

**Федеральное агентство связи**

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение  
высшего профессионального образования**

**ПОВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И ИНФОРМАТИКИ**

**ЭЛЕКТРОННАЯ  
БИБЛИОТЕЧНАЯ СИСТЕМА**

**Самара**

**Федеральное агентство связи  
Государственное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования**

**Поволжский государственный университет  
телекоммуникаций и информатики**

---

Кафедра физики

**Методические указания  
к курсовой работе**

**по дисциплине  
«Фемтосекундная оптика и фемтотехнологии»**

по специальности:  
200700 Фотоника и оптоинформатика

Составитель: к.ф.-м.н., доц. Петропавловский В.М.  
Рецензент: д.ф.-м.н., проф. Арефьев А.Н.

Самара  
2013

## ВВЕДЕНИЕ

Настоящие методические указания с рекомендациями к выполнению курсовой работы предназначены для студентов дневной формы обучения по специальности 200700 Фотоника и оптоинформатика

В методической разработке содержатся рекомендации к выполнению курсовой работы по курсу «Физические основы нанотехнологий, фотоники и оптоинформатики»

Курсовая работа является научной разработкой конкретной темы исследования в ходе обучения и овладения студентами специальностью в сфере фотоники и оптоинформатики. Являясь небольшой учебной статьей или описанием проекта, курсовая работа должна по содержанию и форме представлять собой научный текст, где обозначены теоретические подходы к поставленной проблеме.

Целью выполнения курсовой работы является:

- систематизация, закрепление и расширение теоретических знаний по дисциплине;
- контроль знаний, умений и навыков, полученных студентами в ходе изучения дисциплины;
- приобретение и развитие навыков численного расчета параметров устройств фотоники и оптоинформатики с применением расчетных программ;
- развитие навыков самостоятельной работы с научно-технической и справочной литературой.

Перед выполнением курсовой работы студенту рекомендуется ознакомиться с требованиями данных методических указаний. В процессе выполнения студент может пользоваться не только рекомендованной, но и любой другой доступной ему учебной и технической литературой.

## ТРЕБОВАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

1. Текстовая часть выполняется на листах формата А4 (210×297 мм) в одностороннем исполнении без рамки и основной надписи с простановкой порядковых номеров листов курсовой работы в правом нижнем углу.

2. Выполнение курсовой работы рекомендуется производить в текстовом редакторе 14 шрифтом Times New Roman через 1,5 интервала. Для абзацев использовать отступ 1,25. Параметры страницы: сверху – 2,0 см; снизу – 2,0 см; слева – 3,0 см; справа – 1,5 см.

3. Используемые источники (учебники, справочники, статьи, стандарты и др.) отмечаются в тексте в порядке их использования номерами в квадратных скобках, например: [6], а при уточнении страницы источника [6, с. 15]. Библиографические сведения указывают в перечне в том виде, в котором они даны в источнике информации.

4. Текст курсовой работы разделяется на разделы и подразделы. При необходимости подразделы делятся на пункты и подпункты. Разделы, кроме введения, заключения, списка использованных источников и приложений, имеют сквозную нумерацию арабскими цифрами без точки после номера раздела или подраздела.

Наименование каждого раздела записывается с нового листа 16 полужирным шрифтом с красной строки строчными буквами, кроме первой – прописной. Переносы слов и сокращения в заголовках не допускаются, точку в конце заголовка не ставят. Заголовки не подчеркиваются. Подразделы нумеруются в пределах раздела. Номера подразделов состоят из номера раздела и подраздела, разделенных точкой. Наименование каждого подраздела записывается 14 полужирным шрифтом. Между подразделами оставлять свободную строку. При необходимости подразделы делятся на пункты и подпункты. Номера пунктов состоят из номера раздела, подраздела и пункта, разделенных точками. Каждый подраздел, пункт и подпункт записывается с абзаца. Наименование пунктов (если есть) начинается с прописной буквы и продолжается строчными буквами.

5. Формулы рекомендуется набирать в редакторе формул по центру строки 14 шрифтом Times New Roman. В качестве символов применяются стандартные обозначения. В формулах четко обозначать буквы, цифры, надстрочные и подстрочные символы и индексы.

6. Рекомендуется нумеровать только те формулы, на которые необходимы ссылки при дальнейшем изложении текста ПЗ. Номера формул ставятся с правой стороны листа на уровне формулы в круглых скобках.

7. Расшифровка формулы, при необходимости, приводится непосредственно под формулой. В конце формулы ставится запятая, а при необходимости и размерность. Значение каждого символа дают с новой строки в той последовательности, в какой они приведены в формуле. Первая строка расшифровки начинается со слова «где» (без двоеточия после него). Например:

8. Расчеты по формулам располагать по левому краю с абзацного отступа. В формулах точка как знак умножения между скобками не ставится. Знак умножения (точка) ставится перед цифрами и дробями. Перенос формулы на следующую строку допускается после знаков: «=» (равно), «+» (плюс), «-» (минус), «·» (умножение) с повторением этих знаков на новой строке.

9. Рисунки, графики – далее иллюстрации, нумеруются арабскими цифрами в пределах каждого раздела курсовой работы или сквозной нумерацией по всей курсовой работе без учета разделов (рис. 1.1 или рис. 1). Ссылки даются в виде: (рис. 3.2) или (см. рис. 3.2) и, по возможности, сразу после ссылки размещают иллюстрации так, чтобы их можно было рассматривать без поворота листа. Иллюстрации допускается располагать на отдельном листе с поворотом листа на 90° по часовой стрелке. Иллюстрации при необходимости могут иметь наименование и пояснительные данные (подрисовочный текст). Слово «Рисунок» и его наименование помещают после поясняющих данных с выравниванием по центру 12 шрифтом.

Сетка графика определяется масштабом шкал (равномерных или логарифмических) осей координат. На осях графиков указывают наименования и единицы измерения величин, числовые значения которых помещены у делений шкалы.

10. Используемые источники (учебники, справочники, статьи, стандарты и др.) отмечаются в тексте в порядке их использования номерами в квадратных скобках, например: [6], а при уточнении страницы источника – [6, с. 15].

**Список использованных источников** приводится в конце ПЗ. Библиографические сведения указывают в перечне в том виде, в котором они даны в источнике информации. Примеры записей приведены ниже.

Книги или учебники записываются в следующем виде:

Федотов, Ю. В. Методы и модели построения эмпирических производственных функций [Текст] / Ю.В.Федотов. – СПб. : Изд-во СПбГУ, 1997. – 220 с.

Фуруботн, Э. Г. Институты и экономическая теория: достижения новой институциональной экон. теории [Текст] / Э. Г. Фуруботн, Р. Рихтер ; пер. с англ., под ред.: В. С. Катькало, Н. П. Дроздовой. – СПб. : Издат. Дом СПбГУ, 2005. – 702 с.

Радиотехнические цепи и сигналы [Текст] / Д. В. Васильев [и др.] ; под ред. К. А. Самойлова. – М. : Радио и связь, 1982. – 528 с.

Примеры записей статей из журналов:

Либо, М. Г. Телеработа как новая форма управления персоналом в организациях виртуального типа [Текст] / М. Г. Либо, С. В. Кошелева // Вестн. Санкт-Петербургского Ун-та. Сер. 8, Менеджмент. – 2004. – Вып.3. – С. 117-137.

Стандарты приводятся следующим образом:

ГОСТ 26814-96. Кабели оптические. Методы измерения параметров [Текст].

Пример записи статьи, полученной из электронной базы данных:

Анисимов, В. Разный итог [Электронный ресурс] / Вячеслав Анисимов // Эксперт Северо-Запад. – 2004. – № 20. – Режим доступа: <http://www.kadis.ru/daily/?id=18567>. – Загл. с экрана.

## **СОДЕРЖАНИЕ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ**

Пояснительная записка (ПЗ) – текстовый документ, в котором изложен материал о проделанной студентом работе при выполнении курсовой работы. К оформлению ПЗ предъявляются основные требования по ГОСТ 2.105 и ГОСТ 7.32. Каждой курсовой работе присваивается индивидуальное буквенно-цифровое обозначение:

### **ПГУТИ АААААА.БББ.ВВВ**

где ПГУТИ – аббревиатура университета;

АААААА – код специальности и направления

БББ – индекс кафедры, на которой выполняется КР

ВВВ – порядковый номер студента в списке группы.

Код специальности и направления

200700 Фотоника и оптоинформатика.

Индекс кафедры физики 54

Пояснительная должна содержать следующие обязательные листы и разделы:

– Титульный лист является первым листом ПЗ. Пример заполнения титульных листов дан в Приложении 1.

– Рецензия – второй лист ПЗ, заполняется преподавателем, лист должен содержать заголовок «РЕЦЕНЗИЯ»

– Техническое задание к курсовой работе – третий лист ПЗ, выдается преподавателем при получении задания на курсовую работу.

– Содержание ПЗ является четвертым листом, в котором перечисляются наименования всех, разделов, подразделов и приложений ПЗ с указанием номеров страниц, где они начинаются. Разделы, подразделы и приложения в содержании записываются в точном соответствии с их наименованиями без сокращений строчными буквами (кроме первой прописной).

– Введение – раздел ПЗ, содержащий обзор современного состояния науки по исследуемому вопросу. Объем раздела 1-2 стр., по необходимости до 4 стр.

– Постановка задачи. Описание методов исследования рассматриваемой проблемы (теоретический, экспериментальный). Объем раздела 3-5 стр.

– Результаты проведенных расчетов или результаты проведенных экспериментов. Объем раздела 2-4 стр.

- Заключение – раздел, содержащий анализ полученного в ходе выполнения курсовой работы результата, объяснение расхождения (в случае его наличия) с техническим заданием. Объем раздела 1-2 стр.
- Список использованной литературы

ЭБС ШТУТИ

## **Задания на курсовую работу:**

### **1. Интерференция фемтосекундных импульсов.**

1.1 Вычислить распределение интенсивности в интерферометре Юнга для импульса длительностью  $\tau$ .

1.2 Вычислить длительность импульса, если видность интерференционной картины при разности хода  $\Delta l$  составила  $\gamma$

### **2. Дифракция фемтосекундных импульсов.**

2.1. Вычислить распределение интенсивности в дальней зоне при дифракции импульса длительностью  $\tau$  на щели шириной  $b$

2.2. Определить отношение контраста 0-го и  $n$ -го порядков дифракции для распределения интенсивности в дальней зоне при дифракции на дифракционной решетке, имеющей постоянную  $d$

### **3. Нелинейная оптика.**

3.1. Рассчитать зависимость частоты от амплитуды для квадратично нелинейного осциллятора.

3.2. Рассчитать зависимость частоты от амплитуды для кубически нелинейного осциллятора.

### **4. Подготовить реферат на основании обзора последней литературы по одной из тем:**

4.1. Получение импульсов фемтосекундной длительности в твердотельном лазере с активной синхронизацией мод;

4.2. Получение импульсов фемтосекундной длительности в лазере на красителе с пассивной синхронизацией мод;

4.3. Генерация и усиление мощных фемтосекундных импульсов УФ - диапазона;

4.4. Фемтосекундные импульсы в дальней ИК - области;

4.5. Прогресс в технике измерений фемтосекундных импульсов.



Выбор варианта определяется порядковым номером студента в списке группы

Var	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.1 $\tau/T$	1	3	5	10	1	3	5	10	1	3
1.2 $\Delta l/\lambda$	1	3	5	10	1	3	5	10	1	3
$\gamma$	0,9,	0,6	0,5	0,3	0,1	0,9,	0,6	0,5	0,3	0,1
2.1. $\tau/T$	1	3	5	10	1	3	5	10	1	3
$b/\lambda$	1	3	5	10	30	50	100	1	3	5
2.2n	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
d мкм	0,8	1	1,5	2	3	0,8	1	1,5	2	3
3	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
4	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5

### Этапы выполнения курсовой работы

В ходе выполнения курсовой работы рекомендуется придерживаться календарного плана, приведённого в таблице.

Содержание этапа	Продолжительность этапа
1. Выбор предметной области и ее утверждение.	1 неделя
2. Обзор литературы	1 неделя
3. Проведение расчетов	3 недели
4. Подведение итогов выполненного исследования	1 неделя
3. Оформление отчетной документации.	1 неделя
4. Сдача курсовой работы на проверку.	1 неделя
5. Защита курсовой работы.	1 неделя

## Интерференция света

**Интерференционные явления в оптике.** Если при наложении двух световых пучков интенсивность света на экране оказывается не равной сумме интенсивностей, а периодически меняется от точки к точке, образуя систему тёмных и светлых линий, то говорят, что имеет место интерференция света.

Принцип наблюдения интерференции света иллюстрирует рис. 1. Два однородных световых пучка сводятся на экране и образуют систему тёмных и светлых линий – интерференционную картину. Подобный опыт можно осуществить, используя пучки лазерного света. Опыт показывает, что в пределах тёмных полос на экране два световых пучка практически полностью гасят друг друга. Коротко, интерференцию света можно определить как явление, в котором

свет + свет = темнота.

Интерференция света весьма тонкое физическое явление, которое редко наблюдается в обыденной жизни. Так, из опыта хорошо известно, что если комната освещается двумя лампочками, то освещённость в любой точке равна сумме

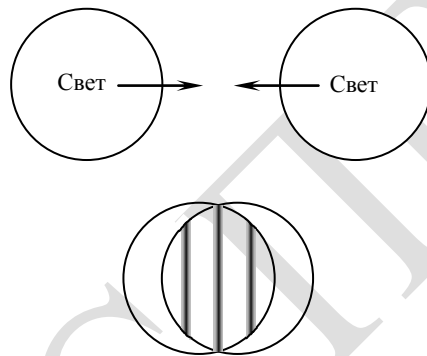


Рис. 1. Явление интерференции света. При наложении двух однородных световых пучков образуется картина чередования тёмных и светлых линий – интерференционная картина.

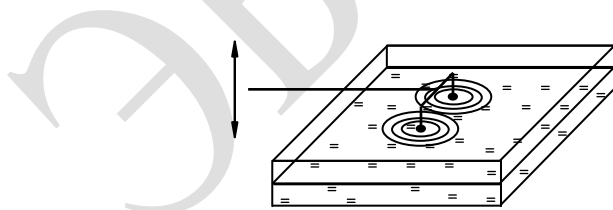


Рис. 2. Наблюдение интерференции волн на поверхности ВОДЫ

освещённостей, создаваемых каждой лампочкой отдельно. Этот экспериментальный факт, который можно назвать законом сложения интенсивностей, имеет место для независимых источников света (ламп, свечей, и т.п.). Оказывается, однако, что возможны ситуации, когда закон сложения интенсивностей нарушается. Так бывает, если накладываются пучки света, исходящие из одного и

того же источника, но прошедшие разные оптические пути. Опыт показывает, что при определённых условиях наложение таких пучков даёт распределение интенсивности света в виде чередующихся тёмных и светлых полос – так называемую интерференционную картину.

**Интерференция как волновое явление.** Если допустить, что свет представляет собой волну, то явление интерференции легко объяснить. В самом деле, если складываются две одинаковые сферические волны, то в некоторых точках пространства колебания усиливают друг друга, в то время как в других точках, напротив, колебания взаимно гасятся. Это легко наблюдать в опыте с волнами на поверхности жидкости (рис. 2). В плоскую стеклянную кювету налита вода. С помощью специального вибратора два вертикальных стержня с шариками на концах периодически касаются поверхности воды, возбуждая волны. Наложение волн даёт интерференционную картину, которую можно наблюдать на экране, просвечивающее кювету стробоскопическое освещение, синхронизованное с колебаниями вибратора.

**Опыт Юнга.** Можно ли наблюдать интерференцию в оптике? Положительный ответ на этот вопрос был получен в опыте Юнга (1801 г). Схема опыта показана на рис. 3. В этом опыте свет от источника  $S$  проходил через маленькое отверстие в экране  $Q_1$ , затем падал на экран  $Q_2$  с двумя маленькими отверстиями, разнесёнными на некоторое расстояние. Прошедшее через отверстие свет падал на экран  $Q_3$ , где и наблюдалась интерференционная картина.

Как видим, схема опыта Юнга очень похожа на схему наблюдения интерференции волн на поверхности воды. Если свет, испускаемый отверстиями в экране  $Q_2$ , представляет собой волны, то на экране  $Q_3$  должно наблюдаться чередование тёмных и светлых полос, т.е. интерференционная картина.

Опыт подтвердил это предположение. Сначала Юнг пропустил солнечные лучи в тёмное помещение и на их пути расположил два экрана: тёмный с двумя точечными отверстиями и белый (на некотором расстоянии позади первого). По обе стороны от яркой линии на белом экране он увидел две темноватые полосы, что привело к решению повторить опыт. На этот раз в качестве источника света он использовал спиртовую горелку, добавив в её пламя небольшое количество поваренной соли для получения яркого жёлтого излучения натрия. На экране возникла картина из регулярно расположенных тёмных полос (рис. 3, б).

Опыт Юнга явился первым убедительным доказательством того, что наложение света может образовать темноту. Наблюдение интерференции в опыте Юнга послужило экспериментальным доказательством волновой природы света.

**Задачи теории интерференции.** Теория интерференции должна, с одной стороны, дать детальное описание результатов опыта Юнга и других интерференционных опытов, а с другой стороны, объяснить, почему при наложении пучков света от независимых источников интерференция не наблюдается, а имеет место закон сложения интенсивностей. Забегая вперёд, укажем, что последнее связано со сложной, случайной структурой светового поля, создаваемого обычными (нелазерными) источниками света. Света таких источни-

ков образуется в результате наложения огромного числа элементарных сферических волн, испускаемых независимыми осцилляторами (атомами) и вследствие этого сильно отличается по своей структуре от идеальной гармонической волны. Поэтому в теории интерференции мы будем использовать представление о случайном световом поле и методы статистического описания световых полей. Развивая теорию интерференции, мы придём к важному понятию когерентности света.

**К о г е р е н т н о с т ь с в е т а.** Исторически понятие когерентности света возникло в связи с интерференционными опытами. Было выяснено, что появление интерференционной картины в опыте Юнга зависит от того, какой свет падает на экран  $Q_2$  с двумя точечными отверстиями. Если этот свет точечного источника, каковым является маленькое отверстие в экране  $Q_1$  (рис. 3), то интерференция есть. Если же это свет от протяжённого источника или свет, рассеянный матовой пластинкой, то интерференции нет. Когерентностью и была названа способность света давать интерференционную картину.

Ясно, что когерентность связана со структурой света. Ниже мы увидим, что когерентный свет – это свет, структура которого близка к плоской или сферической гармонической волне. Иначе говоря, это свет с высоко упорядоченной структурой. В противоположность этому некогерентный свет, т.е. свет, не способный давать интерференцию и подчиняющийся закону сложения интенсивностей, имеет структуру хаотически модулированной волны.

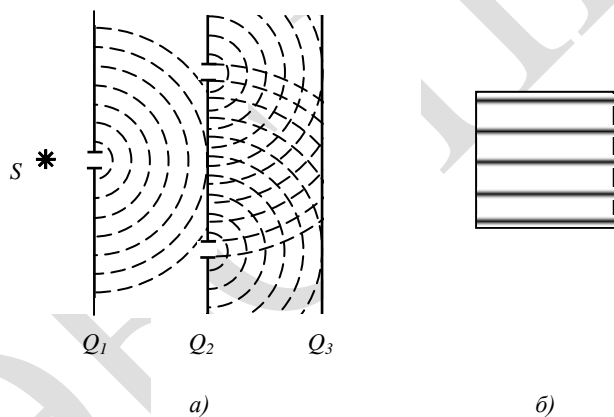


Рис. 3.

Опыт Юнга. Схема опыта (а), фрагмент наблюдаемой интерференционной картины (б)

**Интерферометр Майкельсона.** В конце XIX в. американский физик Альберт Майкельсон выполнил серию важных оптических экспериментов. Наиболее известны его опыты по измерению скорости света (см. ч. I), а также опыты по интерференции света, проведённые на специально созданном приборе, получившем позднее его имя. На интерферометре Майкельсона был проведён знаменитый опыт, показавший, что скорость света относительно поверхности земли одинакова в направлении движения Земли по её орбите и в перпендикулярном направлении. Убедительность и высокая точность эксперимен-

тальных результатов Майкельсона позволили установить важный физический принцип – принцип постоянства скорости света, согласно которому скорость света одинакова во всех направлениях и не зависит от движения источника. На основании этого принципа Альберт Эйнштейн создал теорию относительности.

Схема интерферометра Майкельсона показана на рис. 4. Интерферометр

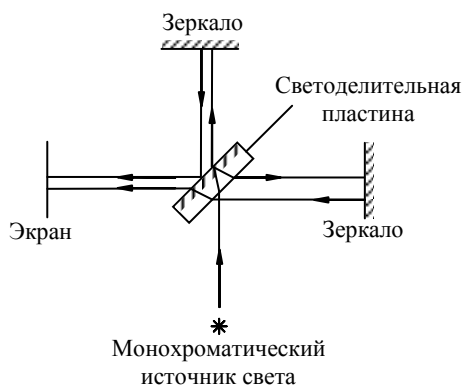


Рис. 4. Схема интерферометра Майкельсона

работает следующим образом. Пучок света от монохроматического источника направляется на светоделительную пластину, где делится на два пучка – прошедший и отражённый – примерно одинаковой интенсивности. Пройдя некоторые расстояния, эти пучки попадают на зеркала, отражаются ими в обратных направлениях и вновь падают на делительную пластину. Пластина снова частично отражает и частично пропускает свет, в результате чего образуется пучок света, представляющий собой смесь пучков, прошедших через разные плечи интерферометра. Этот пучок наблюдается на экране. Двигая одно из зеркал интерферометра в направлении падающего на него светового пучка, можно изменять оптическую разность хода лучей и наблюдать изменение интерференционной картины.

Светоделительная пластина представляет собой плоскопараллельную стеклянную пластину, покрытую с тыльной стороны тонкой плёнкой серебра. Плёнка серебра настолько тонка, что она частично отражает и частично пропускает свет. Таким образом, пластина играет роль полупрозрачного стекла.

**Интерференция монохроматических волн.** Пусть источник света направляет в интерферометр Майкельсона плоскую монохроматическую световую волну вида

$$E_0 = A_0 \cos(\omega t - kz). \quad (1)$$

Обозначим через  $R$  и  $T$  коэффициенты отражения и пропускания света (по интенсивности) делительной пластинкой. Пренебрегая поглощением света в пластинке, можно записать

$$R + T = 1. \quad (2)$$

Так как амплитуда  $A$  плоской монохроматической волны связана с её интенсивностью  $I$  формулой (см. ч. I)

$$I = \frac{cA^2}{8\pi}, \quad (3)$$

коэффициенты отражения и пропускания света делительной пластинкой по амплитуде световой волны будут равны, соответственно,  $\sqrt{R}$  и  $\sqrt{T}$ .

На пути от источника света до плоскости наблюдения световая волна делится на две волны. Причём каждая из этих двух волн по одному разу пропускается и по одному разу отражается делительной пластинкой. В итоге на выходе интерферометра образуется световая волна вида

$$E = \sqrt{RT} A_0 [\cos(\omega t - kl_1) + \cos(\omega t - kl_2)], \quad (4)$$

где  $l_1$  и  $l_2$  - длины плеч интерферометра, или

$$E = A \cos(\omega t - kl), \quad (5)$$

где

$$A = 2\sqrt{RT} A_0 \cos(\delta/2), \quad l = (l_1 + l_2)/2. \quad (6)$$

Величина  $\delta$  имеет смысл разности фаз волн, прошедших разными плечами интерферометра:

$$\delta = k\Delta, \quad \Delta = l_1 - l_2, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (7)$$

Полагая

$$R = T = 1/2 \quad (8)$$

и используя формулы (3)-(7), интенсивность света в плоскости наблюдения можно представить в виде

$$I = \frac{1}{2} I_0 (1 + \cos \delta), \quad (9)$$

где  $I_0 = cA_0^2/8\pi$  - интенсивность световой волны на входе интерферометра.

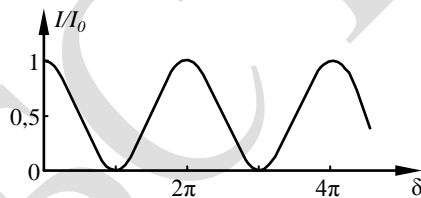


Рис. 5. Пропускание интерферометра Майкельсона в зависимости от разности фаз интерферирующих волн

Если одно из зеркал интерферометра Майкельсона, установленное на салазках, смещается на расстояние  $\Delta z$ , то разность хода лучей изменяется на  $\Delta = 2\Delta z$ , а разность фаз  $\delta$  - на  $2\pi\Delta/\lambda$ . На рис. 5 показана зависимость интенсивности света  $I$  на экране наблюдения от  $\delta$  для случая падающей плоской монохроматической волны. Из рисунка видно, что в максимуме при

$$\delta = 2m\pi, \quad m = 0,1,2,\dots \quad (10)$$

интенсивность прошедшего света  $I$  становится равной интенсивности падающего света  $I_0$ . Иначе говоря, при условии (10) интерферометр Майкельсона

полностью пропускает падающую на него плоскую монохроматическую волну. Напротив, в минимуме при

$$\delta = (2m + 1)\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

интенсивность прошедшего света оказывается равной нулю. Это означает, что падающая плоская волна полностью отражается назад в источник.

Отсюда следует, что интерферометр Майкельсона может служить фильтром, пропускание которого зависит от длины волны, или селективным по длинам волн отражателем света. В этой последней роли он часто используется для селекции мод в лазерах.

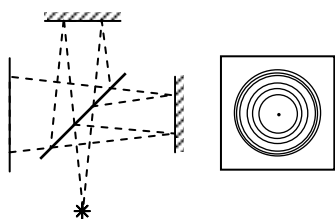


Рис. 6. Картина колец, образующихся в интерферометре Майкельсона при расходящемся падающем излучении

В случае расходящегося падающего излучения разность хода двух волн зависит от угла падения (рис. 6). В этом случае на экране наблюдения возникает интерференционная картина, состоящая из чередующихся тёмных и светлых колец, concentрических с осью симметрии системы. Смещение какого-либо из зеркал приводит к изменению диаметра колец.

В случае параллельного падающего пучка света, но слегка наклонённых зеркал интерферометра или делительной пластинки интерференционная картина состоит из параллельных полос, которые сдвигаются в перпендикулярном направлении при изменении разности хода лучей  $\Delta$ .

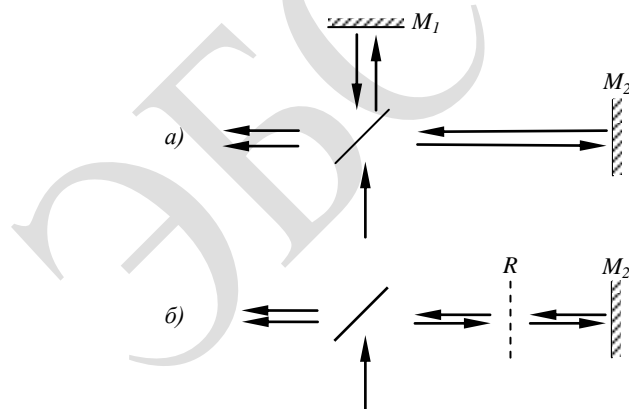


Рис. 7. Интерферометр Майкельсона (а) и его эквивалентная схема (б). Пунктиром показано положение референтной плоскости

Интерферометр Майкельсона можно использовать для абсолютного измерения длин световых волн. Для этого нужно подсчитать число  $N$  максимумов

мов, возникающих на экране наблюдения при смещении подвижного зеркала интерферометра на известное расстояние  $\Delta z$ . Тогда длина волны

$$\lambda = 2\Delta z/N. \quad (12)$$

Эта техника использовалась для очень точных измерений длин волн излучения лазеров.

**Референтная плоскость.** На рис. 7, а показана упрощённая схема интерферометра Майкельсона, а на рис. 7, б – эквивалентная схема, в которой вместо зеркала  $M_1$  введена так называемая “референтная плоскость”, занимающая место изображения зеркала  $M_1$  в делительной пластинке.

Из рис. 7, б видно, что для анализа работы интерферометра Майкельсона достаточно рассмотреть интерференцию волн, отражённых референтной плоскостью  $R$  и зеркалом  $M_2$ . Иначе говоря, возникает задача об интерференции волн, отражённых гранями плоскопараллельной пластинки.

**Полосы равного наклона.** Пусть плоская монохроматическая световая волна падает на плоскопараллельную пластинку, обе грани которой частично отражают свет (рис. 8). Подсчитаем оптическую разность хода лучей

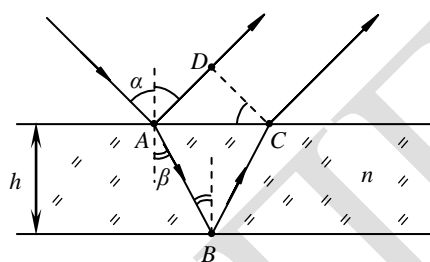


Рис. 8. Интерференция света на плоскопараллельной пластинке

$\Delta$ , отражённых передней и задней гранями пластинки.

Обозначим толщину пластинки  $h$ , угол падения света  $\alpha$ , угол преломления  $\beta$ , показатель преломления материала пластинки  $n$ . В силу закона Снеллиуса

$$\sin \alpha = n \sin \beta. \quad (13)$$

Так как фазовый набег световой волны в среде пропорционален показателю преломления  $n$  (см. ч. IV), искомая разность хода лучей есть

$$\Delta = 2ABn - AD. \quad (14)$$

Из рис. 8. видно, что

$$AD = AC \sin \alpha, \quad AC = 2AB \sin \beta, \quad AB = h/\cos \alpha. \quad (15)$$

Из (13)-(15) получаем

$$\Delta = 2hn \cos \beta. \quad (16)$$

Формулы (13), (16) показывают, что разность хода лучей, отражённых гранями плоскопараллельной пластинки, зависит от угла падения света на пластинку (“угла наклона”). Поэтому при падении на пластинку расходящегося светового пучка образуется интерференционная картина, называемая “полосы равного наклона”. В частности, в случае осесимметричного лазерного пучка интерференционная картина имеет вид системы концентрических колец. Эту картину мож-



но наблюдать с помощью интерферометра Майкельсона, используя в качестве источника света гелий-неоновый лазер (рис. 6).

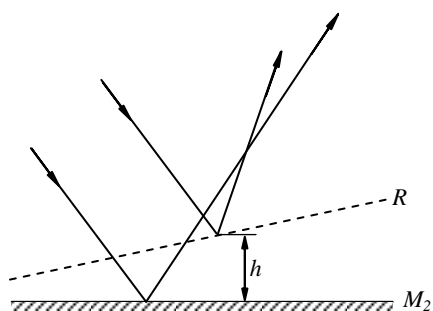


Рис. 9. Интерференция света на клине

**П о л о с ы р а в н о й т о л щ и н ы.** Если одно из зеркал в интерферометре Майкельсона (рис. 7, а) слегка отклонено так, что плоскости зеркал  $M_1$  и  $M_2$  не являются взаимно перпендикулярными, то референтная плоскость  $R$  (напомним, это плоскость, занимающая место изображения зеркала  $M_1$  в делительной пластине) и зеркало  $M_2$  будут не параллельны друг другу, образуя как бы грани клиновидной пластинки. Картина отражения параллельных световых лучей от граней клина показана на рис. 9. Разность хода лучей в этом случае приближённо описывается той же формулой (6), где  $h$  - толщина пластинки в том месте, где происходит отражение света. Так как величина  $h$  меняется вдоль клиновидной пластинки, получающаяся интерференционная картина получила название “полосы равной толщины”.

На лекции демонстрируется работа лазерного интерферометра Майкельсона. Схема интерферометра показана на рис. 4. В качестве источника света используется гелий-неоновый лазер. Интерференционная картина наблюдается на экране или потолке аудитории. Одно из зеркал демонстрационного интерферометра установлено неподвижно, второе – закреплено на салазках и может перемещаться вдоль светового луча на расстояние 20 см. Подвижное зеркало смонтировано в специальной карданной оправе и может поворачиваться вокруг двух взаимно перпендикулярных осей, лежащих в вертикальной плоскости. С помощью интерферометра демонстрируются картины “кольца равного наклона” и “полосы равной толщины”. Для увеличения линейных размеров интерференционной картины оба интерферирующих луча направляют на специальную отражательную пластинку, а затем пропускают через рассеивающую линзу с небольшим фокусным расстоянием (5-10 см).

**К о л ь ц а Н ь ю т о н а.** Интерференционную картину типа “полосы равной толщины” можно наблюдать с помощью стеклянной пластинки и линзы. Если плотно прижать выпуклую поверхность линзы к пластинке и направить на эту систему параллельный пучок света, то лучи, отражённые пластинкой и поверхностью линзы, будут интерферировать, образуя систему интерференцион-

ных линий в виде концентрических тёмных и светлых колец (“кольца Ньютона”).

Вычислим радиусы интерференционных колец. В данном случае разность хода интерферирующих лучей есть  $\Delta = 2h$ , где  $h$  - расстояние от поверхности линзы до пластинки. Из рис. 10 видно, что  $h = R - \sqrt{R^2 - r^2}$ , где  $R$  - радиус кривизны поверхности линзы,  $r$  - расстояние от точки касания линзы и пластинки до светового луча. Полагая  $r \ll R$ , получим приближённое выражение  $\Delta = r^2/R$ . Радиусы светлых колец определяются условием  $\Delta = m\lambda$ , где  $\lambda$  - длина световой волны,  $m = 0,1,2,\dots$ . Таким образом, для радиусов колец Ньютона получаем выражение

$$r_m = \sqrt{mR\lambda}, \quad m = 0,1,2,\dots \quad (17)$$

Этот результат можно проверить экспериментально.

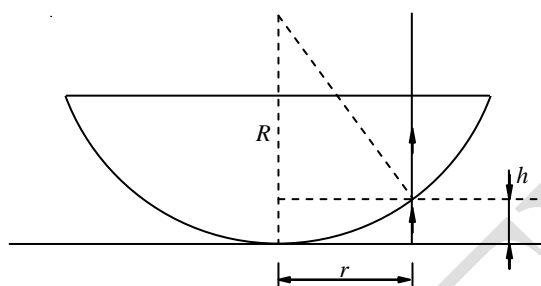


Рис. 10. К расчёту радиусов колец Ньютона

**Д и а г н о с т и ч е с к а я и н т е р ф е р о м е т р и я.** Интерференционная картина, наблюдаемая с помощью интерферометра Майкельсона, весьма чувствительна к различным малым возмущениям, такими как механическое смещение зеркал, изменение состава, температуры и плотности среды, через которую проходят световые лучи. Поэтому интерферометр можно использовать для различных точных измерений. Например, с помощью интерферометра можно измерить механическое смещение порядка длины световой волны, т.е. около  $10^{-4}$  см. При необходимости точность измерения может быть повышена ещё на несколько порядков. Такие точные измерения используют, например, в сейсмологии для регистрации движений земной коры.

**Интерференция немонахроматического света.** Характер интерференции существенно зависит от спектрального состава света. Анализ этой зависимости мы начнём с рассмотрения простого случая интерференции двухчастотного излучения.

Предположим, что на вход интерферометра Майкельсона поступают две плоские монохроматические световые волны с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Считая, для простоты, амплитуды волн одинаковыми, запишем входной сигнал в виде

$$E_0 = A_0 \cos(\omega_1 t - k_1 z) + A_0 \cos(\omega_2 t - k_2 z). \quad (18)$$

Здесь  $k_1$  и  $k_2$  - волновые числа, связанные с длинами волн соотношениями

$$k_1 = 2\pi/\lambda_1, \quad k_2 = 2\pi/\lambda_2. \quad (19)$$

Так как интерферометр представляет собой линейную систему, каждая из монохроматических волн проходит через него независимо от другой волны и

даёт интерференционную картину, описываемую формулами (4)-(9). Это позволяет записать интенсивность света  $I$  на выходе интерферометра в зависимости от разности хода лучей  $\Delta = l_1 - l_2$  следующим образом:

$$I = \frac{1}{2}I_0(1 + \cos \delta_1) + \frac{1}{2}I_0(1 + \cos \delta_2), \quad (20)$$

где

$$I_0 = cA_0^2/8\pi, \quad \delta_1 = k_1\Delta, \quad \delta_2 = k_2\Delta, \quad (21)$$

или 
$$I = I_0 + I_0 \cos k\Delta \cos \chi\Delta, \quad (22)$$

где  $k = (k_1 + k_2)/2, \quad \chi = (k_1 - k_2)/2. \quad (23)$

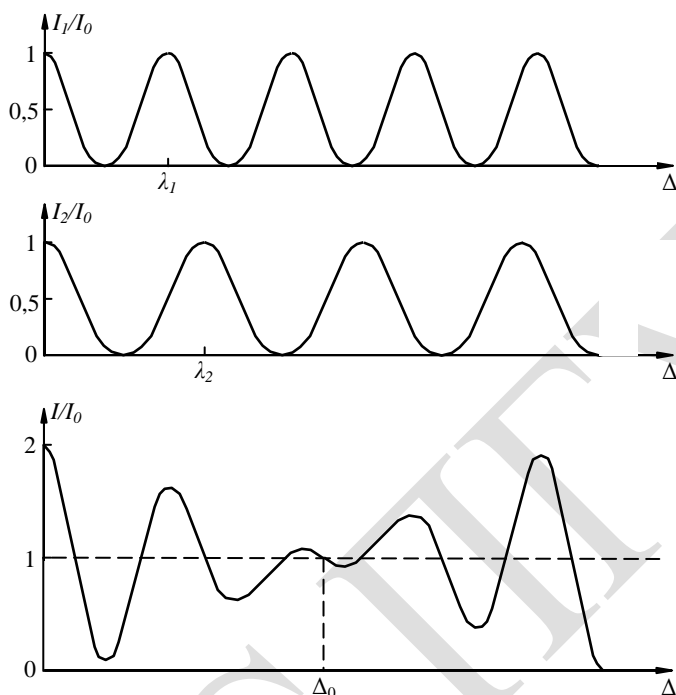


Рис. 11 Интенсивность света на выходе интерферометра Майкельсона  $I$  в зависимости от разности хода лучей  $\Delta$  для случаев, когда на вход интерферометра поступают: волна частоты  $\omega_1$  (а), волна частоты  $\omega_2$  (б), пара волн с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (в)

На рис. 11 показаны зависимости интенсивности света  $I$  на выходе интерферометра Майкельсона от разности хода лучей  $\Delta$  для случаев, когда на вход интерферометра поступают плоские монохроматические волны: одна волна на частоте  $\omega_1$  (а), одна волна на частоте  $\omega_2$  (б), пара волн на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (в). Распределение “в” есть сумма распределений “а” и “б”.

Из рисунка видно, что некогерентность света приводит к зависимости видности интерференционной картины от разности хода лучей. Для двухчастотного излучения эта зависимость периодична: видность максимальна при

Определим характерную разность хода лучей  $\Delta_0$ , при которой происходит первое “смазывание” интерференционной картины (рис. 11, в). Из формулы (22)

следует, что условие, определяющее  $\Delta_0$ , есть  $\cos \chi\Delta = 0$  или  $(k_1 - k_2)\Delta_0 = \pi$ , откуда

$$\Delta_0 = \pi / (k_1 - k_2), \quad (24)$$

или

$$\Delta_0 = \frac{1}{2\delta\nu}, \quad (25)$$

где  $\delta\nu = \nu_1 - \nu_2$  - спектральная ширина излучения,  $\nu = 1/\lambda$  - частота в обратных сантиметрах. Например, если  $\lambda_1 = 0,5$  мкм,  $\lambda_2 = 0,4$  мкм, то  $\Delta_0 = 1$  мкм.

Итак, в случае интерференции некогерентного света в интерферометре Майкельсона период интерференционной картины определяется средней длиной волны, а видимость интерференционных полос меняется при изменении разности хода лучей. При этом характерная разность хода лучей, при которой

Видимость интерференционной картины. Для характеристики контрастности интерференционной картины вводят параметр, называемый видимостью и определяемый формулой

$$\gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (26)$$

где  $I_{\max}, I_{\min}$  - значения интенсивности света в соседних максимуме и минимуме интерференционной картины.

Параметр  $\gamma$  может быть измерен экспериментально или вычислен теоретически, исходя из той или иной модели световой волны. В общем случае безразмерный параметр  $\gamma$  лежит в области  $0 \leq \gamma \leq 1$ . При этом случай  $\gamma = 1$  соответствует плоской монохроматической волне, которая даёт наиболее контрастную интерференционную картину (см. формулу (9)). Для двухчастотного излучения, используя формулу (22), получаем  $I_{\max} = I_0(1 + \cos \chi\Delta)$ ,  $I_{\min} = I_0(1 - \cos \chi\Delta)$ , откуда

$$\gamma = \cos \chi\Delta. \quad (27)$$

Таким образом, для некогерентного излучения видимость интерференционной картины зависит от разности хода лучей:  $\gamma = \gamma(\Delta)$ . Используя (27), можно переписать (22) в виде

$$I = I_0 \left[ 1 + \gamma(\Delta) \cos k\Delta \right]. \quad (28)$$

**Интерференция случайной световой волны.** Как мы уже отмечали выше (см. ч. II), наиболее адекватной моделью излучения нелазерного источника света является модель случайной световой волны. Рассмотрим особенности интерференции случайного светового поля на примере интерферометра Майкельсона.

В общем случае напряжённость поля световой волны есть векторная случайная функция пространственных координат и времени

$$\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}, t). \quad (29)$$

Описание такого поля представляет собой весьма сложную задачу. Мы начнём рассмотрение с более простого случая, а именно рассмотрим одну из де-

картовых компонентов поля  $\vec{E}$  в некоторой фиксированной точке пространства  $\vec{r} = const$ . В этом случае поле описывается скалярной функцией времени

$$E = E(t), \quad (30)$$

т.е. представляет собой случайное колебание. Модель (30) удобна для описания светового поля, если представляет собой линейно поляризованную плоскую немонахроматическую волну. Рассчитаем картину интерференции случайного светового поля вида (30) на примере интерферометра Майкельсона.

**Х а р а к т е р и с т и к и с л у ч а й н ы х с в е т о в ы х к о л е б а н и й.**  
Пусть напряжённость светового поля

$$E = E(t)$$

На практике, однако, чаще всего необходимы более простые характеристики, к числу которых относятся: распределение вероятности  $w(x)$ , среднее значение  $\bar{x}$ , дисперсия  $\sigma^2 = \langle (x - \bar{x})^2 \rangle$ , корреляционная функция  $B(\tau) = \langle x(t)x(t+\tau) \rangle$  и спектр  $G(\omega)$ . В общем случае  $B(\tau)$  и  $G(\omega)$  - вещественные чётные функции своих аргументов, связанные между собой преобразованием Фурье ("теорема Винера-Хинчина", см. ч. II):

$$B(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega, \quad G(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} B(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (31)$$

Кроме того, функции  $w(x)$  и  $G(\omega)$  в общем случае неотрицательны. Корреляционная функция и спектр, в свою очередь, характеризуются временем корреляции  $\tau_k$  и шириной спектра  $\Delta\omega$ , которые имеют смысл меры ширины распределений  $B(\tau)$  и  $G(\omega)$ . В общем случае параметры  $\tau_k$  и  $\Delta\omega$  обратно пропорциональны друг другу:

$$\tau_k = \frac{2\pi}{\Delta\omega}. \quad (32)$$

Применительно к световому полю введём среднюю интенсивность

$$\bar{I} = \frac{c}{4\pi} \bar{E}^2, \quad (33)$$

корреляционную функцию

$$B(\tau) = \langle E(t)E(t+\tau) \rangle \quad (34)$$

и спектр  $G(\omega)$ . Средняя интенсивность излучения  $\bar{I}$ , спектр  $G(\omega)$  и ширина спектра  $\Delta\omega$  могут быть измерены экспериментально.

Часто можно рассматривать световое колебание  $E(t)$  как узкополосный случайный процесс, для которого ширина спектра значительно меньше средней частоты колебаний:

$$\Delta\omega \ll \omega_0. \quad (35)$$

В этом случае целесообразно ввести комплексную амплитуду поля  $\varepsilon(t)$ , определив её формулой

$$E(t) = \frac{1}{2} \varepsilon(t) e^{i\omega_0 t} + \text{к.с.} \quad (36)$$

Подобно полю  $E(t)$  амплитуда  $\varepsilon(t)$  является случайной функцией времени и, следовательно, характеризуется корреляционной функцией и спектром. Под-

ставив (36), в (34), и учитывая стационарность случайного процесса  $E(t)$ , приходим к требованию

$$\langle \varepsilon(t)\varepsilon(t+\tau) \rangle = 0. \quad (37)$$

Поэтому корреляционная функция комплексной амплитуды вводится формулой

$$b(\tau) = \langle \varepsilon(t)\varepsilon^*(t+\tau) \rangle, \quad (38)$$

где звёздочка обозначает комплексное сопряжение. Будем считать величину  $b(\tau)$  вещественной. Тогда из (34), (36)-(38) следует, что

$$B(\tau) = \frac{1}{2}b(\tau)\cos\omega_0\tau. \quad (39)$$

Средняя интенсивность излучения выражается через комплексную амплитуду поля следующим образом:

$$\bar{I} = \frac{c}{8\pi} \langle \varepsilon\varepsilon^* \rangle. \quad (40)$$

Часто бывает удобно наряду с корреляционной функцией  $B(\tau)$  ввести безразмерную функцию – коэффициент корреляции –

$$R(\tau) = B(\tau)/B(0). \quad (41)$$

Аналогичным образом коэффициент корреляции комплексной амплитуды есть

$$r(\tau) = b(\tau)/b(0). \quad (42)$$

Из (39), (41), (42) следует, что

$$R(\tau) = r(\tau)\cos\omega_0\tau. \quad (43)$$

Интерференция случайной световой волны в интерферометре Майкельсона. Предположим, что на вход интерферометра Майкельсона (рис. 4) поступает случайное световое поле вида (30) со средней интенсивностью

$$\bar{I} = \frac{c}{4\pi} \bar{E}^2. \quad (44)$$

В этом случае результирующее световое поле на выходе интерферометра можно представить в виде

$$E_p = \sqrt{RT} [E(t) + E(t+\tau)], \quad (45)$$

где

$$\tau = \Delta/c, \quad (46)$$

$\Delta = l_1 - l_2$  - разность хода лучей в интерферометре,  $c$  - скорость света,  $R$  и  $T$  - коэффициенты отражения и пропускания света делительной пластинкой по интенсивности световой волны. Согласно (45), поле на выходе интерферометра пропорционально сумме входных полей, взятых в два разных момента времени. Эти моменты времени разделены между собой промежутком  $\tau$ , имеющим смысл задержки одной из волн в интерферометре относительно другой, возникающей из-за различия длин плеч интерферометра.

В дальнейшем будем считать выполненным условие (8) и введём краткие обозначения

$$E(t) = E, \quad E(t + \tau) = E_\tau. \quad (47)$$

Тогда

$$E_p = \frac{1}{2}(E + E_\tau). \quad (48)$$

Так как поле  $E$  случайно, поле  $E_p$  тоже будет случайным, следовательно, его можно охарактеризовать средней интенсивностью

$$\bar{I}_p = \frac{c}{4\pi} \bar{E}_p^2. \quad (49)$$

Подставив (48) в (49) и принимая во внимание, что для стационарного случайного процесса

$$\bar{E}^2 = \bar{E}_\tau^2, \quad \overline{EE^2} = B(\tau), \quad B(\tau)/B(0) = R(\tau), \quad (50)$$

получим

$$\bar{I}_p = \frac{1}{2} \bar{I} [1 + R(\tau)] \quad (51)$$

или, в силу (43),

$$\bar{I}_p = \frac{1}{2} \bar{I} [1 + r(\tau) \cos \omega_0 \tau]. \quad (52)$$

Итак, формула (52), полученная с использованием модели случайной световой волны, выражает среднюю интенсивность света на выходе интерферометра Майкельсона  $\bar{I}_p$  через среднюю интенсивность входного пучка  $\bar{I}$ , среднюю частоту входного поля  $\omega_0$ , задержку  $\tau = \Delta/c$ , зависящую от разности хода лучей в интерферометре  $\Delta = l_1 - l_2$ , и коэффициент корреляции  $r(\tau)$  комплексной амплитуды поля.

Используя (52), нетрудно рассчитать видность интерференционной картины. В самом деле, согласно (52), при некоторой величине  $\tau$  интенсивность света в максимуме интерференционной картины есть

$$I_{\max} = \frac{1}{2} \bar{I} [1 + r(\tau)], \quad (53)$$

а интенсивность света в минимуме

$$I_{\min} = \frac{1}{2} \bar{I} [1 - r(\tau)]. \quad (54)$$

Из (26), (53), (54) следует, что

$$\gamma = r(\tau). \quad (55)$$

Итак, формула (55) связывает между собой видность интерференционной картины  $\gamma$ , определяемую формулой (26), и коэффициент корреляции комплексной амплитуды светового поля  $r(\tau)$ , определяемый формулами (38), (42). Так как видность интерференционной картины может быть экспериментально измерена с помощью интерферометра Майкельсона, формула (55) даёт рецепт прямого экспериментального измерения коэффициента корреляции комплексной амплитуды светового поля  $r(\tau)$ .

Используя теорему Винера-Хинчина (31) и задаваясь той или иной моделью спектра излучения  $G(\omega)$ , можно теоретически вычислить функцию  $r(\tau)$ . Пусть, например, спектр имеет прямоугольную форму, центральную частоту  $\omega_0$

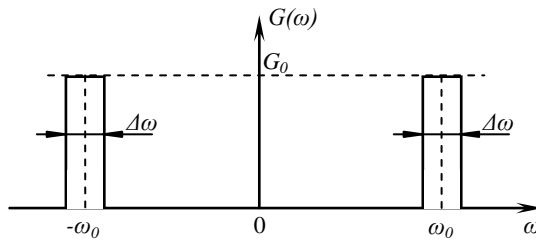


Рис. 12. Модель спектра излучения

и ширину  $\Delta\omega$  (рис. 12). Полагая

$$G(\omega) = \begin{cases} G_0, & |\omega \pm \omega_0| \leq \Delta\omega/2, \\ 0, & |\omega \pm \omega_0| > \Delta\omega/2 \end{cases} \quad (56)$$

и используя формулу (31) для  $B(\tau)$ , получим

$$B(\tau) = G_0 \Delta\omega \operatorname{sinc}(\Delta\omega\tau/2) \cos \omega_0 \tau, \quad (57)$$

где

$$\operatorname{sinc}(x) \equiv \frac{\sin x}{x}. \quad (58)$$

Отсюда  $B(0) = G_0 \Delta\omega$ , и для  $R(\tau) = B(\tau)/B(0)$  получаем выражение

$$R(\tau) = \operatorname{sinc}(\Delta\omega\tau/2) \cos \omega_0 \tau. \quad (59)$$

Наконец, сравнивая (59) и (43), находим

$$r(\tau) = \operatorname{sinc}(\Delta\omega\tau/2). \quad (60)$$

Итак, модели спектра (56) соответствует коэффициент корреляции амплитуды поля вида (60).

По формулам (60) и (52) можно рассчитать распределение интенсивности света в интерференционной картине. Это распределение имеет вид

$$\bar{I}_p = \frac{1}{2} \bar{I} \left[ 1 + \operatorname{sinc}(\Delta\omega\tau/2) \cos \omega_0 \tau \right]. \quad (61)$$

В частном случае монохроматического излучения, когда  $\Delta\omega = 0$ , имеем  $\operatorname{sinc}(\Delta\omega\tau/2) = 1$ , и формула (61) переходит в формулу (9).

График функции  $\bar{I}_p(\tau)$ , построенный по формуле (61) для случая малой, но конечной ширины спектра  $\Delta\omega \ll \omega_0$ , показан на рис. 13. Из рис. 13 и формулы (61) видно, что в случае немонахроматического светового поля период интерференционной картины, наблюдаемый с помощью интерферометра Майкельсона, определяется средней частотой излучения  $\omega_0$ . Что же касается видности интерференционной картины, то она уменьшается с ростом задержки  $\tau = \Delta/c$ , определяемой разностью хода лучей в интерферометре  $\Delta = l_1 - l_2$ .



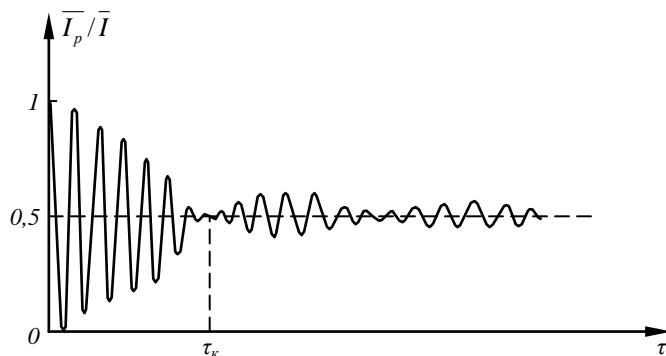


Рис. 13. Распределение средней интенсивности света в интерференционной картине, вычисленное для модели узкополосной световой волны с прямоугольным спектром.

В качестве характерного (“критического”) времени  $\tau$ , разделяющего области хорошо выраженной интерференции и практического отсутствия таковой (рис. 13), можно взять время  $\tau_k$ , при котором видность интерференционной картины первый раз обращается в ноль. Согласно (55) и (60), время  $\tau_k$  определяется условием  $\Delta\omega\tau_k/2 = \pi$ , откуда

$$\tau_k = \frac{2\pi}{\Delta\omega}. \quad (62)$$

Заметим, что, с точки зрения статистической модели поля, время  $\tau_k$  характеризует ширину распределения  $r(\tau)$  и, следовательно, имеет смысл времени корреляции световой волны. Таким образом, формула (62) связывает между собой ширину спектра  $\Delta\omega$  и время корреляции плоской немонахроматической волны  $\tau_k$ . Соотношение (62) между этими параметрами, полученное нами для модели узкополосной световой волны с прямоугольным спектром, совпадает с общей формулой (32), вытекающей из теоремы Винера-Хинчина.

Проведённое рассмотрение позволяет сделать вывод о том, что интерференция немонахроматического света возможна лишь при достаточно малой разности хода лучей. Критическая разность хода лучей, при которой ещё может наблюдаться интерференционная картина. Определяется формулой  $\Delta_k = c\tau_k = 2\pi c/\Delta\omega$  или

$$\Delta_k = \frac{1}{\delta\nu}, \quad (63)$$

где  $\delta\nu = \Delta\omega/2\pi c$  - спектральная ширина излучения, выраженная в обратных сантиметрах. Например, при ширине спектра излучения  $\delta\nu = 1000 \text{ см}^{-1}$  получаем критическую разность хода лучей  $\Delta_k = 0,001 \text{ см}$ . Опыт подтверждает этот результат. Так, интерференция белого света наблюдается в тонких плёнках, например плёнке мыльного пузыря или плёнке бензина на поверхности воды. Вследствие интерференции света и неоднородной толщины тонкие плёнки при естественном освещении приобретают яркую цветную окраску.

Интерференционная картина “кольца Ньютона” при освещении белым светом наблюдается лишь в непосредственной близости от точки касания линзы и стеклянной пластины, т.е. в области, где толщина воздушной прослойки и



разность хода интерферирующих лучей достаточно малы (рис. 10). Если же использовать излучение с более узким спектром, например свет, прошедший через красный фильтр, то видность и размер интерференционной картины заметно увеличиваются (рис. 14). Аналогичный результат дают опыты с тонким стеклянным клином, мыльными плёнками и т.п.

Рис.14. Вид интерференционной картины “кольца Ньютона”, наблюдаемой освещении белым (а) и окрашенным (б) светом

Интерференция некогерентного света в интерферометре Майкельсона возможна лишь при условии, что оптические длины плеч интерферометра с высокой точностью совпадают. Для выравнивания длин плеч в оригинальной конструкции интерферометра использовалась специальная компенсационная пластина (рис. 15). В лазерном интерферометре Майкельсона нет необходимости в компенсационной пластинке, так как интерферирующее излучение имеет узкий спектр и допустимая разность хода лучей достаточно велика. Например, для гелий-неонового лазера, используемого в лазерном демонстрационном интерферометре Майкельсона, имеем  $\delta\nu = 0,04 \text{ см}^{-1}$  и  $\Delta_k = 1/\delta\nu = 25 \text{ см}$ .

Таким образом, опыты по интерференции света подтверждают основные выводы теории, основанной на модели случайной световой волны.

**Фурье - спектр скопия.** Проведённое рассмотрение показывает, что интерферометр Майкельсона можно использовать для прямого экспериментального измерения корреляционной функции  $B(\tau)$  световой волны. Используя теорему Винера-Хинчина, по измеренной функции  $B(\tau)$  можно вычислить спектр излучения

$$G(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} B(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (64)$$

Такой метод измерения спектра получил название “фурье-спектроскопия”. Схему метода иллюстрирует рис. 16. На практике фурье-спектрометры используют для исследования узких спектральных линий, а также спектральных линий инфракрасного излучения, анализ которых с помощью обычных дисперсионных приборов (призмы, дифракционные решётки) встречает определённые трудности.

**Многолучевая интерференция.** Явление интерференции применяют на практике для диагностики оптического излучения – анализа структуры светового поля, измерения спектра и т.п. При этом для увеличения резкости интерференционной картины часто используют принцип многолучевой интерференции, когда в образовании интерференционного поля участвуют сразу несколько световых лучей. Рассмотрим основные особенности многолучевой интерференции на примере интерферометра Фабри-Перо.

Предположим, что плоская монохроматическая световая волна падает на плоскопараллельную стеклянную пластинку, обе грани которой хорошо отражают свет (рис. 17). Частично проникая в пластинку, свет многократно отража-

ется от её граней. При каждом отражении часть излучения выходит наружу, образуя набор плоских волн, которые интерферируют между собой. Вычислим основные характеристики возникающей при этом интерференционной картины.

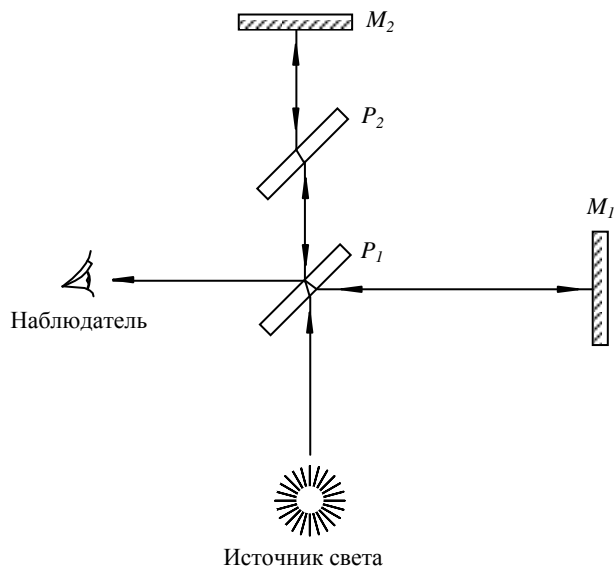


Рис . 15. Схема интерферометра Майкельсона с компенсационной пластинкой

Пусть  $R$  - коэффициент отражения, а  $T$  - коэффициент пропускания света по интенсивности для каждой из граней пластинки. Характеристики обеих граней будем считать, для простоты, одинаковыми. Пренебрегая поглощением света, можно записать

$$T + R = 1. \quad (65)$$

Введём также коэффициенты отражения и пропускания света на гранях пластинки по амплитуде световой волны:  $\rho$  и  $\tau$ . Так как интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды волны, имеем

$$\rho^2 = R, \quad \tau^2 = T. \quad (66)$$

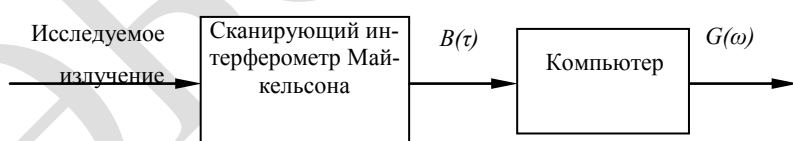


Рис. 16. Схема фурье-спектроскопии

Обозначив через  $A_0$  амплитуду падающей волны, а через  $A$  - амплитуду волны, прошедшей через пластинку, можно записать

$$A = A_0 \tau^2 (1 + \rho^2 e^{i\delta} + \rho^4 e^{2i\delta} + \dots), \quad (67)$$

где  $\delta$  - набег фазы световой волны за двойной проход через пластинку. В формуле (67) учтено, что первый прошедший луч дважды проходит через гра-

ницы пластинки, второй – дважды проходит и дважды отражается на границах, третий – дважды проходит и четырежды отражается и т.д.

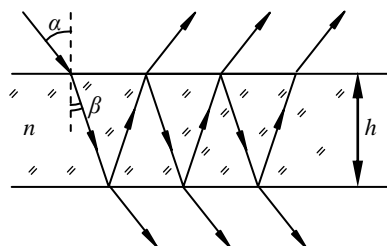


Рис. 17. Схема многолучевой интерференции света

Используя формулу (16), фазовый набег  $\delta$  можно представить в виде  $\delta = k\Delta$ , где  $k = 2\pi/\lambda$  - волновое число,  $\Delta = 2hn\cos\beta$  - оптическая длина пути,  $n$  - показатель преломления материала пластинки,  $h$  - её толщина,  $\beta$  - угол преломления света в пластинке (рис. 18 и 17), связанный с углом падения  $\alpha$  формулой

$$\sin\alpha = n\sin\beta. \quad (68)$$

Таким образом,

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda} hn\cos\beta. \quad (69)$$

Обратим внимание на то, что в круглых скобках в формуле (67) стоит сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии со знаменателем

$$q = \rho^2 e^{i\delta}, \quad (70)$$

модуль которого меньше единицы. Поэтому, пользуясь формулой

$$\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}, \quad (71)$$

справедливой при  $|q| < 1$ , находим

$$A = A_0 \frac{r^2}{1 - \rho^2 e^{i\delta}}. \quad (72)$$

Используя эту формулу, для коэффициента пропускания света пластинкой  $T(\delta) = I/I_0 = |A/A_0|^2$  получаем

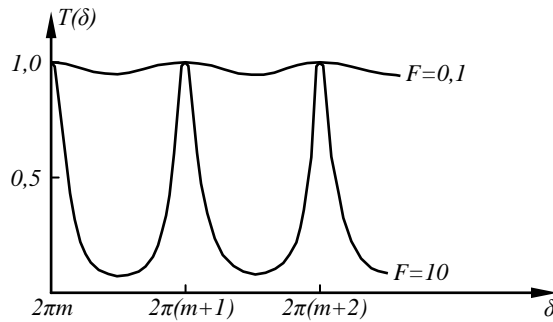


Рис. 18. Графики функций  $T(\delta)$ , построенные по формуле (74) при разных значениях фактора резкости  $F$

$$T(\delta) = \frac{T^2}{|1 - \text{Re}^{i\delta}|^2}, \quad (73)$$

или, в действительной форме

$$T(\delta) = \frac{1}{1 + F \sin^2(\delta/2)}, \quad (74)$$

где учтено соотношение (65) и введена величина

$$F = \frac{4R}{(1-R)^2}, \quad (75)$$

называемая фактором резкости. Смысл этого термина ясен из рис. 18, на котором показаны зависимости  $T(\delta)$  для двух разных значений параметра  $F$ . Видно, что фактор  $F$  непосредственно характеризует резкость интерференционной картины.

Насколько большой может быть величина  $F$ ? Из формулы (75) видно, что фактор резкости тем больше, чем выше коэффициент отражения света на гранях пластинки. Для зеркальной поверхности коэффициент отражения может достигать величины  $R = 0,99$ . В этом случае фактор резкости  $F = 4 \times 10^4$ , а функция пропускания пластинки (эталоны Фабри-Перо)  $T(\delta)$  представляет собой набор дискретных линий (рис. 19).

Плоскопараллельная пластинка как частотный фильтр. Из рисунка 19 видно, что плоскопараллельная пластинка с зеркальными гранями прозрачна для излучения некоторого дискретного набора частот и совершенно не пропускает остальное излучение. Таким образом, плоскопараллельная пластинка представляет собой высокодобротный частотный фильтр. В этом качестве она используется, например, для селекции мод в лазерах. Вставляя в лазерный резонатор пластинку той или иной толщины (рис. 20), можно эффективно управлять шириной спектра лазерного излучения. В спектроскопических экспериментах такие фильтры используют для калибровки длины волны излучения.

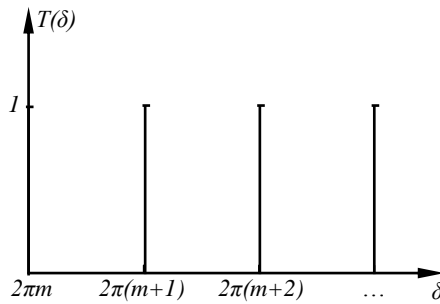


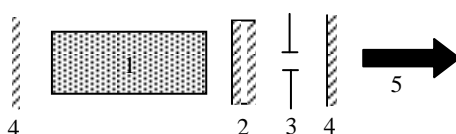
Рис. 19. Функция пропускания эталона Фабри-Перо

**Интерферометр Фабри-Перо.** Интерферометр Фабри-Перо предназначен для исследования тонкой структуры спектра оптического излучения. Схема прибора показана на рис. 21. Его основным элементом является пара зеркальных пластинок, установленных параллельно друг другу на некотором расстоянии  $d$ . Так же как и в эталоне Фабри-Перо, в интерферометре используется многолучевая интерференция света, позволяющая получать резкие интерференционные картины. В отличие от эталона, в интерферометре предусмотрена возможность изменения расстояния между пластинами для плавного изменения фазового набега  $\delta$ , определяемого формулой (69). В некоторых случаях с этой же целью используют систему напуска газа в пространство между пластинами. Изменяя давление газа, можно плавно изменять показатель преломления газа  $n$  и зависящий от него фазовый набег  $\delta$  (см. формулу (69)). Во избежание нежелательной интерференции лучей, отражённых задними поверхностями пластинок, последним придают клиновидную форму.

На лекции демонстрируется работа лазерного интерферометра Фабри-Перо. В данном интерферометре использована жёсткая конструкция, при которой положение зеркал фиксируется с помощью специального калибровочного кольца толщиной 5 мм. Предусмотрена возможность накачки воздуха с помощью резиновой груши.

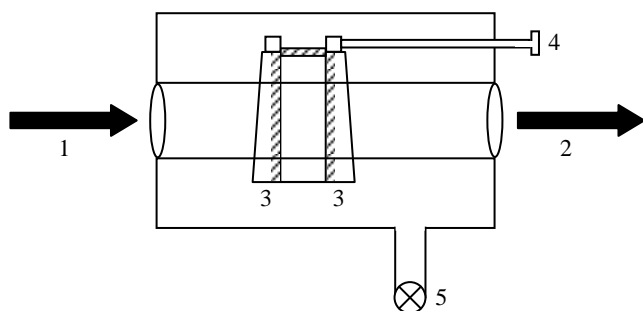
В эксперименте на интерферометр направляется пучок света гелий-неонового лазера, рассеянный линзой с фокусным расстоянием около 30 см. Из выражений (68), (69), (74), (75) следует, что при фиксированной длине излучения  $\lambda$ , интерферометр характеризуется дискретным набором направлений в пространстве (углы  $\alpha$  и  $\beta$ ), в которых он пропускает свет. Таким образом, в данной конфигурации наблюдается интерференционная картина типа “кольца равного наклона”.

На белой стене затемнённой аудитории наблюдаются резкие яркие кольца света, разделённые широкими тёмными промежутками. Таким образом, наблюдаемая интерференционная картина совпадает с показанной на рис. 19. При на-



качивании воздуха резиновой грушей радиусы колец меняются (рис. 22).

Рис. 20. Применение плоскопараллельной пластинки для селекции мод в лазере. 1 – активный элемент лазера, 2 – плоскопараллельная пластинка, 3 – диафрагма, 4 – зеркала резонатора, 5 – выходной пучок лазера



Сравнения между собой интерференционные картины, наблюдаемые с помощью интерферометра Майкельсона и интерферометра Фабри-Перо, можно сделать вывод, что многолучевая интерференция значительно увеличивает резкость интерференционной картины. Высокая резкость интерференции в интер-

ферометре Фабри-Перо позволяет использовать его как спектральный прибор высокой разрешающей способности (см. лекцию 17).

Рис. 21. Схема интерферометра Фабри-Перо: 1 – входной пучок света, 2 – выходной пучок света, 3 – зеркальные пластины, 4 – винт для юстировки зеркал, 5 – система напуска газа

Резкость интерферометра. На рис. 23 показан фрагмент зависимости  $T(\delta)$  для случая, когда ширина интерференционных максимумов соизмерима с расстоянием между ними, т.е. когда фактор резкости  $F$  не слишком велик.

Резкость интерференционной картины можно охарактеризовать отношением расстояния между соседними максимумами к ширине отдельного максимума

$$F = 2\pi/\varepsilon. \quad (76)$$

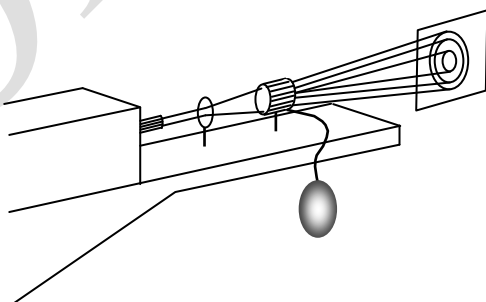


Рис. 22. Наблюдение интерференции лазерного света с помощью интерферометра Фабри-Перо

Величину  $F$  называют резкостью интерферометра. Резкость можно определить экспериментально как отношение расстояния между соседними интерференционными кольцами к ширине отдельного кольца.

Пользуясь формулой (74) и предполагая, что

$$R \approx 1, \quad F \gg 1, \quad (77)$$

нетрудно показать, что

$$\varepsilon = 4/\sqrt{F}, \quad (78)$$

или, в силу (75), (77),

$$\varepsilon = 2(1 - R). \quad (79)$$

Из (76), (79) следует, что

$$F = \pi/(1 - R). \quad (80)$$

Например, если  $R = 0,9$ , то  $F = 30$ . Эту оценку можно проверить эксперимен-

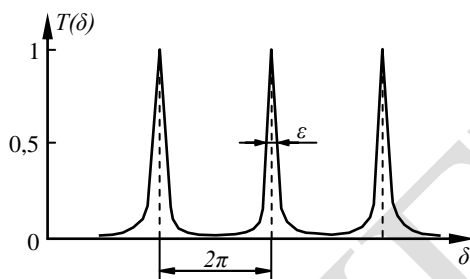


Рис. 23. К расчёту резкости интерферометра Фабри-Перо

тально.

**Собственные моды и добротность лазерного резонатора.** Лазерный резонатор, представляющий собой пару параллельных зеркал (рис. 24), можно

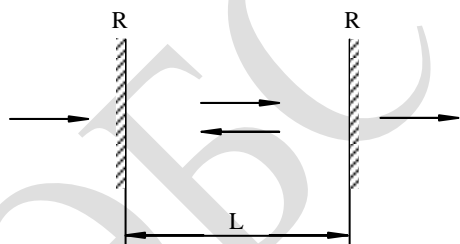


Рис. 24. Оптический резонатор

рассматривать как вариант интерферометра Фабри-Перо, соответствующий параметрам

$$n = 1, \quad \alpha = \beta = 0. \quad (81)$$

Пусть  $L$  - длина резонатора,  $R$  - коэффициент отражения зеркал по интенсивности света. Оба зеркала будем считать, для простоты, одинаковыми. Из (69) и (81) следует, что

$$\delta = 4\pi\nu L, \quad (82)$$

где  $\nu = 1/\lambda$  - частота излучения, выраженная в  $\text{см}^{-1}$ .



Согласно (74), максимумы пропускания интерферометра Фабри-Перо приходятся на значения  $\delta$ , определяемые формулой

$$\delta_m = 2\pi m, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (83)$$

Формулы (82), (83) выделяют дискретный набор частот

$$\nu_m = m\Delta\nu, \quad \Delta\nu = 1/2L, \quad m = 1, 2, \dots, \quad (84)$$

на которых пропускание интерферометра Фабри-Перо достигает максимума. Частоты (84) можно назвать частотами собственных мод резонатора. Нетрудно показать, что для собственных мод на длине резонатора укладывается целое число полуволн. Таким образом, условие (83) фактически совпадает с фазовым

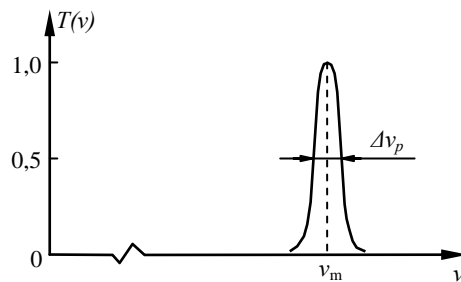


Рис. 25. К расчёту добротности оптического резонатора

условием самовозбуждения лазера (см. лекцию 10), определяющим частоты лазерной генерации.

**Добротность резонатора.** Используя формулы (74) и (82), можно построить зависимость  $T(\nu)$  - коэффициента пропускания интерферометра Фабри-Перо от частоты света. Характерный вид этой зависимости вблизи частоты  $\nu_m$  одной из собственных мод резонатора при  $F \gg 1$  показан на рис. 25. Обозначим ширину интерференционного максимума, показанного на рис. 25, через  $\Delta\nu_p$ . Эту величину можно назвать шириной спектральной линии оптического резонатора. Далее можно ввести добротность резонатора, определив её формулой

$$Q = \nu / \Delta\nu_p, \quad (85)$$

где  $\nu = 1/\lambda$  - частота света в обратных сантиметрах. Из формул (82), (79) следует, что  $\Delta\nu_p = \varepsilon/4\pi L$  и

$$\Delta\nu_p = \frac{1-R}{2\pi L}. \quad (86)$$

Отсюда

$$Q = \frac{2\pi L}{(1-R)\lambda}. \quad (87)$$

Итак, формулы (86), (87) определяют ширину спектральной линии и добротность оптического резонатора. В этих формулах  $L$  - длина резонатора,  $R$  - коэффициент отражения зеркал,  $\lambda$  - длина световой волны.

Сделаем численную оценку. Полагая  $L = 50$  см,  $\lambda = 0,5$  мкм,  $R = 0,9$ , получим  $\Delta\nu = 1/2L = 10^{-2}$  см<sup>-1</sup>,  $\Delta\nu_p = 3 \times 10^{-4}$  см<sup>-1</sup>,  $Q = 6 \times 10^7$ . Таким образом, оптический резонатор представляет собой высокочастотную колебательную систему.

### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петропавловский В.М. Фемтосекундная оптика и фемтотехнологии. Учебное пособие. - Самара. Изд-во ПГУТИ. 2013. - 269с.
2. В.С. Пестряков. Фемтосекундная оптика. Физический факультет НГУ, Новосибирск, 2012. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.phys.nsu.ru/courses/Courses.asp/14FemtosecondOptics.doc>.

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Поволжский государственный университет телекоммуникаций  
и информатики»  
443010, г. Самара, ул. Льва Толстого, 23

---

Подписано в печать 05.2012 г. Формат 60x841/16. Бумага писчая № 1

Гарнитура Таймс

Печать оперативная. Усл. печ. л. 2.13. Уч. изд. л. 1.46.

443090, г. Самара, Московское шоссе 77

т. (846) 228-00-44