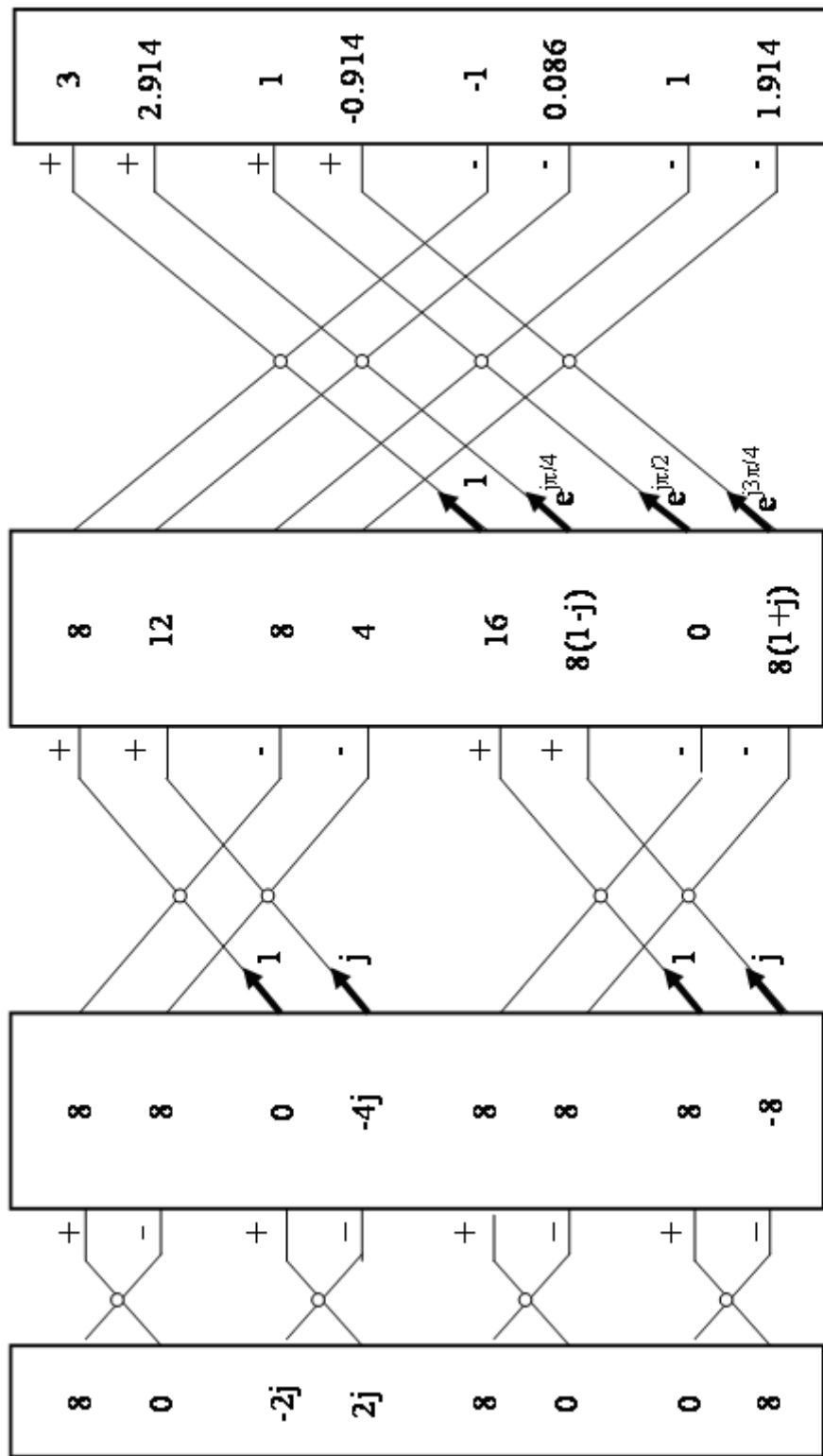


Рисунок 2.8 – Определение спектра дискретного сигнала с использованием алгоритма прямого БПФ с прореживанием во времени



Примечание: результаты выполнения последней бабочки нужно разделить на N=8

Рисунок 2.9 - Определение отсчетов дискретного сигнала с использованием алгоритма обратного БПФ с прореживанием во времени

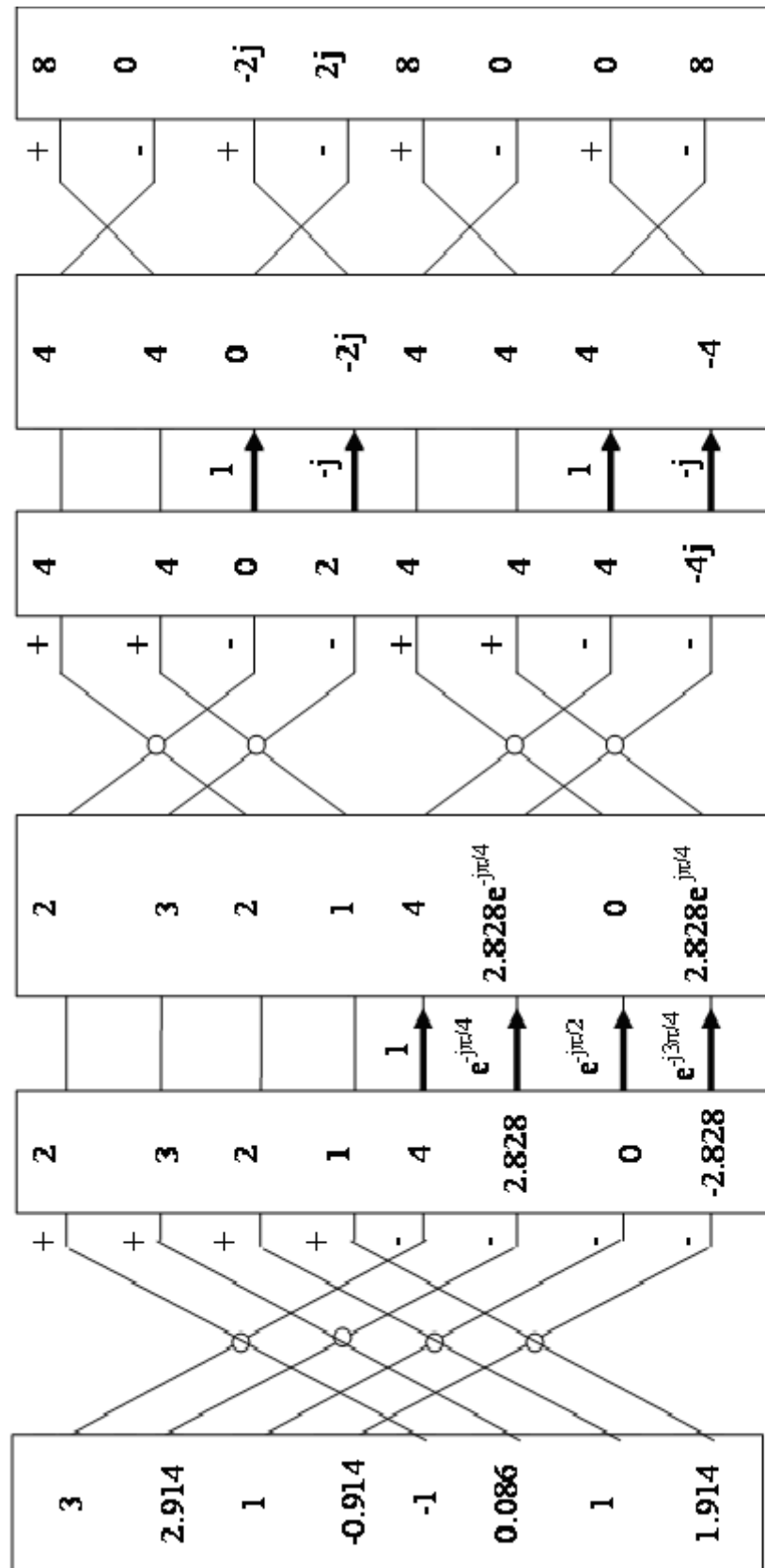
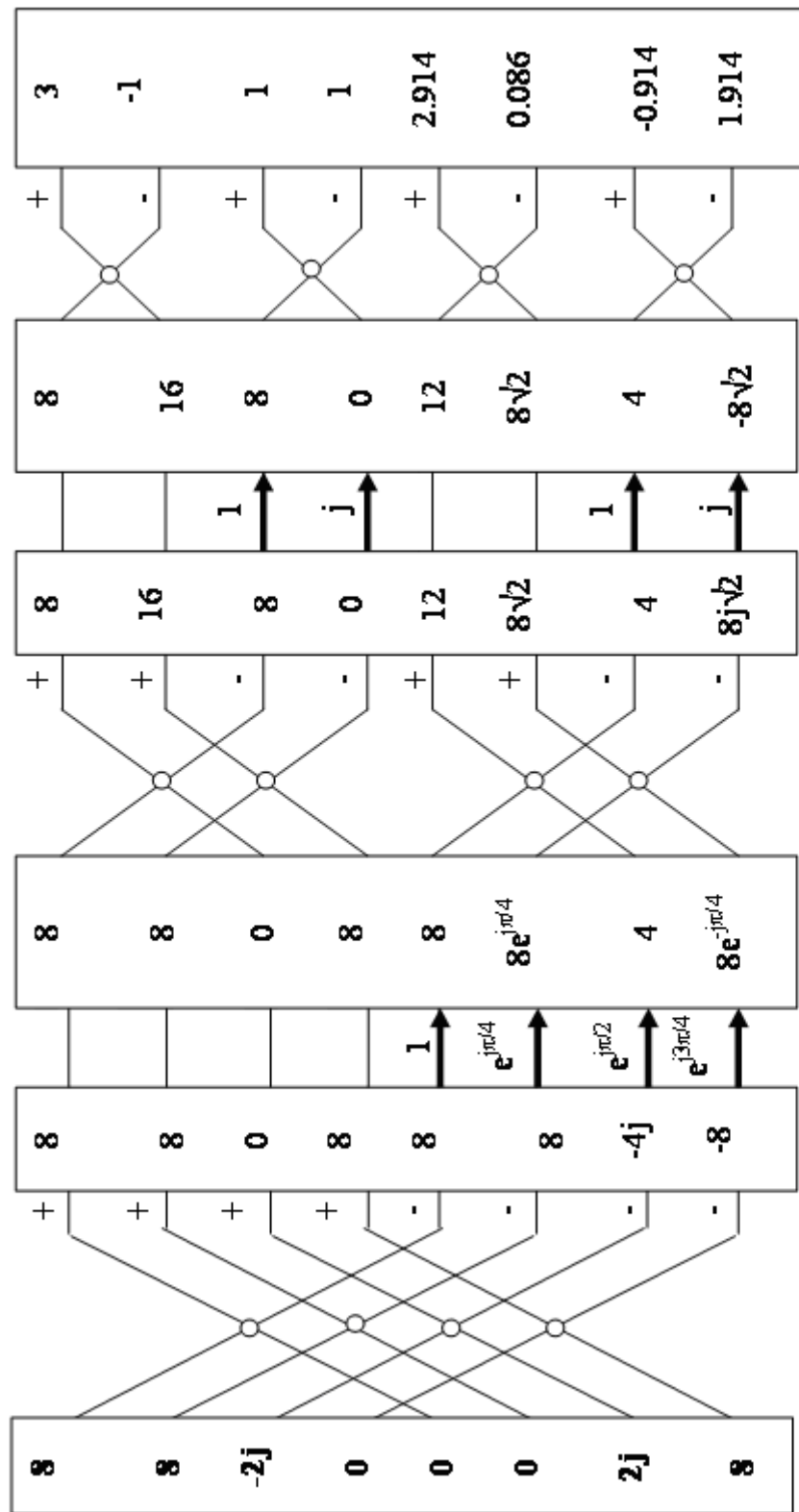


Рисунок 2.10 - Определение спектра дискретного сигнала с использованием алгоритма прямого БПФ с прореживанием по частоте



Примечание: результаты на выходах двухточечных бабочек делится на  $N=8$

Рисунок 2.11 - Определение отсчетов дискретного сигнала с использованием алгоритма обратного БПФ с прореживанием по частоте

### 3. Задание №3. Определение системной функции, комплексного коэффициента передачи, АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра

#### 3.1. Содержание задания

Требуется:

- Определить системную функцию цифрового фильтра  $H(z)$ ,
- Найти комплексный коэффициент передачи  $K(j\theta)$  фильтра, где  $\theta = 2\pi f_N$ ,  $f_N=f/F_d$  – нормированная частота,
- Рассчитать АЧХ и ФЧХ фильтра,
- Проверить результаты расчета АЧХ и ФЧХ, воспользовавшись программой «Расчет АЧХ и ФЧХ\_1»,
- Построить графики АЧХ  $K(f_N)$  и ФЧХ  $\varphi(f_N)$ ,

В таблице 3.1 заданы значения коэффициентов системных функций цифровых фильтров, алгоритмы функционирования которых приведены на рисунках 3.1 – 3.10.

Две первые цифры варианта задания соответствуют номеру рисунка, а третья цифра определяет вариант числовых значений коэффициентов для данного фильтра.

Таблица 3.1

Номер варианта задания	Коэффициенты системной функции фильтра
3.1.1	$A1_1 = - 0.309$ $A1_2 = A1_1$ $M1 = - 0.846$ $M2 = 0.951$
3.1.2	$A1_1 = 0.309$ $A1_2 = A1_1$ $M1 = - 0.846$ $M2 = 0.951$
3.1.3	$A1_1 = - 0.588$ $A1_2 = A1_1$ $M1 = - 0.685$ $M2 = 0.809$
3.1.4	$A1_1 = 0.588$ $A1_2 = A1_1$ $M1 = - 0.685$ $M2 = 0.809$
3.1.5	$A1_1 = - 1$ $A1_2 = - 0.500$ $M1 = - 2$ $M2 = 0.200$

Продолжение таблицы 3.1

Номер варианта задания	Коэффициенты системной функции фильтра
3.1.6	$A1_1 = 1 \quad A1_2 = 0.500 \quad M1 = -2 \quad M2 = 0.200$
3.2.1	$A1_1 = -0.309 \quad A1_2 = A1_1 \quad M1 = -0.846 \quad M2 = 0.951$
3.2.2	$A1_1 = 0.309 \quad A1_2 = A1_1 \quad M1 = -0.846 \quad M2 = 0.951$
3.2.3	$A1_1 = -0.588 \quad A1_2 = A1_1 \quad M1 = -0.685 \quad M2 = 0.809$
3.2.4	$A1_1 = 0.588 \quad A1_2 = A1_1 \quad M1 = -0.685 \quad M2 = 0.809$
3.2.5	$A1_1 = -1 \quad A1_2 = -0.500 \quad M1 = -2 \quad M2 = 0.200$
3.2.6	$A1_1 = 1 \quad A1_2 = 0.500 \quad M1 = -2 \quad M2 = 0.200$
3.3.1	$M = 0.010 \quad N = 2 \quad A1_1 = 0.100 \quad A1_2 = -A1_1$ $A2 = 0.900$
3.3.2	$M = 0.150 \quad N = 2 \quad A1_1 = 0.200 \quad A1_2 = -A1_1$ $A2 = 0.500$
3.3.3	$M = 0.005 \quad N = 2 \quad A1_1 = 0.100 \quad A1_2 = -A1_1$ $A2 = 0.950$
3.3.4	$M = 0.004 \quad N = 2 \quad A1_1 = 0.200 \quad A1_2 = -A1_1$ $A2 = 0.800$
3.3.5	$M = 0.050 \quad N = 6 \quad A1_1 = -0.100 \quad A1_2 = -A1_1$ $A2 = 0.700$
3.4.1	$M = 0.020 \quad A2_0 = 0.500 \quad A1_1 = 0.200 \quad A1_2 = -A1_1$ $A2_1 = 0.900 \quad A2_2 = A2_1$
3.4.2	$M = 0.063 \quad A2_0 = 0.500 \quad A1_1 = 0.300 \quad A1_2 = -A1_1$ $A2_1 = 0.800 \quad A2_2 = A2_1$
3.4.3	$M = 0.140 \quad A2_0 = 0.300 \quad A1_1 = 0.200 \quad A1_2 = -A1_1$ $A2_1 = 0.600 \quad A2_2 = A2_1$
3.4.4	$M = 0.224 \quad A2_0 = 0.140 \quad A1_1 = 0.100 \quad A1_2 = -A1_1$ $A2_1 = 0.500 \quad A2_2 = A2_1$

Продолжение таблицы 3.1

Номер варианта задания	Коэффициенты системной функции фильтра
3.4.5	$M = 0.010$ $A_{20} = 0.800$ $A_{11} = 0.200$ $A_{12} = -A_{11}$ $A_{21} = 0.900$ $A_{22} = A_{21}$
3.4.6	$M = 0.280$ $A_{20} = 0.500$ $A_{11} = 0.700$ $A_{12} = -A_{11}$ $A_{21} = 0.700$ $A_{22} = A_{21}$
3.5.1	$M = (1+A_{10})(1+A_{11})(1+A_{12})$ $A_{10} = -0.8$ $A_{11} = -0.8$ $A_{12} = -0.8$
3.5.2	$M = (1-A_{10})(1-A_{11})(1-A_{12})$ $A_{10} = 0.8$ $A_{11} = 0.8$ $A_{12} = 0.8$
3.5.3	$M = (1+A_{10})(1+A_{11})(1+A_{12})$ $A_{10} = -0.9$ $A_{11} = -0.8$ $A_{12} = -0.7$
3.5.4	$M = (1-A_{10})(1-A_{11})(1-A_{12})$ $A_{10} = 0.9$ $A_{11} = 0.8$ $A_{12} = 0.7$
3.5.5	$M = (1+A_{10})(1+A_{11})(1+A_{12})$ $A_{10} = -0.75$ $A_{11} = -0.60$ $A_{12} = -0.70$
3.5.6	$M = (1-A_{10})(1-A_{11})(1-A_{12})$ $A_{10} = 0.75$ $A_{11} = 0.60$ $A_{12} = 0.70$
3.6.1	$M = (1+A_{10})(1+A_{11})$ $A_{10} = -0.8$ $A_{11} = -0.8$
3.6.2	$M = (1-A_{10})(1-A_{11})$ $A_{10} = 0.8$ $A_{11} = 0.8$
3.6.3	$M = (1+A_{10})(1+A_{11})$ $A_{10} = -0.9$ $A_{11} = -0.8$
3.6.4	$M = (1-A_{10})(1-A_{11})$ $A_{10} = 0.9$ $A_{11} = 0.8$
3.7.1	$M = 0.500$ $b_0 = b_1 = b_2 = 0$ $b_3 = 1$
3.7.2	$M = 0.140$ $b_0 = b_1 = b_2 = b_3 = 1$
3.7.3	$M = 0.880$ $b_0 = 0.500$ $b_1 = 0$ $b_2 = -0.318$ $b_3 = 0$
3.7.4	$M = 0.880$ $b_0 = 0.500$ $b_1 = 0$ $b_2 = 0.318$ $b_3 = 0$

Продолжение таблицы 3.1

Номер варианта задания	Коэффициенты системной функции фильтра
3.7.5	$M = 0.856$ $b_0 = 0.250$ $b_1 = -0.225$ $b_2 = 0.159$ $b_3 = -0.075$
3.7.6	$M = 2.710$ $b_0 = 0.125$ $b_1 = 0$ $b_2 = -0.122$ $b_3 = 0$
3.8.1	$A_2 = 0.800$ $B_{1_1} = B_{1_2} = -1.414$ $A_{1_1} = A_{1_2} = -1.265$ $M_1 = M_2 = 0.900$
3.8.2	$A_2 = 0.800$ $B_{1_1} = B_{1_2} = 1.414$ $A_{1_1} = A_{1_2} = 1.265$ $M_1 = M_2 = 0.900$
3.8.3	$A_2 = 0.800$ $B_{1_1} = B_{1_2} = -1$ $A_{1_1} = A_{1_2} = -0.894$ $M_1 = M_2 = 0.900$
3.8.4	$A_2 = 0.800$ $B_{1_1} = B_{1_2} = 1$ $A_{1_1} = A_{1_2} = 0.894$ $M_1 = M_2 = 0.900$
3.8.5	$A_2 = 0.900$ $A_{1_1} = -1.643$ $A_{1_2} = -A_{1_1}$ $B_{1_1} = -1.732$ $B_{1_2} = -B_{1_1}$ $M_1 = M_2 = 0.955$
3.8.6	$A_2 = 0.900$ $A_{1_1} = -1.342$ $A_{1_2} = -A_{1_1}$ $B_{1_1} = -1.414$ $B_{1_2} = -B_{1_1}$ $M_1 = M_2 = 0.950$
3.8.7	$A_2 = 0.7$ $A_{1_1} = -0.041$ $A_{1_2} = -A_{1_1}$ $B_{1_1} = -0.049$ $B_{1_2} = -B_{1_1}$ $M_1 = M_2 = 0.850$
3.8.8	$A_2 = 0.900$ $A_{1_1} = -1.643$ $A_{1_2} = 0$ $B_{1_1} = -1.732$ $B_{1_2} = 0$ $M_1 = M_2 = 0.954$
3.9.1	$A_1 = 0.200$ $A_2 = 0.700$ $M = 0.210$
3.9.2	$A_1 = 0$ $A_2 = 0.700$ $M = 0.150$
3.9.3	$A_1 = 0.100$ $A_2 = 0.900$ $M = 0.530$
3.9.4	$A_1 = -0.3$ $A_2 = 0.5$ $M = 0.33$
3.10.1	$M = 0.820$ $B_1 = 0$ $A_1 = 0$ $A_2 = 0.800$
3.10.2	$M = 0.950$ $B_1 = 0$ $A_1 = 0$ $A_2 = 0.950$



Продолжение таблицы 3.1

Номер варианта задания	Коэффициенты системной функции фильтра
3.10.3	$M = 0.815 \quad B1=0.618 \quad A1= 0.553 \quad A2= 0.800$
3.10.4	$M=0.905 \quad B1= 0 \quad A1= 0 \quad A2 = 0.900$
3.10.5	$M = 0.903 \quad B1 = -0.618 \quad A1 = - 0.586 \quad A2 = 0.900$
3.10.6	$M = 0.816 \quad B1 = 0.5 \quad A1 = 0.447 \quad A2 = 0.800$

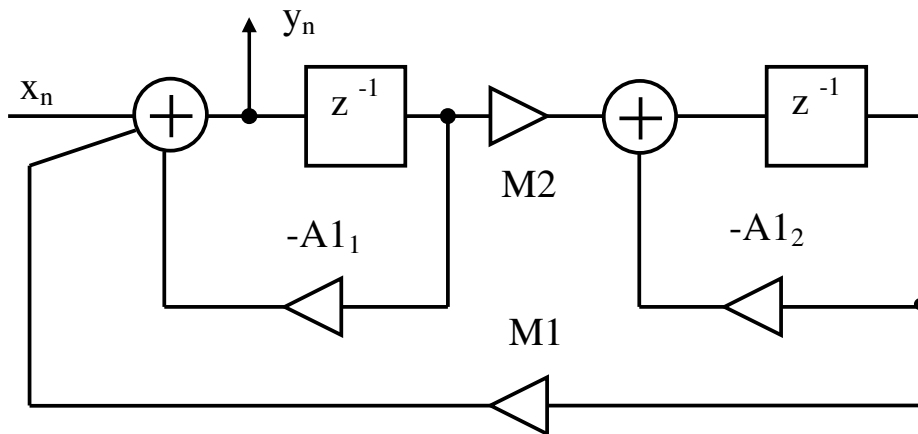


Рисунок 3.1

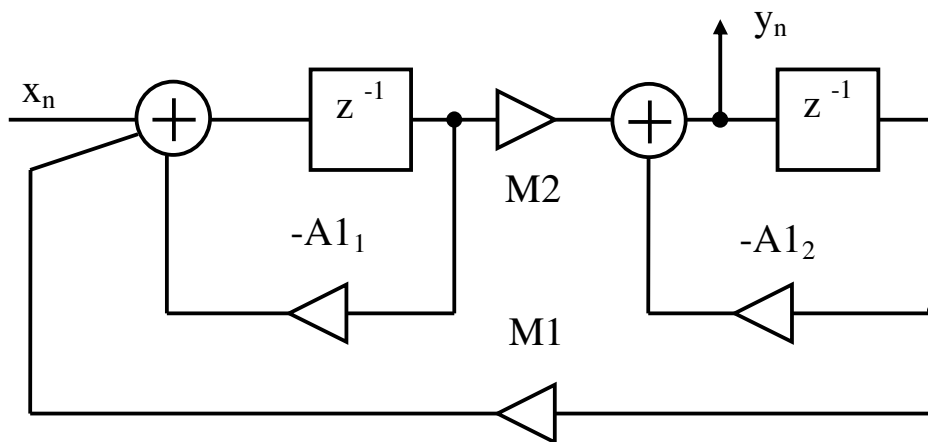


Рисунок 3.2

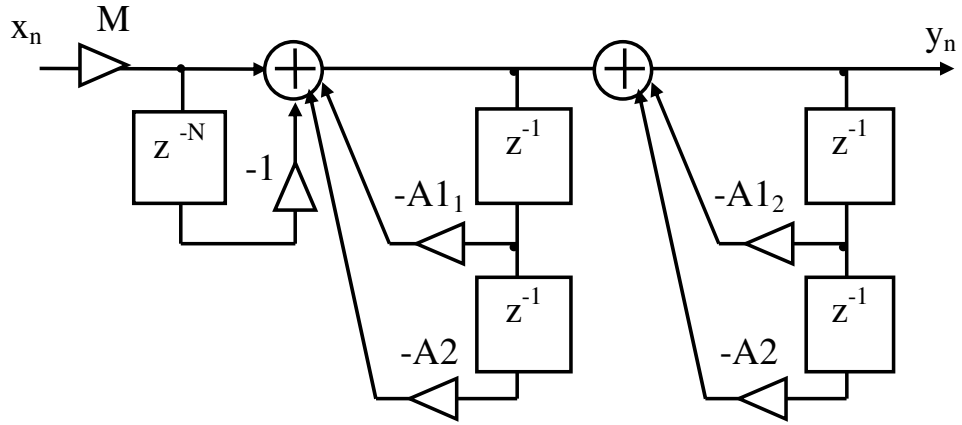


Рисунок 3.3

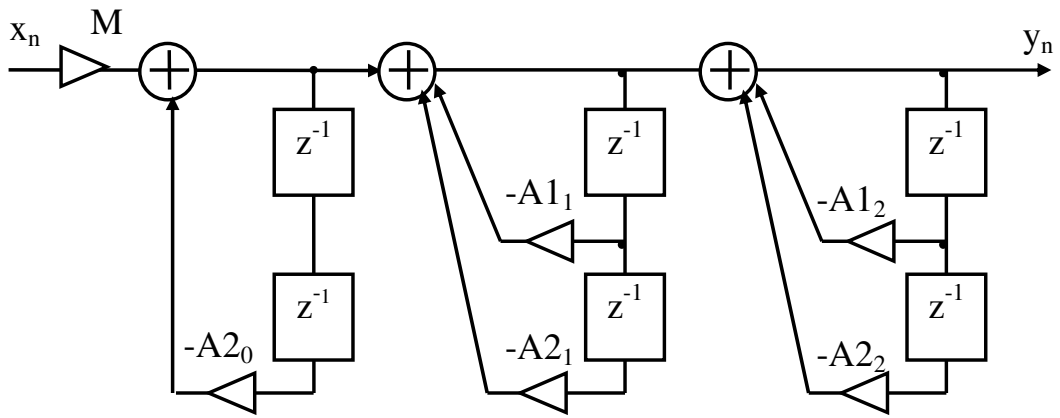


Рисунок 3.4

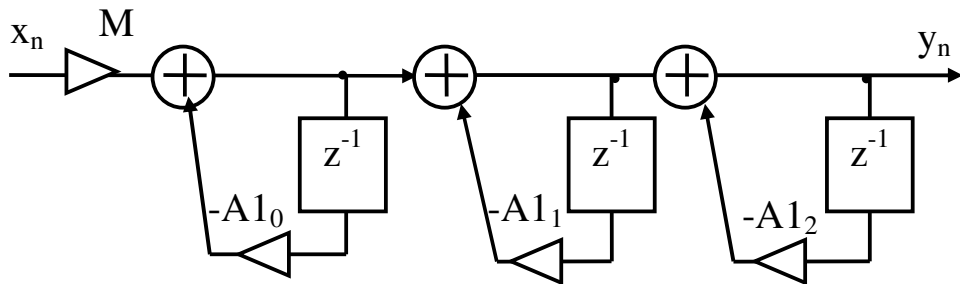


Рисунок 3.5

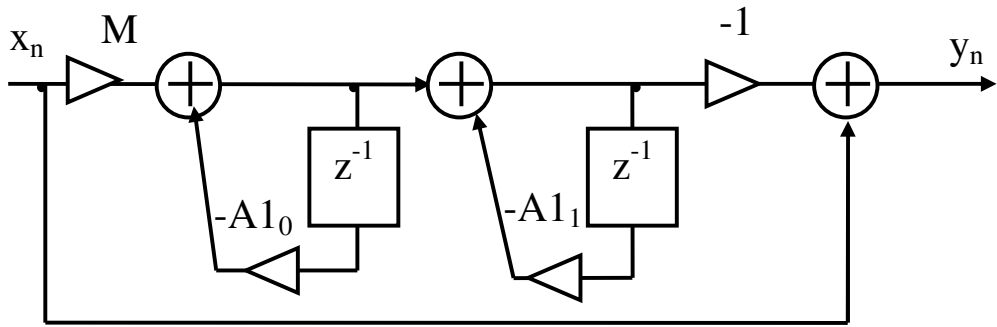


Рисунок 3.6

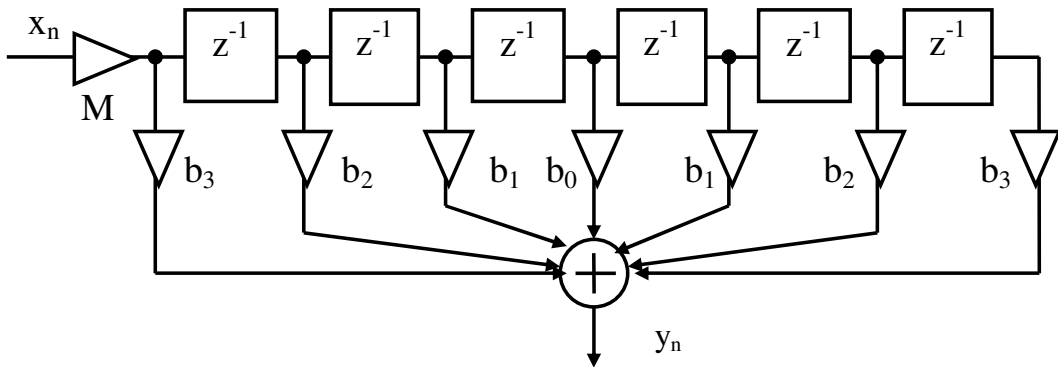


Рисунок 3.7

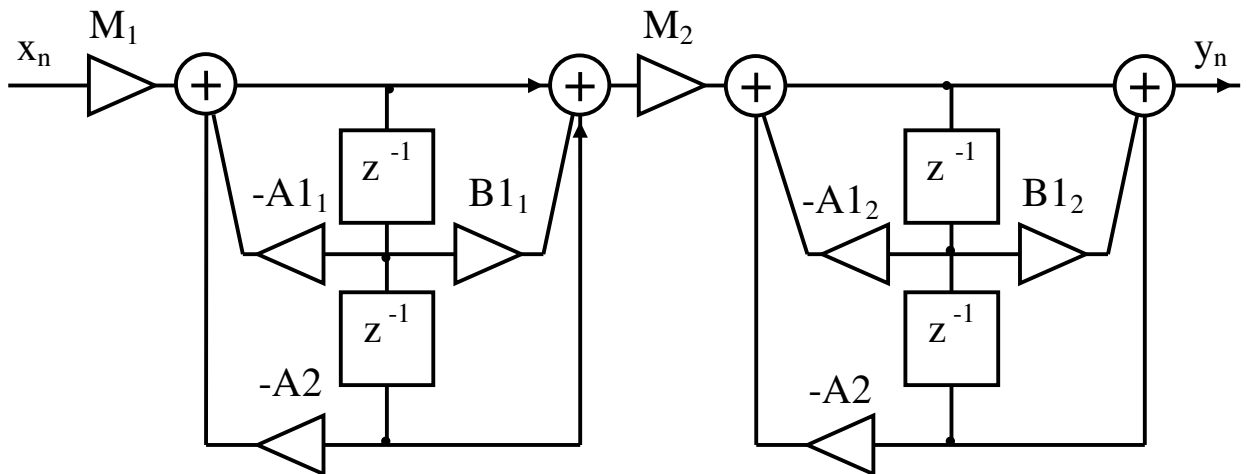


Рисунок 3.8

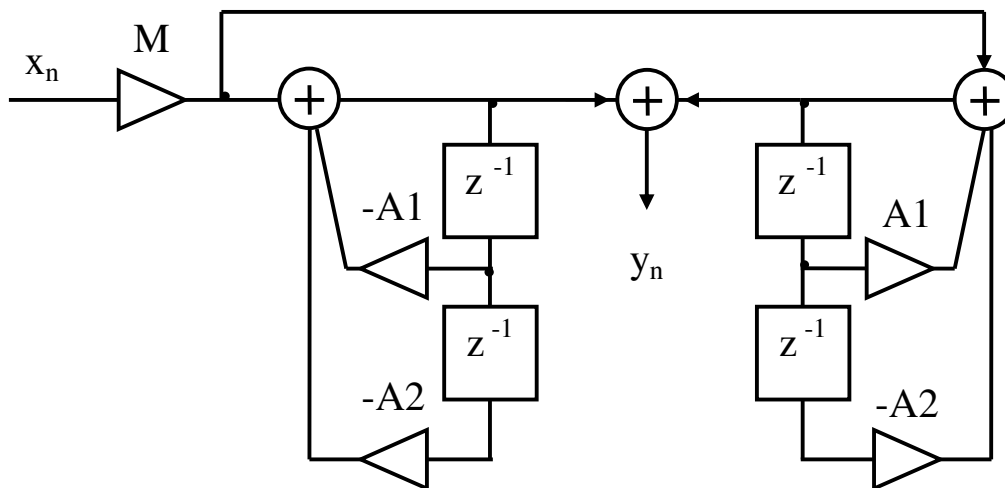


Рисунок 3.9

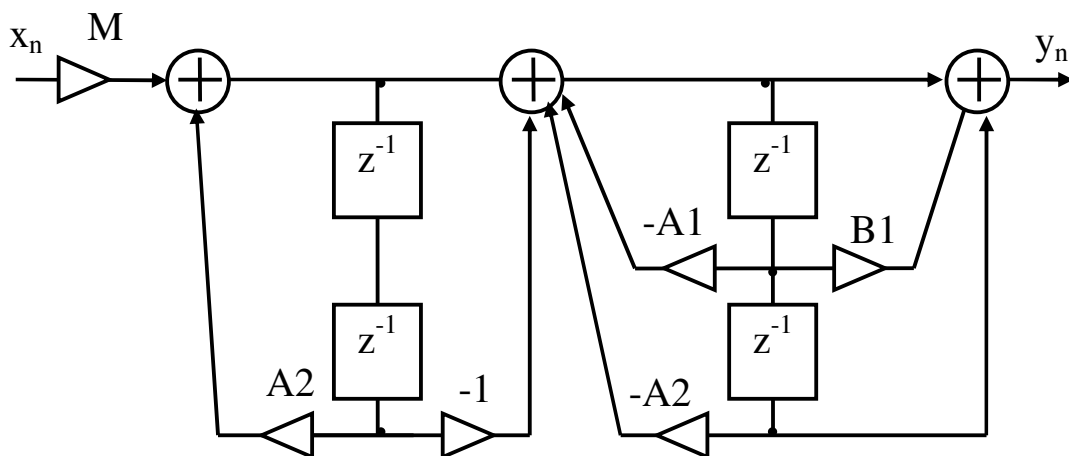


Рисунок 3.10

## 2.2. Примеры выполнения задания №3

### Пример №1.

Задан алгоритм функционирования цифрового фильтра (рисунок 3.11). Коэффициент равен  $A = 0.9$ .

Требуется:

- Определить системную функцию цифрового фильтра  $H(z)$ ,
- Найти комплексный коэффициент передачи  $K(j\theta)$  фильтра, где  $\theta = 2\pi f_N$ ,  $f_N = f/F_D$  – нормированная частота,
- Рассчитать АЧХ и ФЧХ фильтра,
- Проверить результаты расчета АЧХ и ФЧХ, воспользовавшись программой «Расчет АЧХ и ФЧХ\_1»,

- Построить графики АЧХ  $K(f_N)$  и ФЧХ  $\varphi(f_N)$ ,

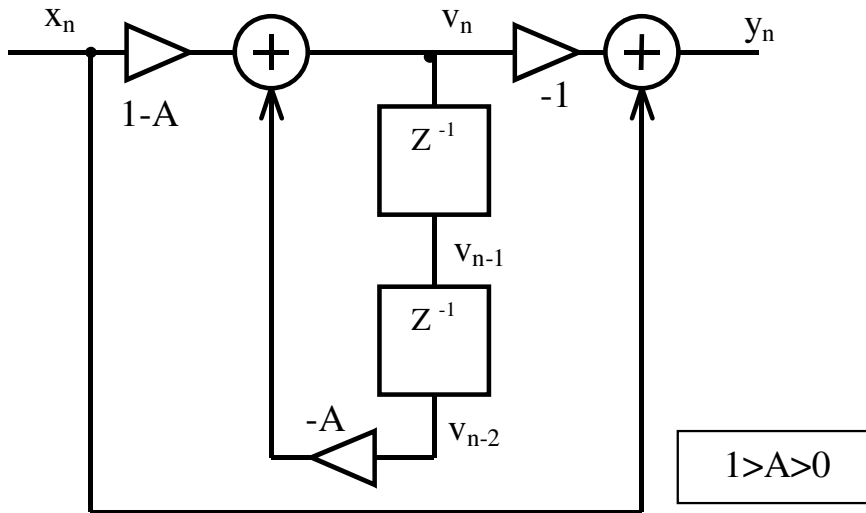


Рисунок 3.11 – Графическое представление алгоритма функционирования фильтра

1. Из рисунка видно, что

$$v_n = (1 - A) x_n - A v_{n-2},$$

$$y_n = x_n - v_n.$$

2. Воспользовавшись свойствами Z-преобразования, перейдем от разностных уравнений к уравнениям для Z-преобразований дискретных сигналов  $v_n, x_n, y_n$

$$V(z) = (1 - A) X(z) - A z^{-2} V(z),$$

$$Y(z) = X(z) - V(z).$$

Выразим  $V(z)$  через  $X(z)$

$$V(z) = \frac{(1 - A) X(z)}{1 + A z^{-2}}.$$

Подставляя  $V(z)$  во второе уравнение, получим

$$Y(z) = \frac{A(1 + z^{-2})}{1 + A z^{-2}} X(z).$$

Разделив  $Y(z)$  на  $X(z)$ , получим системную функцию цифрового фильтра

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{A(1+z^{-2})}{1+Az^{-2}}.$$

3. Для нахождения комплексного коэффициента передачи фильтра подставим в выражение системной функции  $z = e^{j\theta}$ , где  $j$  – мнимая единица,  $\theta = 2\pi f_N$ ,  $f_N = f/F_D$  – нормированная частота

$$\begin{aligned} \dot{K}(j\theta) &= \frac{A(1+e^{-j2\theta})}{1+Ae^{-j2\theta}} = \frac{Ae^{-j\theta}(e^{j\theta}+e^{-j\theta})}{1+Ae^{-j2\theta}} = 2Ae^{-j\theta} \frac{\cos(\theta)}{1+Ae^{-j2\theta}} = \\ &= 2Ae^{-j\theta} \frac{\cos(\theta)}{1+A(\cos(2\theta)-j\sin(2\theta))}. \end{aligned}$$

4. Определим АЧХ фильтра

$$K(\theta) = |\dot{K}(j\theta)| = 2A \frac{|\cos(\theta)|}{\sqrt{1+2A\cos(2\theta)+A^2}} \quad \text{или}$$

$$K(f_N) = |\dot{K}(j2\pi f_N)| = 2A \frac{|\cos(2\pi f_N)|}{\sqrt{1+2A\cos(4\pi f_N)+A^2}}$$

Построим график АЧХ (рисунок 3.12) при изменении  $f_N$  от 0 до 0.5 с шагом 0.0001. Принятый интервал изменения  $f_N$  соответствует интервалу частот от 0 до  $F_D/2$ . Для любой частоты внутри этого интервала выполняется теорема Котельникова.

Из графика АЧХ следует, что данный фильтр является режекторным. Его коэффициент передачи равен нулю при  $f_N = 0.25$ , т.е. на частоте, равной четверти частоты дискретизации.

5. Определим ФЧХ фильтра

$$\varphi(\theta) = \arg(\dot{K}(j\theta)) = \varphi_1(\theta) + \varphi_2(\theta) + \varphi_3(\theta),$$

где

$$\varphi_1(\theta) = -\theta \quad \text{или} \quad \varphi_1(f_N) = -2\pi f_N,$$

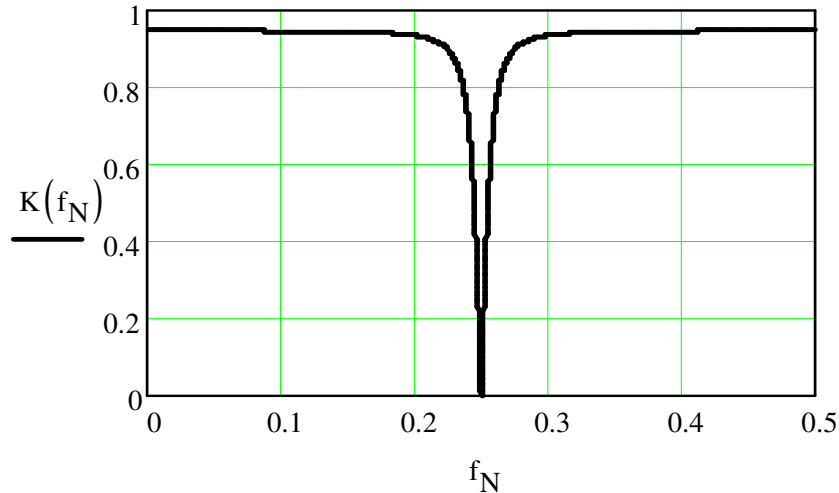


Рисунок 3.12 – АЧХ фильтра

$$\varphi_2(\theta) = \begin{cases} 0 & \text{при } \cos(\theta) \geq 0, \\ \pi & \text{при } \cos(\theta) < 0, \end{cases} \quad \text{или}$$

$$\varphi_2(f_N) = \begin{cases} 0 & \text{при } \cos(2\pi f_N) \geq 0, \\ \pi & \text{при } \cos(2\pi f_N) < 0, \end{cases}$$

$$\varphi_3(\theta) = \operatorname{arctg} \left( \frac{A \sin(2\theta)}{1 + A \cos(2\theta)} \right) \quad \text{или}$$

$$\varphi_3(f_N) = \operatorname{arctg} \left( \frac{A \sin(4\pi f_N)}{1 + A \cos(4\pi f_N)} \right)$$

Графики  $\varphi_1(f_N)$ ,  $\varphi_2(f_N)$  и  $\varphi_3(f_N)$  приведены на рисунке 3.13, а результирующая ФЧХ показана на рисунке 3.14.

Фазочастотные характеристики принято представлять в пределах интервала от  $-\pi$  до  $\pi$ . В рассмотренном случае фазовый сдвиг, вносимый фильтром, не выходит за пределы этого интервала. Поэтому полученный результат следует считать окончательным.

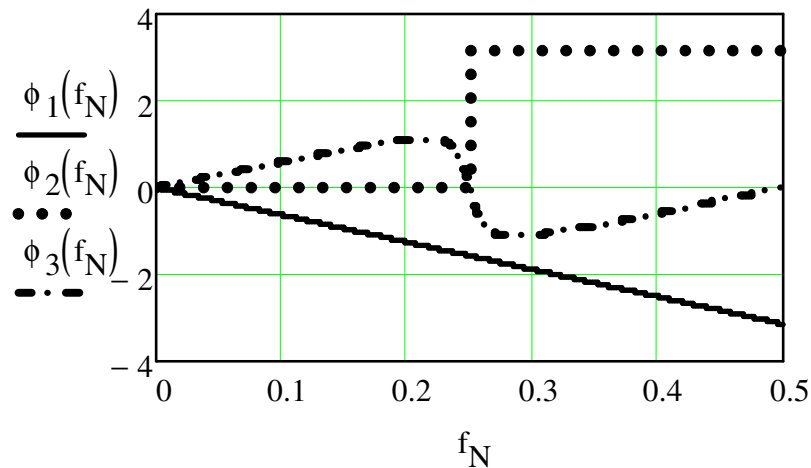


Рисунок 3.13 - Составляющие ФЧХ фильтра

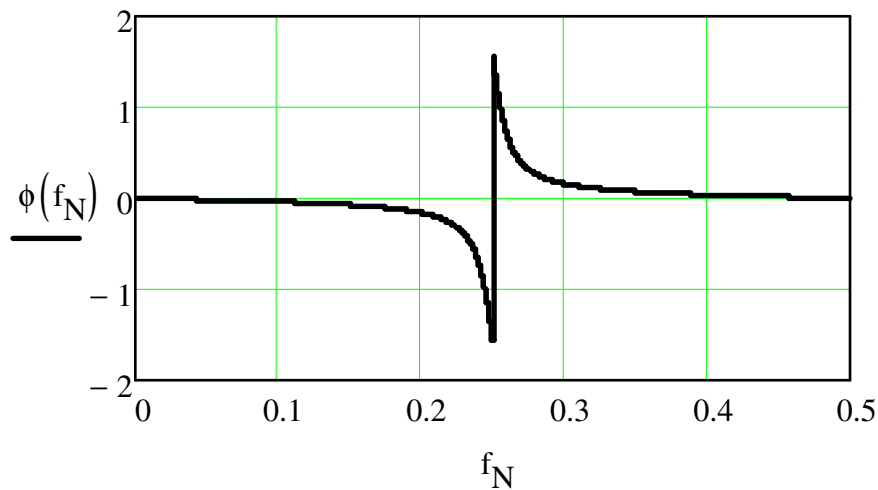


Рисунок 3.14 – ФЧХ фильтра

Для проверки правильности определения АЧХ и ФЧХ можно воспользоваться программой, приведенной в Приложении Д. Имя программы: Расчет АЧХ и ФЧХ\_1.

В строке 2 осуществляется ввод параметра **A**. При большем количестве исходных данных увеличится количество строк ввода.

В строке 3 задается шаг изменения нормированной частоты  $\delta f$ , а в строке 4 диапазон изменения нормированной частоты от 0 до 0.5 с шагом  $\delta f$ .

Затем в цикле по порядковому номеру расчетной точки  $m$  рассчитываются значения комплексной переменной  $z$ , системной функция  $H$ , АЧХ  $K(m)$  и ФЧХ  $\phi(m)$ .

Строки 12-20 организуют вывод графиков АЧХ и ФЧХ.

В среде Scilab основание натурального логарифма  $e$  записывается в виде `%e`, мнимая единица - `%i`, число  $\pi$  - `%pi`. Эти



идентификаторы используются в строке 7 при записи выражения для  $z$ .

Чтобы воспользоваться данной программой при расчете других фильтров, нужно заменить строку 8, а вместо строки 2 ввести свои исходные данные.

Результаты расчета АЧХ по программе приведены на рисунке 3.15.

Результаты, представленные на рисунках 3.12, 3.14 и 3.15, совпадают с учетом того, что на рисунке 3.14 фазовый сдвиг приведен в радианах, а на рисунке 3.15 в градусах.

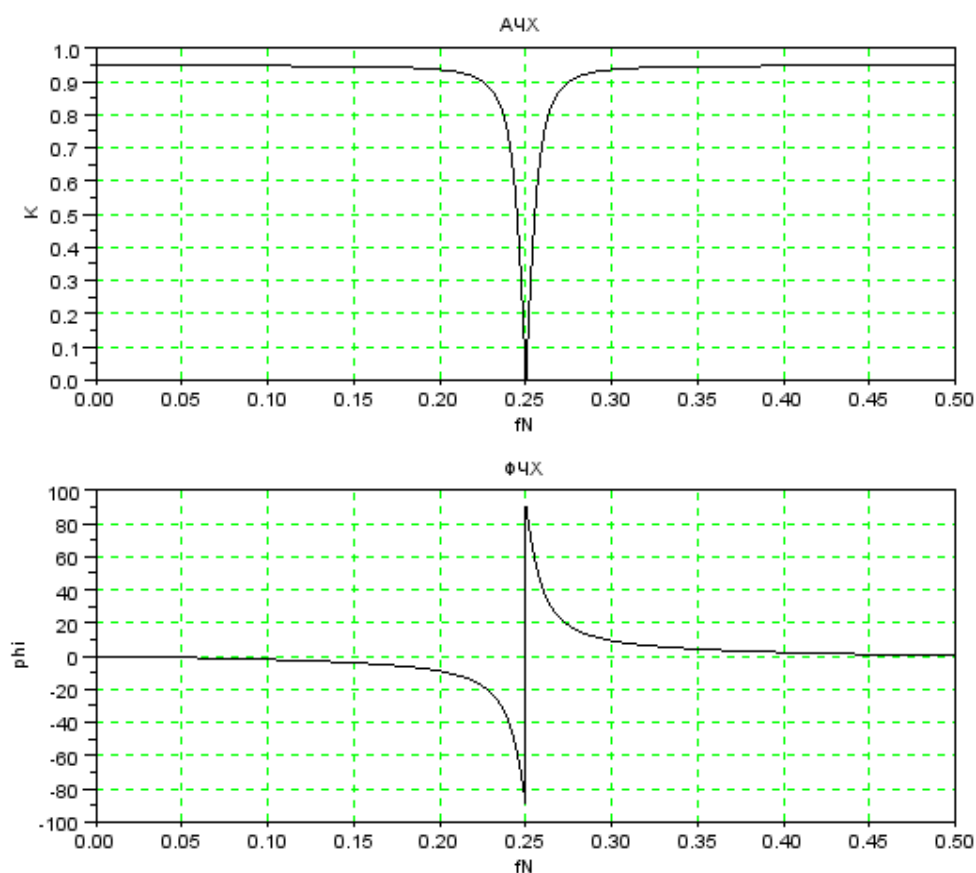


Рисунок 3.15 – АЧХ и ФЧХ фильтра

### Пример №2

Задана линия задержки, состоящая из трех элементов (рисунок 3.16).

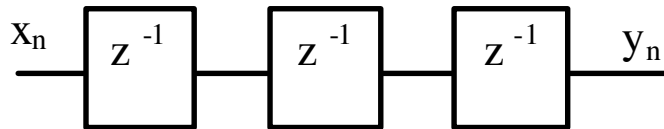


Рисунок 3.16 – Цифровая линия задержки

Требуется определить системную функцию  $H(z)$ , комплексный коэффициент передачи  $K(j\theta)$ , АЧХ  $K(f_N)$  и ФЧХ  $\varphi(f_N)$  цифрового фильтра, где  $\theta = 2\pi f_N$ ,  $f_N=f/F_D$  - нормированная частота.

Построить графики АЧХ и ФЧХ

1. Из рисунка следует, что

$$Y_n = X_{n-3}.$$

Выразим  $Z$ -преобразование выходного сигнала линии задержки через  $Z$ -преобразование входного сигнала

$$Y(z) = z^{-3} X(z).$$

Системная функция определяется следующим соотношением

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = z^{-3}.$$

2. Определим комплексный коэффициент передачи, используя подстановку  $z = e^{j\theta}$

$$\dot{K}(j\theta) = e^{-j3\theta}.$$

3. Найдем АЧХ линии задержки (рисунок 3.17)

$$K(\theta) = |\dot{K}(j\theta)| = 1.$$

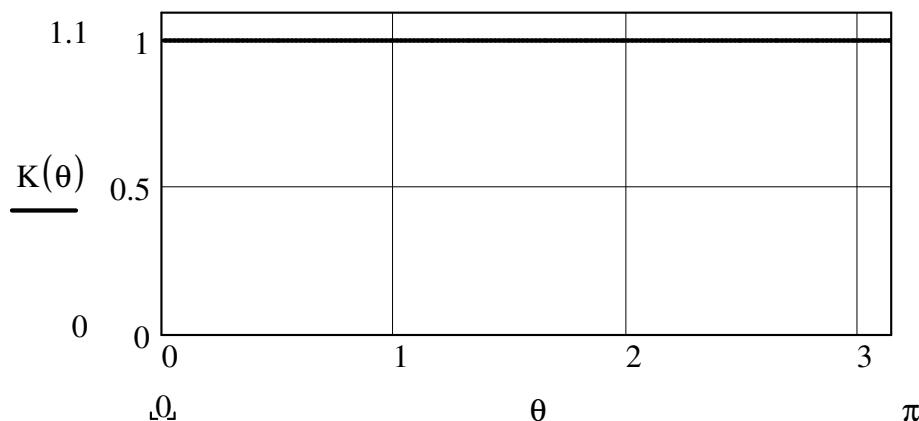


Рисунок 3.17 - АЧХ линии задержки

#### 4. Определим ФЧХ линии задержки

Из выражения для комплексного коэффициента передачи следует, что его аргумент равен

$$\varphi_0(\theta) = -3\theta \quad \text{или} \quad \varphi_0(f_N) = -6\pi f_N.$$

Полученная зависимость показана на рисунке 3.18.

Из рисунка видно, что  $\varphi_0(f_N)$  выходит за пределы принятого интервала. Причем максимальное отклонение от заданного интервала равно  $-2\pi$ . Чтобы привести ФЧХ в интервал от  $-\pi$  до  $\pi$  к  $\varphi_0(f_N)$  нужно прибавить  $2\pi$  при  $\varphi_0(f_N) < -\pi$ .

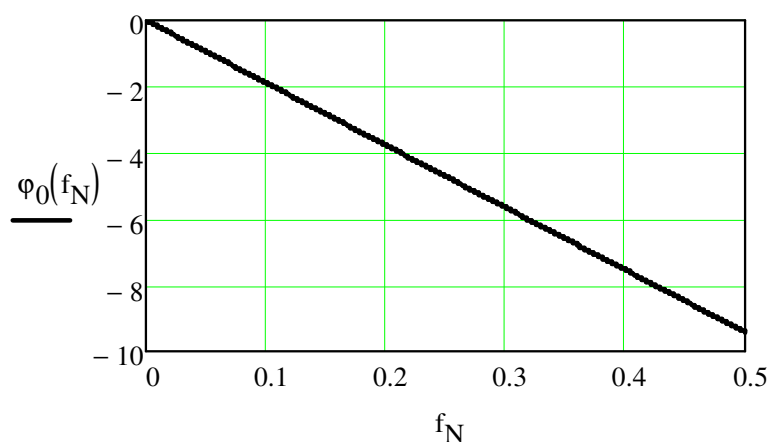


Рисунок 3.18 – ФЧХ линии задержки без приведения в интервал от  $-\pi$  до  $\pi$

$$\varphi(f_N) = \begin{cases} \varphi_0(f_N) & \text{при } \pi > \varphi_0(f_N) \geq -\pi, \\ \varphi_0(f_N) + 2\pi & \text{при } \varphi_0(f_N) < -\pi, \\ \varphi_0(f_N) - 2\pi & \text{при } \varphi_0(f_N) \geq \pi. \end{cases}$$

Последнее соотношение справедливо, если абсолютная величина отклонения ФЧХ от принятого интервала не превышает  $2\pi$ . Если после выполнения указанной процедуры ФЧХ еще не войдет в пределы установленного интервала, то указанную операцию нужно повторить, приняв полученную функцию  $\varphi(f_N)$  за  $\varphi_0(f_N)$ .

После выполнения указанной процедуры получим окончательный вариант ФЧХ (рисунок 3.19).

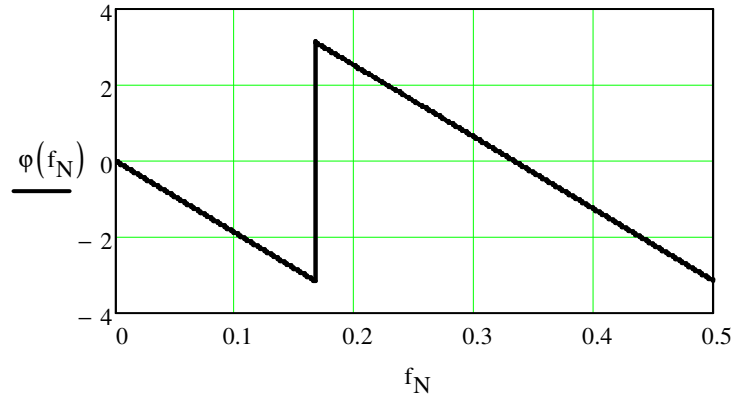


Рисунок 3.19 – ФЧХ фильтра

Проверим результаты расчета АЧХ и ФЧХ, воспользовавшись программой «Расчет АЧХ и ФЧХ\_1». Для этого в строку 8 введем

$$H = z^{(-3)}.$$

Результат расчета приведен на рисунке 3.20. Он соответствует результатам расчета, представленным на рисунках 3.18 и 3.19. На рисунке 3.19 фазовый сдвиг измеряется в радианах, а на рисунке 3.20 – в градусах.

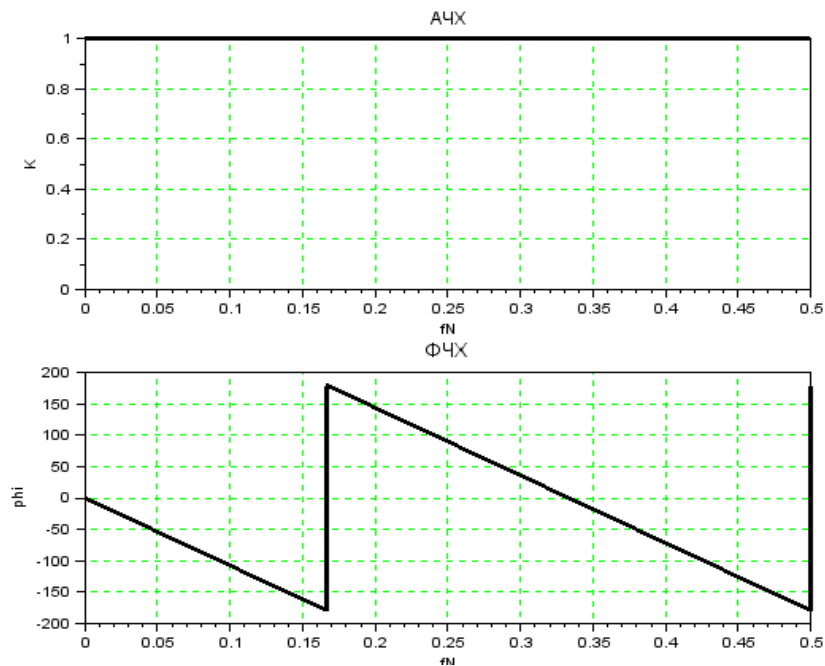


Рисунок 3.20 – АЧХ и ФЧХ фильтра

Текст использованной Вами программы с Вашими данными должен быть в пояснительной записке в качестве приложения.

4. Задание №4. Синтез нерекурсивного цифрового ФНЧ с линейной ФЧХ и гауссовской АЧХ методом ряда Фурье. Моделирование фильтра при действии на его входе полезного сигнала и помехи

#### 4.1. Содержание задания №4

4.1.1. Требуется выполнить синтез цифрового фильтра с линейной ФЧХ и АЧХ, выражаемой функцией Гаусса. Такие фильтры используются, например, при формировании сигналов гауссовской минимальной частотной манипуляции GMSK, применяемых в системе подвижной сотовой связи GSM.

Требуемая АЧХ фильтра выражается следующим соотношением

$$K(f_N) = e^{-\ln(\sigma) \cdot \left(\frac{f_N}{f_{Ng}}\right)^2},$$

где  $f_N$  – нормированная частота – отношение абсолютного значения частоты  $f$  к частоте дискретизации  $F_d$ ,  $\sigma$  – неравномерность АЧХ в полосе пропускания – отношение максимального коэффициента передачи фильтра  $K_{max}$  к минимальному  $K_{min}$  в пределах полосы пропускания. Для гауссовской АЧХ

$$K_{max} = K(0) = 1, \quad K_{min} = K(f_{Ng}) = e^{-\ln(\sigma)} = \frac{1}{\sigma}.$$

На рисунке 4.1 показана гауссовская АЧХ в интервале нормированных частот от нуля до 0.5 с использованием линейного масштаба по оси ординат при  $\sigma = \sqrt{2}$  и  $f_{Ng} = 0.05$ . Пунктирная прямая, параллельная оси абсцисс, проведена на уровне  $1/\sigma = 0.707$ . Абсцисса точки пересечения пунктирной прямой с АЧХ дает значение нормированной граничной частоты фильтра.

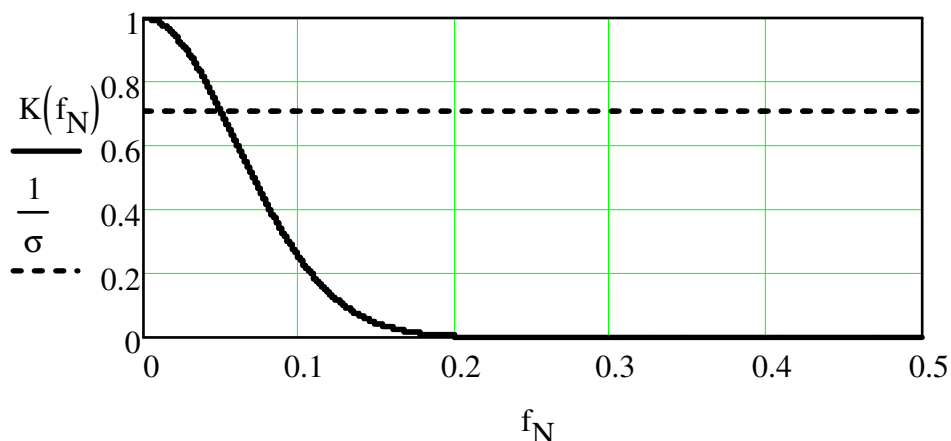


Рисунок 4.1 – АЧХ, описываемая функцией Гаусса

Параметры  $\sigma$  и  $f_{Ng}$  являются исходными данными для синтеза фильтра. Их значения приведены в таблице 4.1.

Реальная АЧХ отличается от идеальной пульсациями в полосе задерживания. Максимальный уровень пульсаций задаётся параметром  $\delta_m$ , приведенным в таблице 4.1.

4.1.2. Требуется выполнить моделирование процесса фильтрации при действии на входе фильтра полезного сигнала и помехи.

Полезный сигнал представляет собой случайную последовательность элементарных посылок с уровнями 1 и -1. Количество отсчетов в элементарной посылке равно  $n_0$ .

Помеха представляет собой синусоидальное колебание с амплитудой  $X_p$ , нормированной частотой  $f_{Np}$ . Параметры  $n_0$ ,  $X_p$  и  $f_{Np}$  приведены в таблице 4.1.

## 4.2. Методические указания по выполнению задания №4

На рисунке 4.2 дано графическое представление алгоритма реализации нерекурсивного цифрового фильтра с линейной ФЧХ. Линейность ФЧХ обусловлена симметрией коэффициентов  $b$  относительно середины линии задержки. Длина линии задержки (количество элементов задержки) равна  $2K_0$ .

Синтез фильтра сводится к определению  $K_0$  и коэффициентов системной функции фильтра  $b$ .

Таблица 4.1. Параметры фильтра, сигнала и помехи

Номер варианта	$f_{Ng}$	$\sigma$	$\delta_{m, дБ}$	$n_0$	$X_p$	$f_{Np}$
1	0.05	$\sqrt{2}$	-30	20	1.0	0.15
2	0.05	$\sqrt{2}$	-35	20	1.5	0.15
3	0.05	$\sqrt{2}$	-40	20	2.0	0.15
4	0.05	$\sqrt{2}$	-45	20	2.5	0.15
5	0.05	$\sqrt{2}$	-50	20	3.0	0.15
6	0.06	$\sqrt{3}$	-30	15	1.0	0.20
7	0.06	$\sqrt{3}$	-35	15	1.5	0.20
8	0.06	$\sqrt{3}$	-40	15	2.0	0.20
9	0.06	$\sqrt{3}$	-45	15	2.5	0.20
10	0.06	$\sqrt{3}$	-50	15	3.0	0.20
11	0.07	$\sqrt{2}$	-40	14	1.5	0.25
12	0.07	$\sqrt{2}$	-45	14	1.5	0.25
13	0.07	$\sqrt{2}$	-50	14	2.0	0.25
14	0.07	$\sqrt{2}$	-55	14	2.0	0.25
15	0.07	$\sqrt{2}$	-60	14	2.5	0.25
16	0.08	2	-40	12	2.0	0.30
17	0.08	2	-45	12	2.0	0.30
18	0.08	2	-50	12	2.5	0.30
19	0.08	2	-55	12	2.5	0.30
20	0.08	2	-60	12	3.0	0.30
21	0.09	2	-65	10	3.0	0.35
22	0.09	2	-70	10	3.5	0.35
23	0.09	2	-75	10	4.0	0.35
24	0.09	2	-80	10	4.5	0.35
25	0.09	2	-85	10	5.0	0.35

Продолжение таблицы 4.1

Номер варианта	$f_{Ng}$	$\sigma$	$\delta_{m, дБ}$	$n_0$	$X_p$	$f_{Np}$
26	0.05	$\sqrt{3}$	-40	15	1.0	0.25
27	0.05	$\sqrt{3}$	-45	15	1.5	0.25
28	0.05	$\sqrt{3}$	-50	15	2.0	0.25
29	0.05	$\sqrt{3}$	-55	15	2.5	0.25
30	0.05	$\sqrt{3}$	-60	15	3.0	0.25
31	0.06	2	-45	14	1.0	0.20
32	0.06	2	-50	14	1.5	0.20
33	0.06	2	-55	14	2.0	0.20
34	0.06	2	-60	14	2.5	0.20
35	0.06	2	-65	14	3.0	0.20
35	0.07	$\sqrt{2}$	-40	12	1.5	0.25
37	0.07	$\sqrt{2}$	-45	12	1.5	0.25
38	0.07	$\sqrt{2}$	-50	12	2.0	0.25
39	0.07	$\sqrt{2}$	-55	12	2.0	0.25
40	0.07	$\sqrt{2}$	-60	12	2.5	0.25
41	0.08	$\sqrt{3}$	-40	10	2	0.30
42	0.08	$\sqrt{3}$	-45	10	2	0.30
43	0.08	$\sqrt{3}$	-50	10	2	0.30
44	0.08	$\sqrt{3}$	-55	10	2	0.30
45	0.08	$\sqrt{3}$	-60	10	2	0.30
46	0.09	$\sqrt{2}$	-50	8	1	0.40
47	0.09	$\sqrt{2}$	-55	8	1	0.40
48	0.09	$\sqrt{2}$	-60	8	1	0.40
49	0.09	$\sqrt{2}$	-65	8	1	0.40
50	0.09	$\sqrt{2}$	-70	8	1	0.40



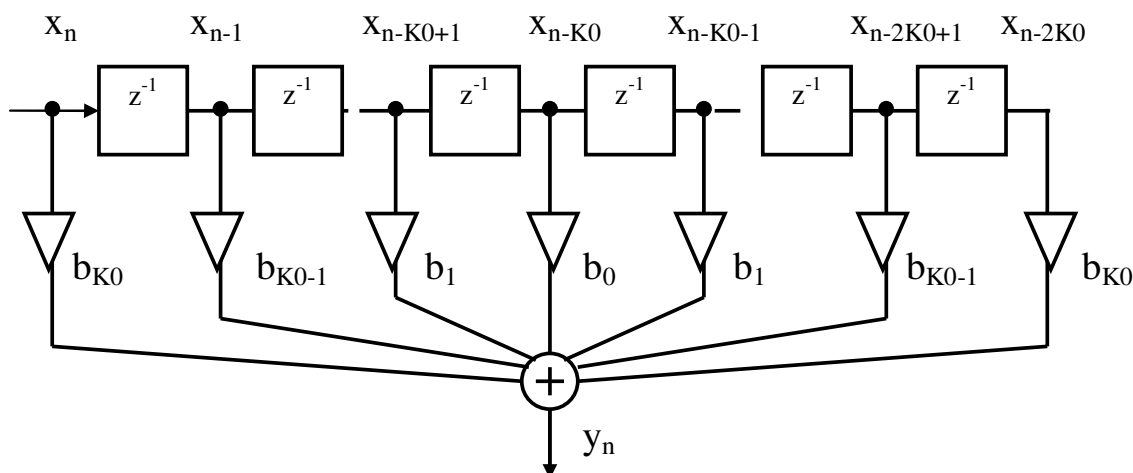


Рисунок 4.2 – Нерекурсивный цифровой фильтр с линейной ФЧХ

Из схемы рисунка 4.2 видно, что выходной сигнал фильтра  $y_n$  связан с входным сигналом  $x_n$  следующим соотношением

$$y_n = b_0 x_{n-K_0} + b_1 (x_{n-K_0+1} + x_{n-K_0-1}) + \dots + b_{K_0-1} (x_{n-1} + x_{n-2K_0+1}) + b_{K_0} (x_n + x_{n-2K_0})$$

Выразим Z – преобразование выходного сигнала фильтра  $Y(z)$  через Z – преобразование входного сигнала  $X(z)$

$$\begin{aligned} Y(z) &= b_0 z^{-K_0} X(z) + b_1 (z^{-K_0+1} + z^{-K_0-1}) X(z) + \dots \\ &+ b_{K_0-1} (z^{-1} + z^{-2K_0+1}) X(z) + b_{K_0} (1 + z^{-2K_0}) X(z) = \\ &= X(z) z^{-K_0} \left[ b_0 + b_1 (z^{+1} + z^{-1}) + \dots + b_{K_0-1} (z^{K_0-1} + z^{-K_0+1}) + \right. \\ &\quad \left. + b_{K_0} (z^{K_0} + z^{-K_0}) \right] \end{aligned}$$

Системная функция фильтра определяется следующим соотношением

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = z^{-K_0} \left[ b_0 + \sum_{k=1}^{K_0} b_k (z^k + z^{-k}) \right]$$

Подставляя в последнее соотношение  $z = e^{-j\theta}$ , найдем комплексный коэффициент передачи фильтра

$$\dot{K}(j\theta) = e^{-jK_0\theta} \left[ b_0 + 2 \sum_{k=1}^{K_0} b_k \cos(k\theta) \right].$$

Обозначим

$$A(f_N) = b_0 + 2 \sum_{k=1}^{K_0} b_k \cos(2\pi k f_N). \quad (4.1)$$

Тогда

$$\dot{K}(f_N) = e^{-j2\pi K_0 \cdot f_N} A(f_N). \quad (4.2)$$

Найдем АЧХ – зависимость модуля комплексного коэффициента передачи от частоты  $K(f_N)$  и ФЧХ – зависимость аргумента комплексного коэффициента передачи от частоты  $\varphi(f_N)$ :

$$\begin{aligned} K(f_N) &= |A(f_N)|, \\ \varphi(f_N) &= \arg(A(f_N)e^{-j2\pi K_0 \cdot f_N}) = \\ &= -2\pi K_0 \cdot f_N + \arg(A(f_N)), \end{aligned} \quad (4.3)$$

где

$$\arg(A(f_N)) = \begin{cases} 0 & \text{при } A(f_N) > 0, \\ \pi & \text{при } A(f_N) < 0. \end{cases}$$

Из последнего соотношения следует, что ФЧХ фильтра является линейно-ломаной.

Из (4.1) и (4.3) видно, что АЧХ фильтра является периодической функцией нормированной частоты с периодом, равным единице (или периодической функцией частоты с периодом, равным частоте дискретизации).

Последнее означает возможность синтеза цифровых фильтров путем разложения функции, описывающей требуемую АЧХ, в ряд Фурье, где коэффициенты  $b_0$  и  $2b_k$  являются коэффициентами Фурье. На рисунке 4.3 приведена требуемая АЧХ фильтра в ин-

тервале от нуля до 0.5 и её продолжение вдоль оси нормированных частот

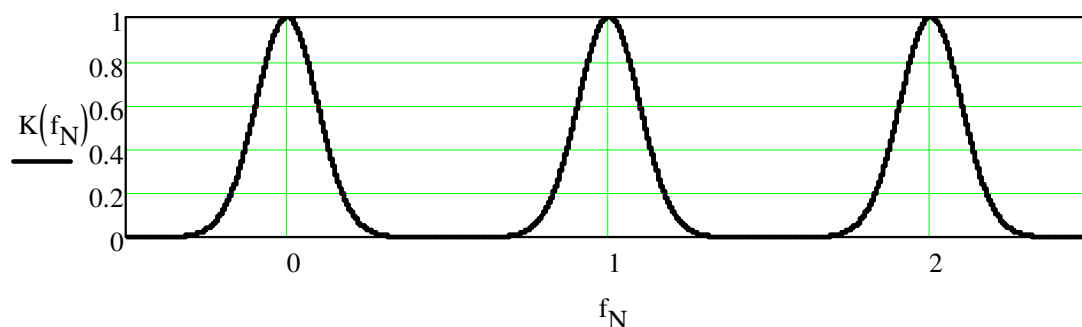


Рисунок 4.3 – Периодическая АЧХ фильтра

Используя выражения для коэффициентов Фурье четной функции  $K(f_N)$  и сопоставляя их с коэффициентами системной функции в соотношении (4.1), получим

$$b_0 = 2 \int_0^{0.5} K(f_N) df_N,$$

$$b_k = 2 \int_0^{0.5} K(f_N) \cos(2\pi k f_N) df_N, \quad \text{где } k = 1, 2, \dots, K_0. \quad (4.4)$$

Последние соотношения используются в «Программе синтеза нерекурсивного цифрового гауссовского ФНЧ», приведённой в ПРИЛОЖЕНИИ Е. Имя программы: «FilterGauss».

Для определения коэффициентов системной функции фильтра в программу вводятся исходные данные: нормированная граничная частота полосы пропускания фильтра  $f_{Ng}$ , неравномерность АЧХ в полосе пропускания  $\sigma$  (sigma), максимальный уровень пульсаций АЧХ в полосе задерживания в дБ  $\delta_m$  (delta\_m) (строки 5-7).

Вводится ориентировочное значение половины длины линии задержки  $K_0$ . В процессе синтеза это значение будет корректироваться. Первоначально можно задаться значением, равным 10.

Обратите внимание на следующие блоки программы. В строках 9 и 10 задаётся гауссовская функция, описывающая требуемую АЧХ  $K(f_N)$ , а в строках 13-14 – та же функция, но в логарифмическом масштабе по оси ординат. Минимальное значение относительного коэффициента передачи фильтра принято равным -200 дБ.

В строке 18 указывается шаг изменения нормированной частоты при расчете АЧХ, а в строке 20 находится количество расчетных точек АЧХ. Затем в цикле по номеру расчетной точки формируются массивы значений АЧХ в расчетных точках (строки 28-29), используемые при построении графиков АЧХ (строки 32-42).

В строке 45 рассчитывается коэффициент системной функции  $b_0$  по формуле (4.4). Для этого используется функция программной среды Scilab `intg(0, 0.5, K)`. Аргументами этой функции являются: значения пределов интегрирования 0 и 0.5 и подинтегральная функция  $K$  ( $K(f_N)$ ). В строках 47 и 48 формируется подинтегральная функция  $K_C(f_N, k)$  ( $K(f_N)\cos(2\pi k f_N)$ ) для вычисления коэффициентов  $b_k$ , а в строках 49-51 – рассчитываются коэффициенты системной функции  $b(k)$  ( $b_k$ ) в цикле по порядковому номеру расчетной точки.

В строках 52-59 находится системная функция фильтра  $H(z)$ , которая используется для определения комплексного коэффициента передачи фильтра  $K_k$ , АЧХ и ФЧХ (строки 60-70). Строки 71-80 обеспечивают построение графиков АЧХ и ФЧХ.

В строках 83 и 84 происходит выдача значений коэффициентов системной функции в командном окне программы.

Программа выводит графическое окно рисунка 4.4, на котором приведены требуемые АЧХ в линейном и логарифмическом масштабе, реальная АЧХ и ФЧХ. Этот результат нужно проанализировать.

Из рисунка видно, что рассчитанная АЧХ отличается от требуемой пульсациями в полосе задерживания. Эти пульсации называются явлением Гиббса. Они обусловлены ограничением бесконечного ряда Фурье.

Определите по графику величину максимального уровня пульсаций в децибелах  $\delta$ .

Если эта величина окажется больше, чем  $\delta_m$  в дБ, то нужно увеличить половину длины линии задержки  $K_0$ , а если меньше, то уменьшить. Последовательными итерациями нужно добиться равенства этих значений или небольшого превышения заданной величиной  $\delta_m$  фактического максимального уровня пульсаций в полосе задерживания  $\delta$ .

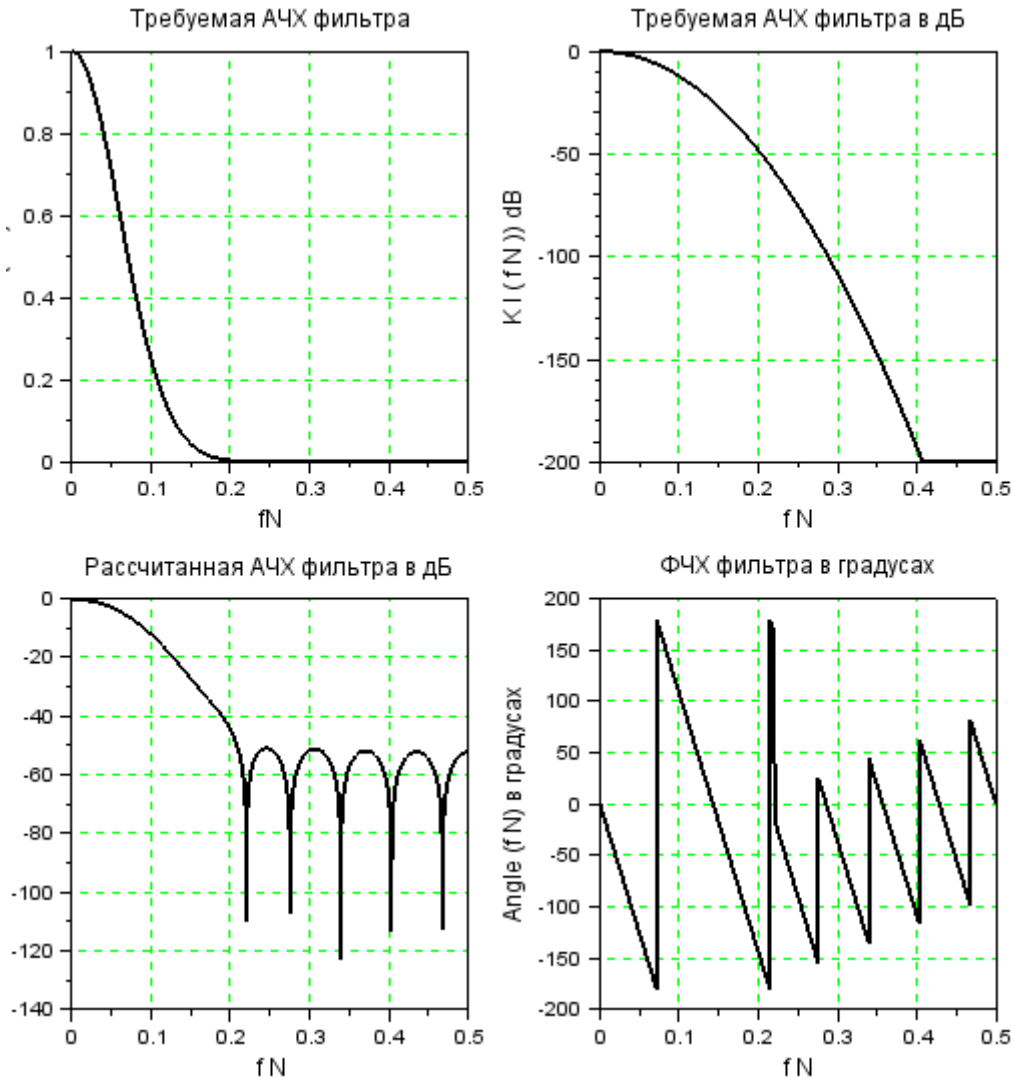


Рисунок 4.4 – Требуемая АЧХ и рассчитанные АЧХ и ФЧХ фильтра

После этого нужно записать значение  $K_0$  в таблицу 4.2 при заданном значении  $\delta$  в дБ.

Увеличьте значение  $K_0$  в полтора раза. Если результат умножения  $K_0$  на 1,5 окажется дробным, округлите его.

Запустите программу и запишите вновь полученное значение  $\delta$  в таблицу 4.2.

Уменьшите первоначальное значение  $K_0$  в полтора раза. Если результат деления  $K_0$  окажется дробным, то округлите полученное значение. Запустите программу и запишите новое значение  $\delta$  в таблицу 4. 2.

Сделайте вывод о влиянии длины линии задержки на максимальный уровень пульсаций в полосе задерживания, отличающий реальную АЧХ от идеальной.

Таблица 4.2. Влияние длины линии задержки на ослабление в полосе задерживания

К0	$\delta$ в дБ

Следующий этап выполнения данного раздела курсовой работы состоит в моделировании процесса фильтрации при действии на входе фильтра полезного сигнала и помехи.

Полезный сигнал представляет собой случайную последовательность прямоугольных элементарных посылок  $x_c$  с уровнями 1 и -1, формирование которых представлено на рисунке 4.5.

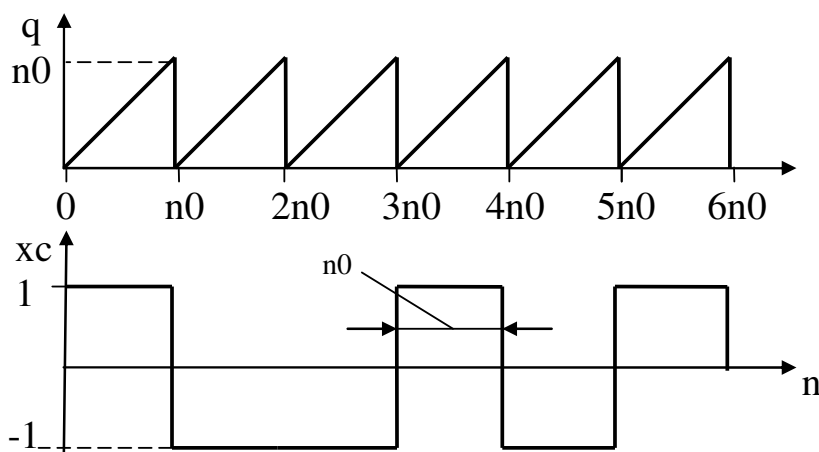


Рисунок 4.5 – Временная диаграмма работы счетчика отсчетов и временная диаграмма сигнала на входе фильтра

На рисунке приведена временная диаграмма работы счетчика отсчетов. Переменная счетчика  $q$  изменяется в соответствии с соотношением

$$q = \begin{cases} q+1 & \text{при } q < n_0, \\ 0 & \text{при } q = n_0. \end{cases} \quad (4.5)$$

В момент дискретного времени, когда переменная счетчика равна нулю, определяется знак элементарной посылки в зависимости от значения случайной величины  $1 \geq \xi \geq 0$ .

Если  $\xi \geq 0.5$  формируется посылка позитива  $x_s = 1$ , в противном случае формируется посылка негатива  $x_s = -1$ . Значение  $x_s$ , определённое при  $q = 0$ , остаётся неизменным до следующего нулевого значения  $q$ . Современные математические программные продукты, как правило, содержат генератор случайной величины  $\xi$ . В Scilab это функция `rand(1)`.

Из рисунка 4.5 видно, что количество отсчетов в элементарной посылке равно  $n_0$ . Значение  $n_0$  приведено в таблице 4.1.

При моделировании используется синусоидальная помеха, определяемая соотношением

$$x_p(n) = X_p \cdot \sin(2\pi f N_p \cdot n),$$

где  $X_p$  – амплитуда помехи,  $f N_p$  – нормированная частота помехи. Значения  $X_p$  и  $f N_p$  приведены в таблице 4.1.

Сумма сигнала и помехи  $x(0) = x(n)$  поступает на вход фильтра рисунка 4.6.

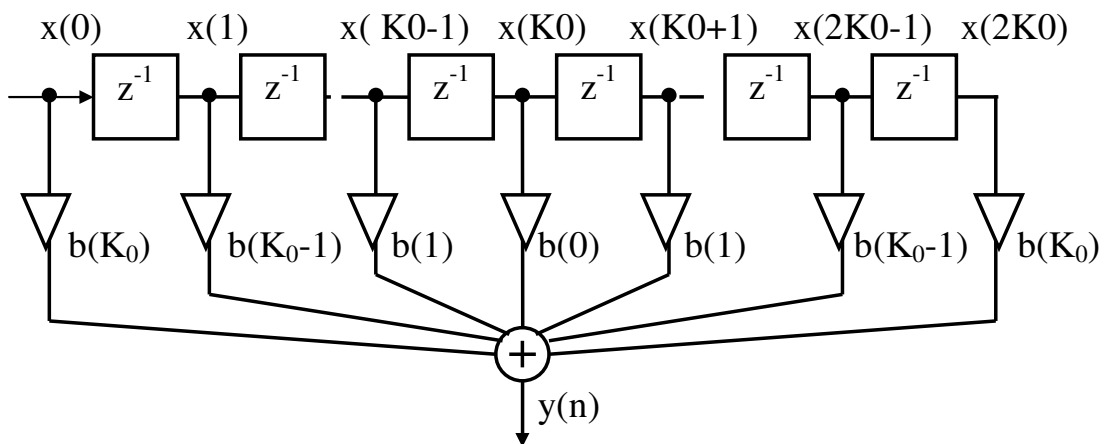


Рисунок 4.6 – Нерекурсивный фильтр с линейной ФЧХ

Рисунок 4.6 отличается от рисунка 4.2 другой системой обозначений, которая максимально приближена к обозначением элементов массивов в среде Scilab.

Элементы массива  $x$ :  $x(1), x(2) \dots x(K0) \dots x(2K0)$  содержат отсчеты сигнала на выходах элементов задержки. Каждому элементу задержки при графическом представлении алгоритма соответствует ячейка памяти вычислительного устройства, реализующего данный цифровой узел. В этой системе обозначений выходной сигнал фильтра определяется следующим соотношением

$$y(n) = b(0) \cdot x(K0) + \sum_{k=1}^{K0} (b(k) \cdot (x(K0 - k) + x(K0 + k))) \quad (4.6)$$

После определения текущего отсчета выходного сигнала фильтра осуществляется сдвиг отсчетов в линии задержки:

$$\begin{aligned} x(2K0) &= x(2K0-1), \quad x(2K0-1) = x(2K0-2), \dots x(K0) = x(K0-1), \dots \\ \dots x(2) &= x(1), \quad x(1) = x(0). \end{aligned} \quad (4.7)$$

В соответствии с рассмотренным алгоритмом фильтрации разработана «Программа моделирования цифрового ФНЧ при действии на его входе сигнала и помехи», приведенная в ПРИЛОЖЕНИИ Ж. Имя программы: «ModelGauss».

В строках 3-12 осуществляется ввод исходных данных. Для того чтобы не вводить в программу большое количество коэффициентов системной функции, рассчитанных программой синтеза фильтра, в программу моделирования введены соотношения для расчета этих коэффициентов (строки 16-24).

Затем в цикле по порядковому номеру отсчета  $n$  (строка 32 – открытие цикла) формируется в соответствии с (4.5) полезный сигнал в виде последовательности элементарных посылок (строки 34-42) и синусоидальная помеха (строка 44). На вход фильтра подаётся сумма сигнала и помехи  $x0(n)$  (строка 46).

Определяется выходной сигнал фильтра  $y(n)$  (строки 46-51) по приведенному выше соотношению (4.6).

Осуществляется сдвиг отсчетов сигнала в линии задержки (строки 52-55). Строки 57-69) обеспечивают построение временных диаграмм, выдаваемых программой.



### 4.3. Пример выполнения задания №4

#### 4.3.1. Синтез фильтра

Требуется выполнить синтез цифрового ФНЧ с линейной ФЧХ и АЧХ, выражаемой функцией Гаусса.

Требуемая АЧХ фильтра выражается следующим соотношением

$$K(f_N) = e^{-\ln(\sigma) \cdot \left(\frac{f_N}{f_{Ng}}\right)^2},$$

где  $\sigma = \sqrt{2}$  - неравномерность АЧХ в полосе пропускания,  $f_{Ng}=0.05$  – нормированная граничная частота полосы пропускания фильтра.

Максимальный уровень пульсаций в полосе задерживания фильтра  $\delta m = -60$  дБ.

Схема фильтра приведена на рисунке 4.6.

Синтез фильтра выполнен по программе «FilterGauss».

Результаты синтеза:

Половина длины линии задержки фильтра  $K_0=8$ .

Коэффициенты системной функции приведены в таблице 4.3.

АЧХ фильтра определяется следующим соотношением:

$$K(f_N) = |A(f_N)|, \quad \text{где} \quad A(f_N) = b(0) + 2 \sum_{k=1}^{K_0} b(k) \cos(2\pi k f_N).$$

ФЧХ фильтра без приведения в интервал от  $-\pi$  до  $\pi$ , определяется соотношением

$$\varphi(f_N) = \arg(A(f_N) e^{-j2\pi K_0 f_N}) = -2\pi K_0 \cdot f_N + \arg(A(f_N)).$$

В двух последних соотношениях  $K_0=8$

Графики АЧХ и ФЧХ при  $K_0 = 8, 12$  и  $5$  приведены на рисунках 4.7, 4.8 и 4.9 соответственно.

Таблица 4.3 – Коэффициенты системной функции фильтра

Номер коэффициента k	Значение коэффициента b(k)
0	0.1505384
1	0.1401935
2	0.1132323
3	0.0793184
4	0.0481881
5	0.0253902
6	0.0116026
7	0.0045984
8	0.0015806

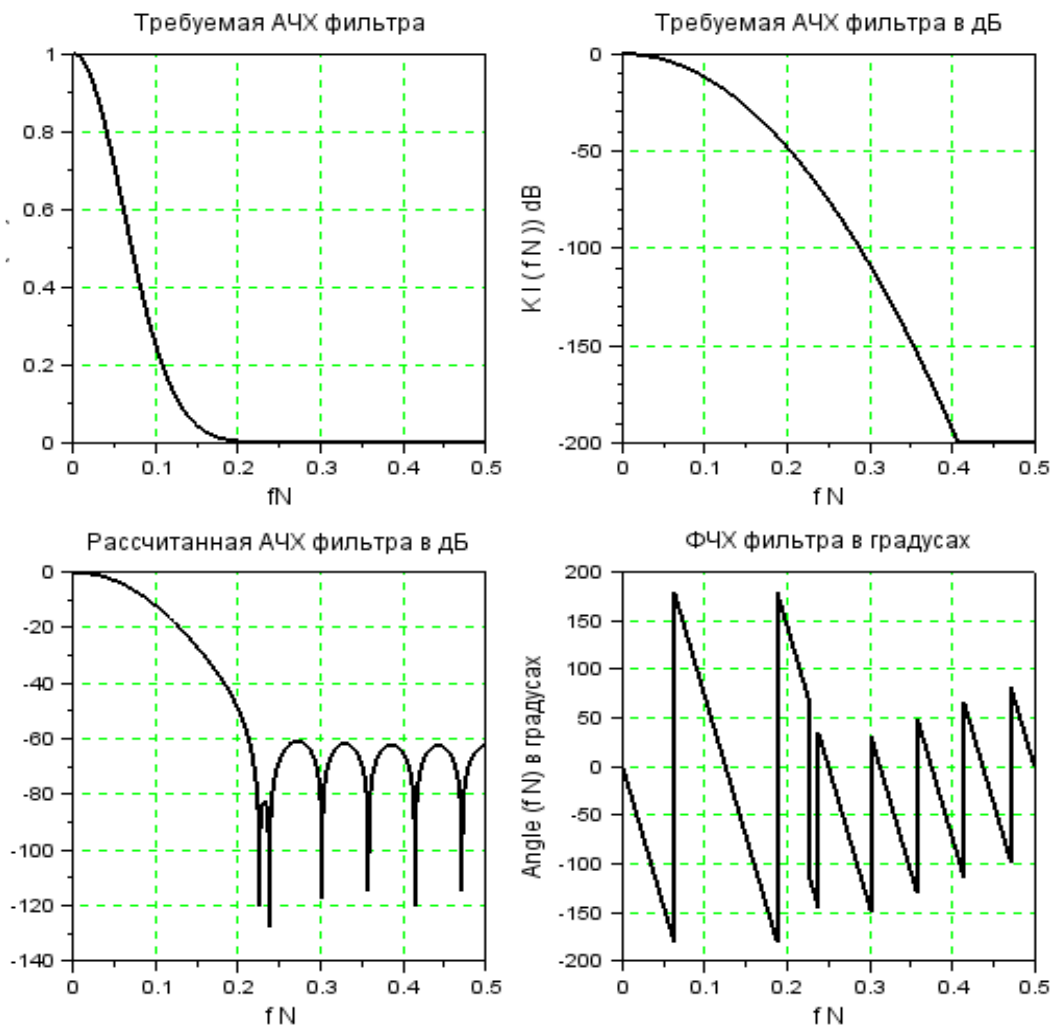


Рисунок 4.7 – АЧХ и ФЧХ при  $K_0 = 8$

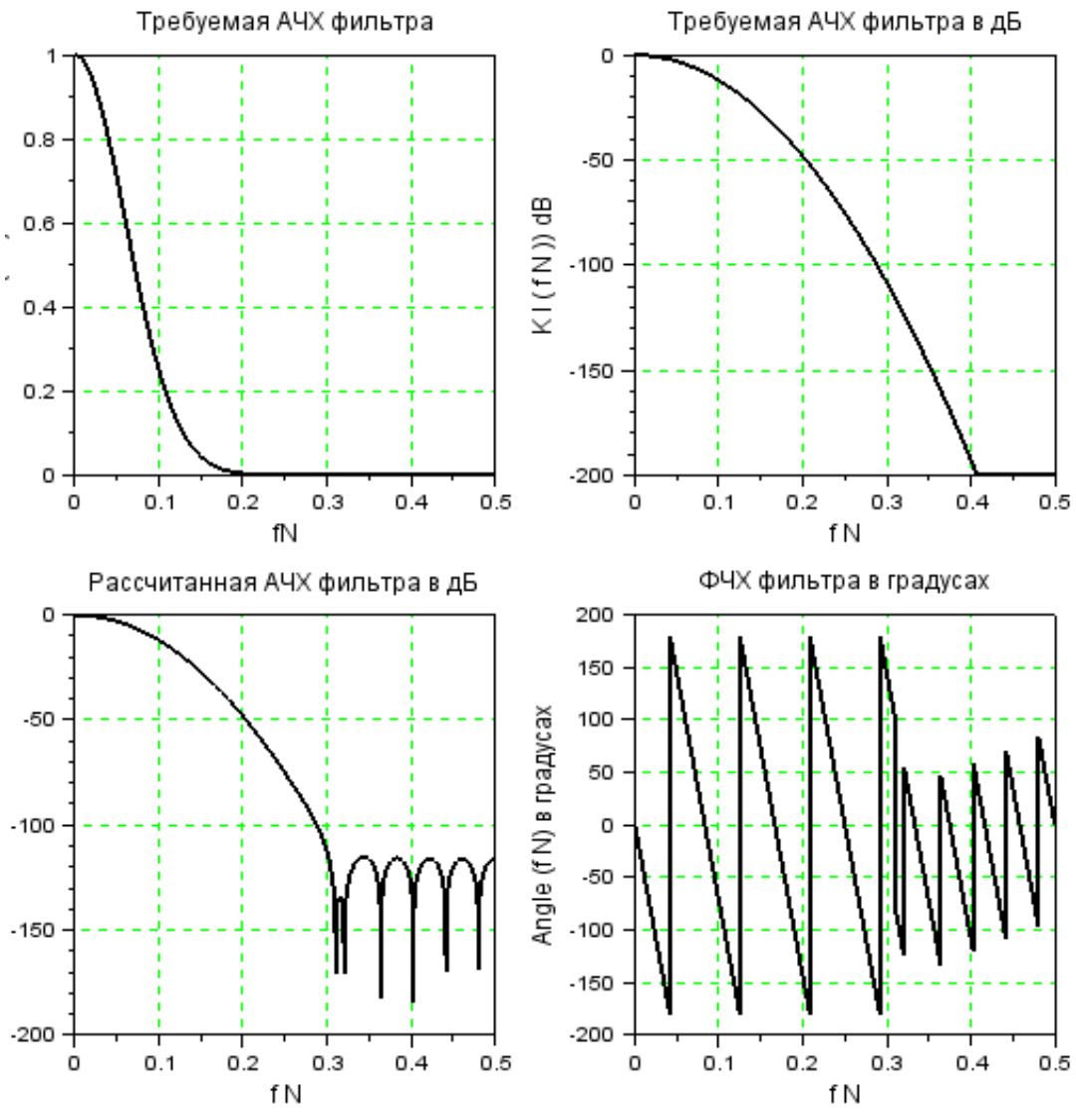


Рисунок 4.8 – АЧХ и ФЧХ при  $K_0 = 12$

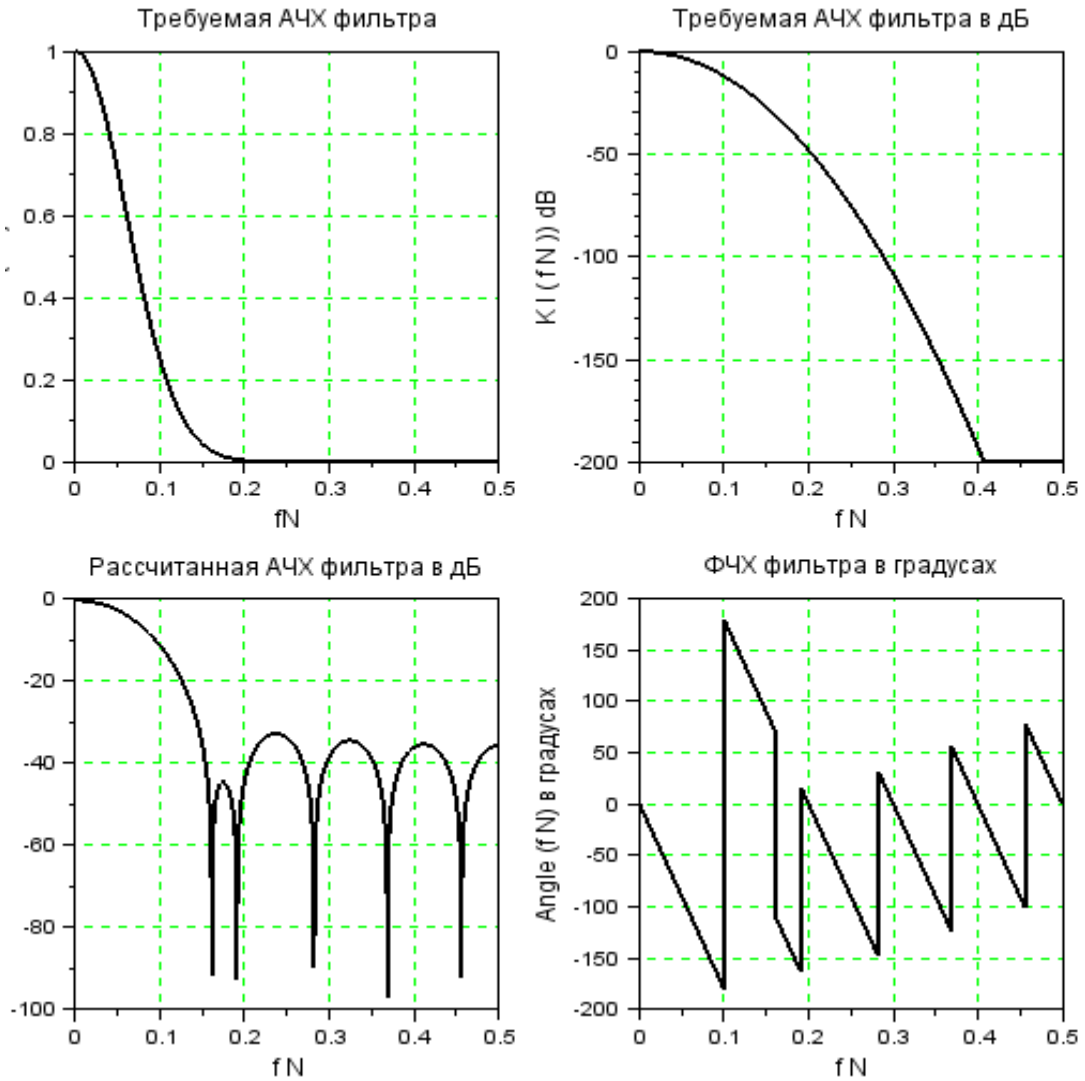


Рисунок 4.9 – АЧХ и ФЧХ при  $K_0 = 5$

Таблица 4.4 – Влияние длины линии задержки на ослабление в полосе задерживания

$K_0$	$\delta$ в дБ
10	-60
12	-115
8	-33

Выводы (нужно сформулировать самостоятельно):

- Об отличии реальной АЧХ от требуемой и причине этого отличия.

- О влиянии длины линии задержки на отличие реальной АЧХ от требуемой гауссовской характеристики
- Об особенности ФЧХ.

#### 4.3.2. Моделирование процесса фильтрации

Требуется выполнить моделирование процесса фильтрации при действии на входе фильтра полезного сигнала и помехи.

Полезный сигнал представляет собой случайную последовательность элементарных посылок с уровнями 1 и -1. Количество отсчетов в элементарной посылке равно  $n_0 = 20$ .

Амплитуда синусоидальной помехи  $X_p = 2$ , нормированная частота помехи равна  $f_{Np} = 0.2$ .

Половина длины линии задержки равна  $K_0 = 8$ .

При моделировании процесса фильтрации на вход фильтра подаётся сумма сигнала и помехи  $x(0) = x_n$ .

Полезный сигнал представляет собой случайную последовательность прямоугольных элементарных посылок  $x_c$  с уровнями 1 и -1, формирование которой представлено на рисунке 4.5.

При моделировании используется синусоидальная помеха, определяемая соотношением

$$x_p(n) = X_p \cdot \sin(2\pi f_{Np} \cdot n),$$

где  $X_p$  – амплитуда помехи,  $f_{Np}$  – нормированная частота помехи.

Сумма сигнала и помехи  $x(0) = x(n)$  поступает на вход фильтра рисунка 4.6.

Результатом моделирования являются временные диаграммы, приведенные на рисунке 4.10

Результаты моделирования позволяют сделать следующие выводы:

- 
- 

Требуется сделать выводы о влиянии фильтра на помеху и полезный сигнал.

Приложите в текст использованных программ с данными Вашего варианта.

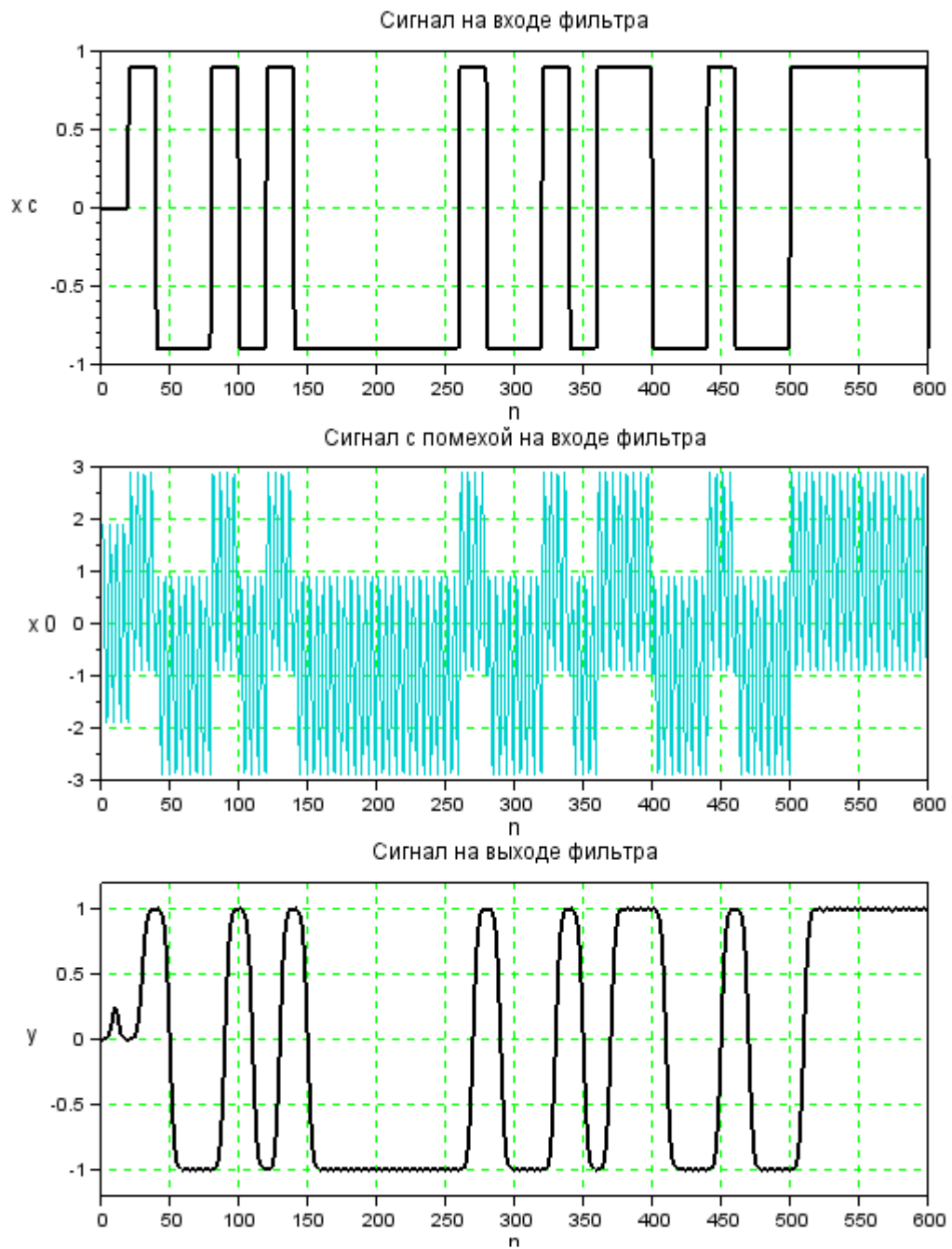


Рисунок 4.10 – Временные диаграммы входного сигнала, входного сигнала с помехой и выходного сигнала

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Моделирование процесса дискретизации аналогового сигнала и восстановления аналогового сигнала из дискретного

```
001 // Программа "Diskret_A". Моделирование процесса
002 // дискретизации аналогового сигнала и восстановления
003 // аналогового сигнала из дискретного
004 //
005 // Ввод исходных данных для моделирования
006 //
007 X1=1; //Амплитуда первой гармоники
008 X2=0.9; //Амплитуда второй гармоники
009 X3=0.5; //Амплитуда третьей гармоники
010 phi1=0; //Начальная фаза первой гармоники
011 phi2=0; //Начальная фаза второй гармоники
012 phi3=0; //Начальная фаза третьей гармоники
013 F1=1 // Частота первой гармоники сигнала
014 Fd=8 // Частота дискретизации
015 delta_t=1/512; //Временной интервал между двумя соседними
016 // расчетными точками
017 //
018 // Расчет вспомогательных параметров
019 is=ceil(1/(F1*delta_t)); //Количество расчетных точек
020 // в периоде сигнала
021 id=ceil(1/(Fd*delta_t)); //Количество расчетных точек
022 // в интервале дискретизации
023 imax=64*is; // Количество расчетных точек
024 I=6*is; // Количество расчетных точек на графике
025 // Начальная установка (обнуление массивов)
026 i=zeros(1:imax);
027 x=zeros(1:imax);
028 u=zeros(1:imax);
029 xd=zeros(1:imax);
030 xv=zeros(1:imax);
031 s=zeros(1:imax);
032 sd=zeros(1:imax);
033 sv=zeros(1:imax);
```

```

034 i0=zeros(1:I);
035 x0=zeros(1:I);
036 u0=zeros(1:I);
037 xd0=zeros(1:I);
038 xv0=zeros(1:I);
039 t=zeros(1:I);
040 u=zeros(1:imax)
041 beta=0
042 //
043 // Формирование аналогового сигнала
044 //
045 for i=1:imax
046   x1=X1*cos(2*%pi*F1*delta_t*i+phi1);
047   x2=X2*cos(4*%pi*F1*delta_t*i+phi2);
048   x3=X3*cos(6*%pi*F1*delta_t*i+phi3);
049   x(i)=x1+x2+x3;
050 //
051 // Формирование последовательности единичных отсчетов
052   beta=beta+1
053   if beta == id then beta=0
054   end
055   if beta == 0 then u(i)=1
056   else   u(i)=0
057   end
058 //
059 // Дискретизация аналогового сигнала
060   xd(i)=x(i)*u(i);
061 end
062 // Формирование массивов данных для построения графиков
063 for i0=1:I
064   x0(i0)=x(i0);
065   u0(i0)=u(i0);
066   xd0(i0)=xd(i0);
067 end
068 i0=[1:I];
069 t=delta_t*i0;
070 clf() // Очистка графического окна перед выдачей графиков

```



```

071 subplot(3,2,1);
072 xtitle('Аналоговый сигнал на входе дискретизатора')
073 plot(t,x0,"b")
074 xgrid
075 subplot(3,2,5);
076 xtitle('Последовательность единичных отсчетов')
077 plot2d3(t,u0)
078 subplot(3,2,2);
079 xtitle('Дискретный сигнал')
080 plot2d3(t,xd0,style=[color("red")])
081 xgrid
082 //
083 //Определение спектров аналогового и дискретного сигнала
084 s=fft(x);
085 sd=fft(xd);
086 kmax=30*floor(imax/is);
087 k=zeros(1:kmax);
088 f=zeros(1:kmax);
089 s0=zeros(1:kmax);
090 sd0=zeros(1:kmax);
091 k=[1:kmax];
092 f=k/(delta_t*imax);
093 for k=1:kmax
094  s0(k)=s(k)*2/imax;
095  sd0(k)=sd(k)*2/imax;
096 end
097 subplot(3,2,3)
098 xtitle('Спектр аналогового сигнала')
099 plot2d3(f,abs(s0),style=[color("blue")])
100 xgrid
101 subplot(3,2,4)
102 xtitle('Спектр дискретного сигнала')
103 plot2d3(f,abs(sd0),style=[color("red")])
104 xgrid
105 //
106 // Восстановление аналогового сигнала из дискретного
107 k1=floor(0.5*imax/id); // Номер отсчета спектра,
108 // соответствующий половине частоты дискретизации

```

```
109 for k=1:imax
110   if k<k1 then
111     sv(k)=sd(k);
112   else
113     sv(k)=0;
114   end
115 end
116 // Формирование восстановленного сигнала
117 xv=ifft(sv);
118 for i0=1:I
119   xv0(i0)=xv(i0);
120 end
121 subplot(3,2,6)
122 xtitle('Восстановленный аналоговый сигнал')
123 plot2d(t,xv0,style=[color("green")])
124 xgrid
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Моделирование процесса дискретизации модулированного аналогового сигнала и восстановления аналогового сигнала из дискретного

```
001 // Программа "Diskret_B". Моделирование процесса
002 // дискретизации модулированного аналогового сигнала
003 // и восстановления аналогового сигнала из дискретного
004 //
005 // Ввод исходных данных для моделирования
006 //
007 X0=1; //Амплитуда модулирующего импульса
008 F=0.25 // Частота импульсов
009 f0=36 // Частота несущей
010 Fd=16 // Частота дискретизации
011 delta_t=1/512; //Временной интервал между двумя
012 // соседними расчетными точками
013 //
014 // Расчет вспомогательных параметров
015 is=ceil(1/(F*delta_t)) //Количество расчетных точек
016 // в периоде модулирующего импульсного сигнала
017 id=ceil(1/(Fd*delta_t)) //Количество расчетных точек
018 // в интервале дискретизации
019 imax=64*is // Количество расчетных точек
020 I=4*is; // Количество расчетных точек на графике
021 //
022 //Начальная установка (обнуление массивов)
023 i=zeros(1:imax);
024 x=zeros(1:imax);
025 u=zeros(1:imax);
026 xd=zeros(1:imax);
027 xv=zeros(1:imax);
028 s=zeros(1:imax);
029 sd=zeros(1:imax);
030 sv=zeros(1:imax);
031 i0=zeros(1:I);
032 x0=zeros(1:I);
033 u0=zeros(1:I);
```

```

034 xd0=zeros(1:I);
035 xv0=zeros(1:I);
036 t=zeros(1:I);
037 u=zeros(1:imax)
038 beta=0
039 //
040 // Формирование аналогового сигнала
041 //
042 for i=1:imax
043 x1=cos(2*%pi*F*delta_t*i);
044 x(i)=X0*(1+sign(x1))*cos(2*%pi*f0*delta_t*i);
045 //
046 // Формирование последовательности единичных отсчетов
047 //
048 beta=beta+1
049 if beta == id then beta=0
050 end
051 if beta == 0 then u(i)=1
052 else u(i)=0
053 end
054 //
055 // Дискретизация аналогового сигнала
056 xd(i)=x(i)*u(i);
057 end
058 // Формирование массивов данных для построения графиков
059 for i0=1:I
060 x0(i0)=x(i0);
061 u0(i0)=u(i0);
062 xd0(i0)=xd(i0);
063 end
064 i0=[1:I];
065 t=delta_t*i0;
066 clf()// Очистка графического окна перед выдачей графиков
067 subplot(3,2,1);
068 xtitle('Аналоговый сигнал на входе дискретизатора')
069 plot(t,x0,"b")
070 xgrid
071 subplot(3,2,5);

```

```

072 xtitle('Последовательность единичных отсчетов')
073 plot2d3(t,u0)
074 subplot(3,2,2);
075 xtitle('Дискретный сигнал')
076 plot2d3(t,xd0,style=[color("red")])
077 xgrid
078 //
079 //Определение спектра аналогового и дискретного сигнала
080 //
081 s=fft(x);
082 sd=fft(xd);
083 kmax=(10*(floor(f0/10)+1)+5)*imax*delta_t;
084 k=zeros(1:kmax);
085 f=zeros(1:kmax);
086 s0=zeros(1:kmax);
087 sd0=zeros(1:kmax);
088 k=[1:kmax];
089 f=k/(delta_t*imax);
090 for k=1:kmax
091     s0(k)=s(k)*2/imax;
092     sd0(k)=sd(k)*2/imax;
093 end
094 subplot(3,2,3)
095 xtitle('Спектр аналогового сигнала')
096 plot2d3(f,abs(s0),style=[color("blue")])
097 xgrid
098 subplot(3,2,4)
099 xtitle('Спектр дискретного сигнала')
100 plot2d3(f,abs(sd0),style=[color("red")])
101 xgrid
102 //
103 // Восстановление аналогового сигнала из дискретного
104 //
105 k1=floor(0.5*imax/id); // Номер отсчета спектра,
106 // соответствующий половине частоты дискретизации
107 for k=1:imax
108     if k<k1 then
109         sv(k)=sd(k);

```

```
110 else
111 sv(k)=0;
112 end
113 end
114 // Формирование восстановленного сигнала
115 xv=ifft(sv);
116 for i0=1:I
117   xv0(i0)=xv(i0);
118 end
119 subplot(3,2,6)
120 xtitle('Восстановленный аналоговый сигнал')
121 plot2d(t,xv0,style=[color("green")])
122 xgrid
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

### Программа определения прямого дискретного преобразования Фурье

```

1 //Программа определения прямого ДПФ
2 N=8 // Количество отсчетов сигнала
3 x=zeros(1:N)
4 S1=zeros(1:N)
5 S1r=zeros(1:N)
6 S1i=zeros(1:N)
7 x=[3,2.914,1,-0.914,-1,0.086,1,1.914] // Последовательность
8                                     // отсчетов сигнала
9 Wn=exp(-%i*2*%pi/N)
10 disp("Отсчеты спектра")
11 for k=1:N
12   S(k)=0
13   for n=1:N
14     S(k)=S(k)+x(n)*Wn^((n-1)*(k-1))
15   end
16   Sr(k)=real(S(k))
17   Si(k)=imag(S(k))
18   if abs(Sr(k))<0.001 then S1r(k)==0
19     else S1r(k)=Sr(k)
20   end
21   if abs(Si(k))<0.001 then S1i(k)==0
22     else S1i(k)=Si(k)
23   end
24   S1(k)=S1r(k)+%i*S1i(k)
25   disp(S1(k))// Отсчет спектра
26 end
27 disp("Спектр амплитуд")
28 for k=1:N
29   disp(abs(S1(k)))
30 end
31 disp("Спектр фаз")
32 for k=1:N
33   phi(k)=atand(S1i(k),S1r(k))
34   disp(phi(k))
35 end

```

## ПРИЛОЖЕНИЕ Г

### Программа определения обратного дискретного преобразования Фурье

```
1 //Программа определения обратного ДПФ
2 N=8 //Количество отсчетов спектра
3 x=zeros(1:N)
4 x1=zeros(1:N)
5 S=zeros(1:N)
6 x1r=zeros(1:N)
7 x1i=zeros(1:N)
8 S=[8,8,-2*%i,0,0,0,2*%i,8] //Последовательность отсчетов
9                               //спектра
10 Wn=exp(-%i*2*%pi/N)
11 disp("Отсчеты сигнала")
12 for n=1:N
13   x(n)=0
14   for k=1:N
15     x(n)=x(n)+S(k)*Wn^(-((n-1)*(k-1)))
16   end
17   xr(n)=real(x(n))
18   xi(n)=imag(x(n))
19   if abs(xr(n))<0.001 then x1r(n)==0
20     else x1r(n)=xr(n)
21   end
22   if abs(xi(n))<0.001 then x1i(n)==0
23     else x1i(n)=xi(k)
24   end
25   x1(n)=(x1r(n)+%i*x1i(n))/N
26   disp(x1(n))
27 end
```



ПРИЛОЖЕНИЕ Д  
Программа расчета АЧХ и ФЧХ\_1

```
1 // Программа расчета АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра
2 A=0.9
3 delta_f=0.0001
4 fN=0:delta_f:0.5
5 mmax=0.5/delta_f
6 for m=1:mmax+1
7 z=%e^(%i*(m-1)*2*%pi*delta_f);
8 H=A*(1+z^(-2))/(1+A*z^(-2)); // Системная функция фильтра
9 K(m)=abs(H);
10 phi(m)=atand(imag(H),real(H));
11 end
12 clf()
13 subplot(2,1,1)
14 xtitle("АЧХ", "fN", "K")
15 plot(fN,K,"k")
16 xgrid(3)
17 subplot(2,1,2)
18 xtitle("ФЧХ", "fN", "phi")
19 plot(fN,phi,"k")
20 xgrid(3)
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ Е

### Программа синтеза нерекурсивного гауссовского ФНЧ

```

1 //Программа синтеза нерекурсивного гауссовского ФНЧ
2 //Имя программы - FilterGauss
3 //Ввод исходных данных
4 K0=16 //Половина длины линии задержки
5 fNg=0.05 //Нормированная граничная частота фильтра
6 sigma=sqrt(2) //Неравномерность АЧХ в полосе
7 // Функция, описывающая требуемую АЧХ фильтра в
8 // интервале нормированных частот от 0 до 0.5
9 function u=K(fN), u=exp(-log(sigma)*(fN/fNg)^2)
10 endfunction;
11 // Функция, описывающая требуемую АЧХ в интервале
12 // нормированных частот от 0 до 0.5, заданную в дБ
13 function ul=KdB(fN),
14     if K(fN)>10^-10 then ul=20*log10(K(fN))
15     else ul=-200
16     end
17 endfunction
18 delta_f=0.0001 // Шаг изменения частоты при расчете
19                 // АЧХ и ФЧХ
20 I=ceil(0.5/delta_f) // Количество расчетных точек АЧХ на
21                    // графиках
22 i=[1:I] // Массив номеров расчетных точек
23 fN=(i-1)*delta_f // Массив значений частот при расчете АЧХ
24 y=zeros(1:I); // Обнуление массивов y и y1
25 y1=zeros(1:I);
26 for i=1:I // Формирование массивов значений АЧХ в
27           // расчетных точках
28     y(i)=K(delta_f*(i-1))
29     y1(i)=KdB(delta_f*(i-1))
30 end;
31 clf() // Очистка графического окна перед выдачей графиков
32 // Построение графика требуемой АЧХ
33 // в относительном масштабе
34 subplot(221)
35 xtitle("Требуемая АЧХ фильтра", "fN", "K( fN ) ")

```

```

36 plot(fN,y,"k")
37 xgrid(3)
38 // Построение графика требуемой АЧХ в дБ
39 subplot(222)
40 xtitle("Требуемая АЧХ фильтра в дБ", "f N","K 1 ( f N ) dB" )
41 plot(fN,y1,"k")
42 xgrid(3)
43 //Формирование массива коэффициентов системной
44 // функции фильтра
45 b0=2*intg(0,0.5,K)// Расчет коэффициента b0
46 b=zeros(1:K0)
47 function w=KC(fN, k),    w=2*K(fN)*cos(2*pi*k*fN),
48 endfunction
49 for k=1:K0
50     b(k)=intg(0,0.5,KC)
51 end
52 //Системная функция цифрового фильтра
53 function v=H(z)
54 v=b0
55 for k=1:K0
56     v=v+b(k)*(z^k+z^-k)
57 end
58 v=v*z^-K0
59 endfunction
60 //Расчет зависимости комплексного коэффициента
61 // передачи фильтра от частоты, АЧХ и ФЧХ
62 Kk=zeros(1:I)
63 for i=1:I
64     z=%e^(%i*2*pi*delta_f*(i-1))
65     Kk=H(z) // Комплексный коэффициент передачи
66     if abs(Kk)>10^-10 then K0dB(i)=20*log10(abs(Kk))// АЧХ
67     else K0dB(i)=-200
68     end
69     fi(i)=atand(imag(Kk),real(Kk)) // ФЧХ
70 end
71 // График АЧХ
72 subplot(223)

```

```
73 xtitle("Рассчитанная АЧХ фильтра в дБ", "f N", "К 0 dB ( f N )")
74 plot(fN,K0dB,"k")
75 xgrid(3)
76 //График ФЧХ
77 subplot(224)
78 xtitle("ФЧХ фильтра в градусах", "f N", "Angle ( f N ) в град. ")
79 plot(fN,fi,"k")
80 xgrid(3)
81 // Выдача на дисплей значений коэффициентов
82 // системной функции
83 disp(b0)
84 disp(b)
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Ж  
Программа моделирования гауссовского ФНЧ  
при действии на его входе сигнала и помехи

```
1 // Программа моделирования гауссовского ФНЧ при действии
2 // на его входе сигнала и помехи – ModelGauss
3 // Ввод исходных данных
4 // Параметры фильтра
5 K0=10 // Половина длины линии задержки фильтра
6 fNg=0.05 // Нормированная граничная частота фильтра
7 sigma=sqrt(2) // Неравномерность АЧХ в полосе пропускания
8 // Параметры сигнала
9 n0=20 // Количество отсчетов в элементарной посылке
10 // Параметры помехи
11 Xp=2 // Амплитуда помехи
12 fNp=0.2 // Нормированная частота помехи
13 nmax=30*n0 // Максимальный номер отсчета
14 // Функция, описывающая требуемую АЧХ фильтра
15 // в интервале нормированных частот от 0 до 0.5
16 function u=K(fN), u=exp(-log(sigma)*(fN/fNg)^2)
17 endfunction;
18 b0=2*intg(0,0.5,K) // Расчет коэффициента B0
19 function w=KC(fN, k), w=2*K(fN)*cos(2*%pi*k*fN),
20 endfunction
21 b=zeros(1:K0)
22 for k=1:K0
23 b(k)=intg(0,0.5,KC)
24 end
25 clf()
26 q=0
27 u=0
28 xc=zeros(1:nmax)
29 x0=zeros(1:nmax)
30 y=zeros(1:nmax)
31 x=zeros(1:2*K0)
32 for n=1:nmax
33 //Формирование сигнала
34 q=q+1
```

```

35  if q==n0 then q=0
36  end
37  if q==0 then
38      if rand(1)< 0.5 then u =-1
39          else u =1
40      end
41  end
42  xc(n)=u
43  // Формирование синусоидальной помехи
44  xp=Xp*sin(2*%pi*fNp*n)
45  // Сигнал и помеха на входе фильтра
46  x0(n)=xc(n)+xp
47  y(n)=b0*x(K0)
48  for k=1:K0-1
49      y(n)=y(n)+b(k)*(x(K0-k)+x(K0+k))
50  end
51  y(n)=y(n)+b(K0)*(x0(n)+x(2*K0))
52  for k=1:2*K0-1
53      x(2*K0+1-k)=x(2*K0-k)
54  end
55  x(1) =x0(n)
56  end
57  n=1:nmax
58  subplot(311)
59  xtitle("Сигнал на входе фильтра", "n","x c" )
60  plot(n,xc*0.9)
61  xgrid(3)
62  subplot(312)
63  xtitle("Сигнал с помехой на входе фильтра", "n","x 0" )
64  plot(n,x0)
65  xgrid(3)
66  subplot(313)
67  xtitle("Сигнал на выходе фильтра", "n","y" )
68  plot(n,y)
69  xgrid(3)

```

## СОДЕРЖАНИЕ

Методическое письмо. Содержание курсовой работы и рекомендации по ее выполнению.....	3
1. Задание №1. Моделирование процесса дискретизации ана- логового сигнала и восстановления аналогового сигнала из дис- кретного. Наблюдение эффектов размножения и наложения спек- тров.....	5
1.2. Содержание задания №1а.....	5
1.3. Методические указания по выполнению задания №1а..	8
1.4. Пример выполнения задания №1а.....	13
1.5. Содержание задания №1б.....	18
1.6. Методические указания по выполнению задания №1б и пример выполнения.....	21
2. Задание №2. Определение спектра восьмиточечной после- довательности отсчетов сигнала с использованием алгоритмов БПФ с прореживанием во времени и с прореживанием по частоте и выполнение обратного преобразования.....	23
2.1. Содержание задания №2.....	23
2.2. Методические указания по выполнению задания 2.....	25
2.3. Пример выполнения задания №2.....	30
3. Задание №3. Определение системной функции, комплекс- ного коэффициента передачи, АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра.....	37
3.1. Содержание задания №3.....	37
2.2. Примеры выполнения задания №3.....	44
4. Задание №4. Синтез нерекурсивного цифрового ФНЧ с линейной ФЧХ и гауссовской АЧХ методом ряда Фурье. Моделирование фильтра при действии на его входе полезного сигнала и помехи.....	53
4.1. Содержание задания №4.....	53
4.2. Методические указания по выполнению задания №4....	54
4.3. Пример выполнения задания №4.....	65
4.3.1. Синтез фильтра.....	65
4.3.2. Моделирование процесса фильтрации.....	69
ПРИЛОЖЕНИЕ А. Моделирование процесса дискретизации ана- логового сигнала и восстановления аналогового сигнала из дис- кретного.....	71

ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Моделирование процесса дискретизации модулированного аналогового сигнала и восстановления аналогового сигнала из дискретного.....	75
ПРИЛОЖЕНИЕ В. Программа определения прямого дискретного преобразования Фурье.....	79
ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Программа определения обратного дискретного преобразования Фурье.....	80
ПРИЛОЖЕНИЕ Д. Программа расчета АЧХ и ФЧХ_1.....	81
ПРИЛОЖЕНИЕ Е. Программа синтеза нерекурсивного гауссовского ФНЧ.....	82
ПРИЛОЖЕНИЕ Ж. Программа моделирования гауссовского ФНЧ при действии на его входе сигнала и помехи.....	84

Федеральное государственное образовательное бюджетное  
учреждение высшего профессионального образования  
“Поволжский государственный университет  
телекоммуникаций и информатики”  
443010, г. Самара, ул. Льва Толстого 23

---

Подписано в печать 24.06.14 г. Формат 60 x 84/16  
Бумага офсетная №1. Гарнитура Таймс.  
Заказ 1001068. Печать оперативная. Усл. печ. л. 5,01. Тираж 100 экз.

---

Отпечатано в издательстве учебной и научной литературы  
Поволжского государственного университета  
телекоммуникаций и информатики  
443090, г. Самара, Московское шоссе 77, т. (846) 228-00-44