



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
**ПОВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И ИНФОРМАТИКИ**

Шилкин В. А., Григоров И. В.

**Задание и методические указания к курсовой работе
по дисциплине «Общая теория связи»**

Самара - 2015

Федеральное агентство связи

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего профессионального образования**

**ПОВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И ИНФОРМАТИКИ**

Кафедра теоретических основ радиотехники и связи

**Задание и методические указания
к курсовой работе
по дисциплине «Общая теория связи»**

для студентов 2 и 3 курсов заочного факультета, обучающихся
по программе бакалавра направления
«Инфокоммуникационные технологии и системы связи»

Авторы: профессор В.А. Шилкин
доцент И.В. Григоров

Самара – 2015

Общие правила выполнения и оформления работы

Перед выполнением курсовой работы необходимо внимательно изучить теоретический материал по соответствующим разделам курса ТЭС, используя учебные пособия, указанные в списке литературы, и конспекты лекций, а также **методические указания по каждому пункту работы**, приведенные ниже (после текста задания).

Работа выполняется по индивидуальному заданию, исходные данные для которого выбираются из приведенной далее **таблицы вариантов** в соответствии с **двумя последними цифрами номера студенческого билета** (зачетной книжки).

При выполнении каждого пункта сначала переписывается его условие, затем производятся требуемые расчеты в общем виде и лишь после этого подставляются конкретные числовые данные варианта. В числовых расчетах достаточно ограничиться 3-4 значащими цифрами. При записи **окончательных результатов, а также при изображении временных и спектральных диаграмм** следует избегать неудобного для восприятия представления больших или малых величин в показательной форме (типа $2 \cdot 10^{-6}$ с, $3,1 \cdot 10^7$ Гц и т.п.) и использовать вместо этого общепринятые в инженерных расчетах кратные или дольные единицы измерения (2 мкс, 31 МГц и т.п.). В дробных числах следует удерживать не более 2-х значащих цифр после запятой.

Все расчеты и диаграммы должны сопровождаться **краткими пояснениями**, однако не следует приводить подробные теоретические выкладки и объяснения, заимствованные из лекций или учебников и не имеющие прямого отношения к данному расчету или схеме. Если для решения используются готовые формулы, то необходимо давать ссылки на источник информации с указанием страниц, откуда эти формулы взяты.

Структурные схемы и диаграммы изображаются с применением чертежных инструментов или принтера. Все диаграммы должны быть **достаточно крупными** (занимать не менее половины листа), иметь числовые шкалы (деления) по осям в соответствующих единицах и строиться «в масштабе», т.е. по конкретным числовым результатам расчетов с учетом этих шкал. Замена таких расчетных диаграмм мелкими схематическими рисунками без делений по осям, заимствованными из учебников, **не допускается**.

Для оформления работы можно использовать обычную ученическую тетрадь с делениями в клетку или стандартные листы писчей бумаги. Во втором случае диаграммы должны быть выполнены на миллиметровой бумаге, а листы работы переплетены любым способом, обеспечивающим ее удобный просмотр и хранение. Работы в виде листов, соеди-

ненных канцелярскими скрепками, не принимаются. При выполнении работы на стандартных листах писчей бумаги **вкладывать эти листы в файлы не допускается.**

Можно оформлять работу с применением компьютера и принтера, пишущих машинок, плоттеров и других технических средств. В этом случае для представления диаграмм не требуется миллиметровая бумага, но они должны иметь заменяющую ее координатную сетку.

При любом способе оформления листы работы должны иметь поля не менее 3-4 см для записи замечаний преподавателя.

В конце работы приводится **список использованных источников информации** и ставится **подпись исполнителя с датой.**

На обложке работы указывается ее название, фамилия и инициалы исполнителя, номера группы и студенческого билета, номер варианта.

Контакты для консультаций:

Шилкин Владимир Афанасьевич

Телефон (8 846) 333 62 31

E-mail: shilkin_v@mail.ru

Адрес: г. Самара, ул. Льва Толстого, д. 23, к. 219

Таблица вариантов

№ варианта	a_{\min} , В	a_{\max} , В	F_{\max} , кГц	j	Вид модуляции	N_0 , В ² /Гц
00/50	-3,2	+3,2	1	36/61	ФМ	$1,2 \cdot 10^{-6}$
01/51	-6,4	+6,4	2	78/106	ЧМ	$1,4 \cdot 10^{-7}$
02/52	-12,8	+12,8	2,5	126/199	АМ	$1,2 \cdot 10^{-7}$
03/53	0	+3,2	3	29/1	ЧМ	$1,2 \cdot 10^{-7}$
04/54	0	+6,4	3,5	55/62	ФМ	$3 \cdot 10^{-7}$
05/55	0	+12,8	1,5	68/75	АМ	$1,6 \cdot 10^{-7}$
06/56	0	+25,6	2	131/200	ФМ	$4,2 \cdot 10^{-7}$
07/57	-1,6	+1,6	2,5	10/21	ЧМ	$4,2 \cdot 10^{-7}$
08/58	-3,2	+3,2	3	40/63	ФМ	$3 \cdot 10^{-7}$
09/59	-6,4	+6,4	3,5	79/107	АМ	$1,2 \cdot 10^{-7}$
10/60	-12,8	+12,8	1	145/201	АМ	$7,9 \cdot 10^{-8}$
11/61	0	+12,8	1,5	67/72	ЧМ	$1,8 \cdot 10^{-7}$
12/62	-1,6	+1,6	2	11/18	ФМ	$2,5 \cdot 10^{-7}$
13/63	-1,6	+1,6	2,5	15/23	АМ	$7,6 \cdot 10^{-8}$
14/64	-1,6	+1,6	3	16/25	ЧМ	$1,3 \cdot 10^{-7}$
15/65	-1,6	+1,6	3,5	14/27	ФМ	$2,2 \cdot 10^{-7}$
16/66	-1,6	+1,6	1	5/19	АМ	$2,5 \cdot 10^{-7}$
17/67	-3,2	+3,2	1,5	30/43	ЧМ	$3,5 \cdot 10^{-7}$
18/68	-6,4	+6,4	2	76/101	ФМ	$5,5 \cdot 10^{-7}$
19/69	-12,8	+12,8	2,5	126/196	АМ	$1,25 \cdot 10^{-7}$
20/70	0	+3,2	3	28/2	ФМ	$7 \cdot 10^{-8}$
21/71	0	+6,4	3,5	54/59	ЧМ	$5,6 \cdot 10^{-8}$
22/72	0	+12,8	1	69/74	АМ	$9,7 \cdot 10^{-8}$
23/73	0	+25,6	1,5	124/197	ФМ	$3,5 \cdot 10^{-7}$
24/74	-1,6	+1,6	2	8/20	АМ	$1,1 \cdot 10^{-7}$
25/75	-3,2	+3,2	2,5	35/60	ЧМ	$17 \cdot 10^{-7}$
26/76	-6,4	+6,4	3	77/105	ФМ	$2,4 \cdot 10^{-7}$
27/77	-12,8	+12,8	3,5	125/198	ФМ	$2,8 \cdot 10^{-7}$
28/78	-1,6	+1,6	1	9/22	АМ	$2,5 \cdot 10^{-7}$

№ варианта	a_{\min} , В	a_{\max} , В	F_{\max} , кГц	j	Вид модуляции	N_0 , В ² /Гц
29/79	-12,8	+12,8	1,5	155/175	ЧМ	$3 \cdot 10^{-7}$
30/80	-12,8	+12,8	2	122/181	АМ	$5 \cdot 10^{-8}$
31/81	0	+3,2	2,5	12/26	ЧМ	$7 \cdot 10^{-8}$
32/82	0	+3,2	3	3/17	ФМ	$1,5 \cdot 10^{-7}$
33/83	0	+6,4	3,5	56/46	ФМ	$1,5 \cdot 10^{-7}$
34/84	0	+6,4	1	57/47	ЧМ	$4 \cdot 10^{-7}$
35/85	0	+12,8	1,5	66/71	АМ	$1,2 \cdot 10^{-7}$
36/86	0	+25,6	2	65/73	АМ	$7,2 \cdot 10^{-8}$
37/87	0	+25,6	2,5	182/19	ФМ	$3 \cdot 10^{-7}$
38/88	0	+12,8	3	121/19	ЧМ	$1,9 \cdot 10^{-7}$
39/89	0	+12,8	3,5	64/71	АМ	$8,9 \cdot 10^{-8}$
40/90	-3,2	+3,2	1	13/24	ФМ	$3,5 \cdot 10^{-7}$
41/91	-3,2	+3,2	1,5	41/49	АМ	$9,7 \cdot 10^{-8}$
42/92	-3,2	+3,2	2	50/45	ФМ	$2,2 \cdot 10^{-7}$
43/93	-3,2	+3,2	2,5	53/42	ЧМ	$1,4 \cdot 10^{-7}$
44/94	-6,4	+6,4	3	80/83	ФМ	$2,5 \cdot 10^{-7}$
45/95	-6,4	+6,4	3,5	84/95	ЧМ	$1,2 \cdot 10^{-7}$
46/96	-6,4	+6,4	1	100/99	ФМ	10^{-6}
47/97	-6,4	+6,4	1	81/82	АМ	$2,7 \cdot 10^{-7}$
48/98	-12,8	+12,8	1,5	146/159	ЧМ	$2,9 \cdot 10^{-7}$
49/99	-12,8	+12,8	2	150/170	АМ	$1,2 \cdot 10^{-7}$

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

1. Структурная схема системы передачи и исходные данные

Объектом расчета является цифровая система передачи непрерывных сообщений с импульсно-кодовой модуляцией (ЦСП с ИКМ) по каналу с шумом. Структурная схема системы приведена на рис.1 и включает в себя источник сообщений (ИС), дискретизатор (Д), кодирующее устройство (Кодер), модулятор (Мод), линия связи (ЛС), демодулятор (Дем), декодер (Дек) и фильтр-восстановитель (ФВ).

Из таблицы вариантов необходимо выписать исходные данные для расчета согласно номеру своего варианта, соответствующему двум последними цифрами шифра (номера студенческого билета или зачетной книжки):

интервал значений передаваемого сообщения $a(t) : a_{\min}, a_{\max}$;

полоса частот сообщения F_{\max} ;

номер передаваемого квантованного уровня j ;

вид модуляции (АМ, ЧМ, или ФМ);

спектральная плотность мощности шума N_0 .

Требуется выполнить следующее:

1.1. Составить структурную схему цифровой системы передачи аналоговых сообщений.

1.2. Дать краткое описание принципа действия цифровой системы передачи аналоговых сообщений.

Методические указания к разделу 1

В состав структурной схемы цифровой системы передачи аналоговых сообщений должны входить следующие элементы:

- 1) дискретизатор;
- 2) кодер;
- 3) модулятор;
- 4) линия связи;
- 5) демодулятор;
- 6) декодер;
- 7) фильтр восстановитель.

На вход дискретизатора поступает аналоговое сообщение $a(t)$.

В дискретизаторе сообщение $a(t)$ превращается в последовательность отсчётов $a(t_i)$, следующих друг за другом с интервалом Δt . Отсчеты $a(t_i)$ квантуются по уровню и превращаются в последовательность отсчётов $a_{\Delta}(t_i)$, отличающихся друг от друга на величину, кратную шагу квантования Δa .

Квантованные отсчёты $a_{\Delta}(t_i)$ поступают в кодер. В кодере осуществляется кодирование квантованных отсчётов. Процедура кодирования состоит в представлении каждого квантованного отсчёта в некоторую кодовую комбинацию, представляющую собой n -разрядную последовательность кодовых символов $c(t) = c_1 c_2 c_3 \dots c_n$. Каждый разряд кодовой комбинации может принимать, в общем случае, одно из возможных значений, выбираемых из кодового алфавита, $0, 1, 2, \dots, m-1$. На практике обычно используется кодовый алфавит, содержащий всего два символа: «0» и «1»

Каждая кодовая комбинация с выхода кодера поступает на вход модулятора. В модуляторе при поступлении каждого кодового символа генерируется каналный сигнал $u_i(t)$ ($i = \overline{0, m-1}$). Канальные сигналы $u_i(t)$ должны отличаться друг от друга значениями какого либо параметра (амплитуды, частоты, начальной фазы и т.п.). Канальные сигналы отправляются в линию связи. Сигнал $u_i(t)$, проходя по линии связи, превращается в сигнал $s_i(t)$, который в общем случае отличается от $u_i(t)$ по уровню и форме. Если параметры линии постоянны, то эти отличия не мешают однозначно отождествить сигнал $s_i(t)$ с сигналом $u_i(t)$. На выходе линии связи появляется случайный процесс $z(t)$, представляющий собой сумму сигнала $s_i(t)$ и действующего в линии случайного шума $n(t)$.

Смесь сигнала и шума $z(t)$ поступает в демодулятор, который должен определить, какой сигнал $s_i(t)$ содержится в реализации процесса $z(t)$, и, следовательно, какой кодовый символ был передан. На выходе демодулятора формируется кодовая комбинация $c'(t) = c'_1 c'_2 \dots c'_n$, которая может отличаться от переданной кодовой комбинации $c(t)$ из-за ошибок, появляющихся вследствие влияния шума в линии связи.

С выхода демодулятора принятая кодовая комбинация $c'(t)$ поступает в декодер.

В процессе декодирования каждая принятая кодовая комбинация превращаются в соответствующий квантованный отсчёт непрерывного сообщения. На выходе декодера формируется дискретная последовательность квантованных отсчётов $a'_\Delta(t_i)$, которая также может содержать ошибки.

Принятая дискретная последовательность квантованных отсчётов поступает в фильтр-восстановитель, который формирует реализацию непрерывного сообщения $a'(t)$, которая отличается от переданной реализации $a(t)$ вследствие ошибок возникающих из-за влияния канального шума $n(t)$ при демодуляции, при декодировании, а также из-за появления шума квантования дискретных отсчётов в дискретизаторе.

Более подробную информацию о работе цифровой системы передачи с импульсно-кодовой модуляцией можно найти в источниках [1], [4], [5].

2.Источник сообщений

Непрерывное сообщение, поступающее от источника ИС и представленное первичным электрическим сигналом в форме напряжения $a(t)$, является стационарным случайным процессом, мгновенные значения которого распределены равномерно в интервале a_{\min}, a_{\max} , а энергетический спектр сосредоточен в полосе частот от 0 до F_{\max} .

Требуется выполнить следующее:

2.1. Определить аналитически одномерную плотность вероятности мгновенных значений сообщения $a(t)$ и вычислить её значение.

2.2. Рассчитать значения математического ожидания m_a и дисперсии σ_a^2 сообщения $a(t)$.

Методические указания к разделу 2

Для аналитического определения одномерной плотности вероятности мгновенных значений сообщения $a(t)$ необходимо воспользоваться условием

нормировки плотности вероятности $\int_{-\infty}^{\infty} w(a) da = 1$, которое должно быть записано

с учётом того, что все значения заданного сообщения заключены в интервале $[a_{\min}, a_{\max}]$.

Кроме того, следует принять во внимание, что при равномерном распределении мгновенных значений сообщения $a(t)$ плотность вероятности $w(a)$ является величиной постоянной в интервале $[a_{\min}, a_{\max}]$ и равна нулю за границами этого интервала.

Необходимые теоретические сведения и формулы, касающиеся расчета вероятностных характеристик случайных сигналов, изучены в части 1 курса ОТС и приведены в [1], п.2.5, 2.8; [2], п.2.1, 2.2; [3], п.1.1; [4], п.2.1. 2.2; а также в [5].

3. Дискретизатор

Дискретизатор преобразует сообщение в последовательность отсчетов, взятых с интервалом по времени Δt . Затем каждый отсчет квантуется по уровню (напряжению) с равномерным шагом. $\Delta a = 0,1B$.

Требуется рассчитать следующее.

3.1. Максимально допустимый интервал дискретизации Δt_{\max} .

3.2. Число уровней квантования L .

3.3. Среднюю мощность шума квантования $P_{\phi.\epsilon}$.

3.4. Отношение средних мощностей сообщения P_a и шума квантования $P_{\phi.\epsilon}$.

3.5. Рассматривая дискретизатор как источник дискретных сообщений с объемом алфавита L , определить его энтропию H А и производительность H' / A .

Методические указания к разделу 3

Интервал дискретизации Δt_{\max} определяется по теореме Котельникова. Число уровней квантования L рассчитывается как число шагов длиной $\Delta a = 0,1B$, которое может поместиться в интервале значений передаваемого сообщения $[a_{\min}, a_{\max}]$.

Для вычисления мощности шума квантования необходимо воспользоваться готовой формулой $P_{ш.к} = \frac{(\Delta a)^2}{12}$, полученной с учётом того, что при равномерном распределении мгновенных значений все значения сообщения $a(t)$, попадающие в интервал между двумя соседними уровнями квантования, равновероятны и не зависят от номера уровня.

При выполнении п.3.4 мощность сообщения P_a принять равной его дисперсии, найденной в п.2.2.

Энтропия и производительность дискретизатора определяются по формулам расчета указанных информационных характеристик для источников дискретных независимых сообщений.

Элементами алфавита сообщения на выходе дискретизатора являются уровни квантования, которые при равномерной плотности вероятности мгновенных значений сообщения $a(t)$ и выбранном способе квантования равновероятны ($P_i = \frac{1}{L}$, $i = \overline{1, L}$).

Для выполнения этого пункта задания требуется знание теории дискретизации функций непрерывного аргумента, основных понятий теории информации. См. [1], п.2.4, 6.2, 8.9, 8.10; [2], п.2.5, 8.1; [3], п.1.3; [4], п.2.7, 4.1, 8.1, 8.2; [5].

4. Кодер

В кодере производится представление квантованных по уровню отсчетов сообщения $a(t)$ помехоустойчивым двоичными комбинациями кода Хемминга (7,4).

Требуется выполнить следующее.

4.1. Определить число разрядов примитивного кода n_L , необходимое для кодирования всех L уровней квантованного сообщения.

4.2. Записать комбинацию примитивного двоичного кода, соответствующую передаче уровня квантованного сообщения с номером j , считая, что кодовая комбинация представляет собой запись числа j в двоичной системе счисления.

4.3. Построить порождающую матрицу кода (7,4). Правила формирования проверочных разрядов выбрать в **Приложении 1** по последней цифре студенческого билета.

4.4. Используя порождающую матрицу, составить разрешённые кодовые комбинации кода (7,4).

4.5. Закодировать передаваемый уровень квантования j кодом (7,4).

Методические указания к разделу 4

Число разрядов примитивного кода n_L , необходимое для кодирования L уровней квантованного сообщения, определяется из очевидного условия, что общее число всех возможных комбинаций из n_L двоичных разрядов должно быть равно L

.Запись комбинации примитивного двоичного кода, соответствующей передаче j -го уровня, поясним на примере.

Пусть $n_L = 6$, $j = 51$. Для записи числа 51 в двоичной системе счисления представим его в виде

разложения по степеням двойки

$$51 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

В этом соотношении коэффициенты при степенях двойки представляют собой комбинацию примитивного кода:

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \end{array}$$

Код (7,4) формируется на основе примитивного кода, каждая комбинация которого содержит 4 разряда:

$$b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4$$

Код (7,4) – это код, каждая кодовая комбинация которого содержит 7 разрядов.

$$c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5 \quad c_6 \quad c_7$$

Первые 4 разряда в кодовой комбинации являются информационными и совпадают с соответствующими разрядами примитивного четырёхразрядного кода.:

$$c_1 = b_1; \quad c_2 = b_2; \quad c_3 = b_3; \quad c_4 = b_4$$

Следующие три разряда являются проверочными. Проверочные разряды кода (7,4) формируются путём суммирования по модулю 2 информационных разрядов по специальным правилам, например, так

$$c_5 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_3; \quad c_6 = b_1 \oplus b_3 \oplus b_4; \quad c_7 = b_2 \oplus b_3 \oplus b_4$$

Правила формирования проверочных разрядов можно задать в виде следующей матрицы:

$$\bar{\gamma} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Первая строка этой матрицы соответствует правилу формирования проверочного разряда c_5 , вторая - c_6 и третья - c_7 . Единицы стоят на местах тех информационных разрядов, которые используются при формировании соответствующего проверочного разряда, Нули ставятся на местах информационных разрядов, которые при формировании соответствующего проверочного разряда не используются.

Конкретные правила формирования проверочных разрядов следует выбрать в **Приложении 1** по последней цифре студенческого билета.

Порождающая матрица кода (7,4) может быть составлена как комбинация единичной матрицы четвертого порядка и транспонированной матрицы $\bar{\gamma}$, отображающей правила формирования проверочных разрядов:

$$\bar{G} = \bar{I}_4 \bar{\gamma}^T .$$

Здесь

$$\bar{I}_4 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{- единичная матрица четвёртого порядка;}$$

$$\bar{\gamma}^T = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{- транспонированная матрица } \gamma .$$

Объединение этих матриц даёт порождающую матрицу кода (7,4):

$$G = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} .$$

Код (7,4) содержит 16 разрешённых кодовых комбинаций ($N_p = 2^4$).

Строки порождающей матрицы представляют собой четыре линейно независимые разрешенные кодовые комбинации кода (7,4). Остальные 12 разрешённых кодовых комбинаций можно получить поразрядным суммированием строк порождающей матрицы по модулю 2 в различных сочетаниях (по две, по три, по четыре).

Например поразрядная сумма первой и второй строк порождающей матрицы даст разрешенную кодовую комбинацию **1 1 0 0 0 1 1**. Сумма любой строки порождающей матрицы сама с собой даст «нулевую» разрешённую кодовую комбинацию **0 0 0 0 0 0 0**.

Все разрешенные кодовые комбинации нужно свести в таблицу. Пример таблицы кода (7,4) приведен в **Приложении 2**.

Чтобы закодировать передаваемый уровень квантования j кодом (7,4), необходимо кодовую комбинацию примитивного кода, полученную в п. 4.2 разбить на две четырёхрядные группы. Если число разрядов в одной из групп будет меньше, чем 4, эту группу нужно дополнить соответствующим числом нулей в старших (слева) разрядах.

Например, кодовая комбинация шестизрядного примитивного кода 110011 можно разбить на четырехразрядные группы одним из двух способов:

1) 1100 и 0011

или

2) 0011 и 0011.

Здесь курсивов выделены добавленные нули.

Каждая из двух четырехразрядных групп используется в качестве информационной части кодовой комбинации кода (7,4). В таблице кода находим разрешенные кодовые комбинации кода (7,4).

Для разбиения 1 это будут кодовые комбинации 6 и 11:

1 1 0 0 0 1 1; 0 0 1 1 1 0 0

Таким образом каждый уровень квантованного сообщения с номером j будет закодирован двумя соответствующими кодовыми комбинациями кода (7,4).

Выполнение этого раздела требует знаний по разделу «Основы теории кодирования»: [1], глава 7, [2], п.5.1, 5.3, 5.4; [3], п.5.1, 5.2; [4], п.4.1, 4.2; [5].

5. Модулятор

В модуляторе осуществляется формирование канального сигнала $u(t)$ посредством гармонического несущего колебания первичным сигналом $c(t)$, представляющим передаваемую последовательность двоичных символов кодовых комбинаций на выходе кодера.

Требуется выполнить следующее.

- 5.1. Записать аналитическое выражение модулированного сигнала $u(t)$, связывающее его с первичным сигналом $c(t)$.
- 5.2. Определить ширину полосы частот модулирующего (первичного) сигнала ΔF_c .
- 5.3. Определить полосу частот модулированного сигнала ΔF_u .

Методические указания к разделу 5

Достаточно подробные сведения по этому пункту приведены в [3], глава 2. Краткие - в [2], п.1.4; [3], п.1.3, 2.2; [4], п.1.1. Для углубленной подготовки рекомендуется [1], п.3.5, 3.7.

В качестве несущего колебания при формировании канального сигнала следует использовать гармоническое колебание $u(t) = U_m \cos(2\pi ft + \varphi)$.

При модуляции один из параметров несущего колебания (амплитуда U_m , частота f или начальная фаза φ) изменяется в зависимости от значения двоичных символов кодовой комбинации, поступающей на вход модулятора.

Различают амплитудную (АМ), частотную (ЧМ) и фазовую (ФМ) модуляции. Вид модуляции выбирается в соответствии с номером варианта из таблицы.

При амплитудной модуляции (АМ) кодовому символу «0» и «1» соответствует элемент канального сигнала $u_0(t) = 0$, а символу «1» - $u_1(t) = U_m \cos(2\pi f t)$.

При частотной модуляции (ЧМ) символам «0» и «1» соответствуют элементы канального сигнала вида

$u_0(t) = U_m \cos[2\pi(f - \Delta f)t]$ и $u_1(t) = U_m \cos[2\pi(f + \Delta f)t]$. В этих формулах параметр Δf - девиация частоты.

При фазовой модуляции (ФМ) символам «0» и «1» соответствуют противофазные элементы сигнала вида

$$u_0(t) = U_m \cos(2\pi f t) \text{ и } u_1(t) = U_m \cos(2\pi f t \pm \pi) = -U_m \cos(2\pi f t)$$

При записи аналитического выражения модулированного сигнала $u(t)$ следует учесть, что это должно быть единое выражение, связывающее $u(t)$ с первичным сигналом $c(t)$, а не две отдельные формулы для элементов сигнала, соответствующих символам «0» и «1», приведенные выше.

Общее выражение сигнала АМ можно записать так:

$$u_{ам}(t) = l_i \cdot u_1(t),$$

где l_i совпадают с соответствующими кодовыми символами c_i : $l_0 = 0$, а $l_1 = 1$.

Общее выражение сигнала ЧМ можно записать в следующем виде:

$u_{чм}(t) = l_i \cdot u_1(t) + \bar{l}_i \cdot u_0(t)$, где $l_i = c_i$ а $\bar{l}_i = c_i \oplus 1$. (Здесь знак \oplus означает суммирование по модулю «2»).

Сигнал ФМ в общем виде можно записать так:

$$u_{фм}(t) = l_i \cdot U_m \cos(2\pi f t)$$

В этом случае величины $l_i = 1 - 2 \cdot c_i$.

При расчете полосы частот спектра модулированного сигнала необходимо учитывать специфику двоичной модуляции.

Полосы частот сигналов АМ и ФМ при модуляции двоичным сигналом $\Delta F_{ам} = \Delta F_{фм} = 2\Delta F_c$.

Полоса частот двоичной ЧМ равна сумме удвоенной полосы частот первичного сигнала ΔF_c и удвоенной девиации частоты Δf , т.е. $\Delta F_{чм} = 2\Delta F_c + 2\Delta f$. Принять, что девиация частоты $\Delta f = \lambda \cdot \Delta F_c$,

где λ - любое целое число не менее 2

6. Канал связи

Сигнал с выхода модулятора поступает в канал (линию) связи.

Считается, что канал является линейным и имеет постоянные параметры. В канале действует аддитивная помеха представляющей собой белый гауссовский шум $n(t)$, спектральная плотность мощности которого постоянна и равна N_0 . Такой канал называется гауссовским.

Требуется выполнить следующее

6.1. Записать аналитическое выражение для случайного процесса на выходе канала $z(t)$.

6.2. Найти мощность белого шума на выходе канала P_n .

6.3. Определить среднюю мощность сигнала на выходе канала P_{cp} .

6.4. Найти отношение средней мощности сигнала к мощности шума на выходе канала

$$\frac{P_{cp}}{P_n}.$$

6.5. Определить пропускную способность гауссовского непрерывного канала C .

6.6. Определить коэффициент эффективности использования пропускной способности канала k_c .

Методические указания к разделу 6

Теоретические сведения, касающиеся преобразований сигналов в каналах связи и их информационной пропускной способности, можно найти в [1], глава 4 и п.6.3; [2], глава 3 и п.4.5; [3], глава 3 и п.4.4; [4], глава 2 и п.3.4; [5], п.3.2, 3.4.

При записи аналитического выражения, связывающего входной и выходной сигналы, следует учитывать модель канала.

Поскольку задан линейный канал с постоянными параметрами и аддитивным шумом, случайный процесс $z(t)$ на выходе канала можно рассматривать как сумму выходного сигнала $s(t)$, связанного с переданным сигналом $u(t)$, и аддитивного шума $n(t)$.

При определении вида сигнала $s(t)$ на выходе канала считать, что АЧХ и ФЧХ канала таковы, что сигнал при передаче по каналу ослабляется в раз γ без изменения формы и рассеяния, т.е. $s(t) = \gamma u(t)$, где γ - постоянный коэффициент передачи канала, а $u(t)$ - сигнал на входе канала (сигнал на выходе модулятора).

Мощность белого шума на выходе канала P_n определяется как произведение заданной спектральной плотности мощности N_0 и полосы пропускания канала ΔF_K , которую следует приравнять к полосе часто соответствующего модулированного сигнала (см. раздел 5).

При расчете мощности сигнала следует иметь в виду, что это Физическая мощность согласно законам электротехники, конечно, зависит не только от сигнала (в форме напряжения или тока), но и от сопротивления нагрузки, на которой она выделяется. Под «мощностью сигнала» в данном случае следует понимать мощность, выделяемую на резисторе с сопротивлением 1 Ом. В соответствии с этим определением мощность сигнала $s(t)$, имеющего длительность T рассчитывается по формуле

$$P_s = \frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt.$$

Для гармонических сигналов, которые используются для передачи кодовых символов «0» и «1» в рассматриваемой системе,

$$P_s = \frac{1}{T} \int_0^T \gamma^2 U_m^2 \sin^2(2\pi ft) dt$$

Применение этой формулы даёт следующий результат: $P_s = \gamma^2 \frac{U_m^2}{2}$.

Для расчётов принять, что коэффициент передачи канала по мощности $\gamma^2 = \frac{\lambda + 1}{20} + 0,1$ (λ - последняя цифра студенческого билета).

Средняя мощность сигнала на выходе канала при равновероятных символах сообщения вычисляется по формуле $P_{cp} = 0,5(P_{s0} + P_{s1})$.

Пропускная способность гауссовского непрерывного канала C определяется по формуле Шеннона:

$$C = \Delta F_K \log_2 \left(1 + \frac{P_{cp}}{P_u} \right).$$

Коэффициент эффективности использования пропускной способности канала k_c находится как отношение производительности дискретизатора $H' A$ (см. раздел 3) к пропускной способности непрерывного канала C .

где $s(t)$ – полезный сигнал на выходе канала, связанный с переданным сигналом $u(t)$ известными соотношениями, $n(t)$ – аддитивная помеха, приведенная к выходу канала.

7. Демодулятор

Считать, что в демодуляторе осуществляется оптимальная когерентная обработка принимаемой смеси сигнала и шума $z(t)$, целью которой является принятие решения о переданном кодовом символе.

Требуется выполнить следующее

7.1. Записать общее правило решения (приема) оптимального когерентного демодулятора при точно известных двоичных сигналах, при полагая что сигналы равновероятны.

7.2. Записать алгоритм работы оптимального когерентного демодулятора двоичных сигналов с заданным видом модуляции в канале с белым гауссовским шумом.

7.3. Вычислить эквивалентную энергию системы сигналов при заданном способе модуляции.

7.4. Рассчитать среднюю вероятность ошибки демодулятора $p_{ош}$.

7.5. Определить, как нужно изменить энергию сигналов, чтобы при других видах модуляции и заданном способе приёма сохранялось бы то же значение вероятности ошибки $p_{ош}$.

Методические указания к разделу 6

Для выполнения этого раздела задания необходимо внимательно изучить основы теории оптимального приема дискретных сообщений, изложенные в [1], глава 5 или [2], глава 6; [3], глава 6; [4], глава 5; [5], глава 6.

Следует прежде всего уяснить, что задача демодуляции при приеме дискретных сообщений существенно отличается от демодуляции (детектирования) непрерывных сообщений, в частности не требует восстановления формы первичных сигналов в виде прямоугольных импульсов. Цель в этом случае иная - необходимо установить, какие символы сообще-

ния были переданы. При **оптимальной демодуляции** эта цель должна быть достигнута с наивысшим качеством по некоторому критерию.

Критерий оптимальности - это условие максимума или минимума основного показателя качества приема, представляющего интерес для пользователя системы связи. Таковым при приеме дискретных сообщений является средняя вероятность ошибки. Демодулятор, обеспечивающий минимально возможную среднюю вероятность ошибки при заданном способе модуляции и заданном шуме в канале называются оптимальным по критерию «идеального наблюдателя».

Правило решения определяет способ вынесения решения в пользу определённой гипотезы о том, какой кодовый символ вероятнее всего передавался при приёме конкретной реализации смеси сигнала и шума $z(t)$. При равновероятных двоичных сигналах в качестве правила решения используется правило максимального правдоподобия $i = \arg \max w(z | c_i)$, $i = \overline{0,1}$.

Функция $w(z | c_i)$ называется функцией правдоподобия гипотезы о том, что передавался кодовый символ c_i при приёме реализации смеси сигнала и шума $z(t)$.

Согласно правилу максимального правдоподобия демодулятор по результатам анализа реализации $z(t)$ выдаёт тот кодовый символ c_i , при котором функция правдоподобия имеет максимальное значение.

При точно известных ожидаемых сигналах $s_i(t)$ и белом гауссовском шуме $n(t)$, имеющем спектральную плотность мощности N_0 , функция правдоподобия

$$w(z | c_i) = K \exp\left\{-\frac{1}{N_0} \int_0^T [z(t) - s_i(t)]^2 dt\right\}.$$

Здесь - T длительность элементарного сигнала, которая совпадает с длительностью элементарной кодовой посылки и равна $\Delta t_{\max} / 14$, так как в течение интервала дискретизации Δt_{\max} кодер выдаёт две семиразрядные кодовые комбинации кода (7,4) (см. раздел 4).

При такой форме функций правдоподобия правило максимального правдоподобия при приёме двоичных сигналов сводится к виду

$$\int_0^T z(t) s_1(t) dt - 0,5E_1 > \int_0^T z(t) s_0(t) - 0,5E_0.$$

Здесь E_0 и E_1 - энергии сигналов ожидаемых сигналов $s_0(t)$ и $s_1(t)$.

При выполнении данного неравенства регистрируется символ «1», в противном случае – «0».

Приведённое соотношение представляет собой **алгоритм приема**, т.е. совокупность конкретных операций над принятой смесью $z(t)$, которые должен осуществить демодулятор для принятия решения о переданном кодовом символе по правилу максимального правдоподобия. Демодулятор, работающий по этому алгоритму, называется когерентным

Эквивалентная энергия системы двоичных сигналов представляет собой энергию разности сигналов $s_0(t)$ и $s_1(t)$:

$$E_s = \int_0^T [s_0(t) - s_1(t)]^2 dt.$$

Конкретная величина эквивалентной энергии при прочих равных условиях зависит от способа модуляции и характеризует степень различимости сигналов, которая в конечном итоге определяет вероятность ошибки при демодуляции.

Вероятность ошибки при **когерентном приеме** сигналов определяется по формуле

$$P_{ош} = Q(x).$$

Здесь $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ - табулированная дополнительная функция ошибок. При ам-

плитудной модуляции аргумент дополнительной функции ошибок $x = 0,5h^2$, при частотной

модуляции - $x = h^2$, при фазовой модуляции $x = 2h^2$. Параметр $h^2 = \frac{P_{cp} T}{N_0}$, где P_{cp} - средняя

мощность сигнала на входе демодулятора, T - длительность элементарного сигнала, N_0 -

спектральная плотности мощности шума в канале.

Краткая таблица значений функции ошибок $Q(x)$ приведена в приложении 3.

8. Декодер

На вход декодера с выхода демодулятора поступает кодовая комбинация $\mathbf{c}' = c'_1 c'_2 c'_3 c'_4 c'_5 c'_6 c'_7$, в которой могут содержаться ошибки. Ошибка состоит в том, что на выходе демодулятора из-за действия помех символ «1» в каком либо разряде заменяется символом «0», а символ «0» заменяется символом «1».

Задачей декодера является исправление или обнаружение ошибок.

Требуется выполнить следующее

- 8.1. Построить проверочную матрицу кода, определённого в пункте 4.
- 8.2. Построить таблицу синдромов, для всех возможных вариантов одиночных ошибок.
- 8.3. Вычислить синдром одной из кодовых комбинаций кода (7,4), полученных для заданного номера j в разделе 4.
- 8.4. Вводя последовательно одиночную ошибку в каждый из разрядов кодовой комбинации, выбранной в п.8.4, вычислить синдромы всех ошибок и свести их в таблицу.
- 8.5. Ввести одиночную ошибку в разряд, номер которого совпадает с последней цифрой студенческого билета λ , если она равна 1, 2, 3, 4, 5, 6 или 7. Если последняя цифра студенческого билета λ равна 8, 9 или 0, то ошибку следует ввести в разряд, номер которого равен $|\lambda - 3|$.
- 8.6. Вычислить синдром и исправить ошибку, инвертировав ошибочный символ.
- 8.7. Ввести дополнительно вторую ошибку в любой разряд кодовой комбинации, полученную в .8,5.
- 8.8. Вычислить синдром и исправить ошибку, инвертировав ошибочный символ. Сравнить кодовую комбинацию, полученную после исправления ошибки, с исходной кодовой комбинацией. Сделать вывод.
- 8.9. Определить вероятность необнаруженной ошибки при использовании кода (7,4) в режиме обнаружения ошибок.
- 8.10. Определить вероятность ошибочного декодирования при использовании кода (7,4) в режиме исправления ошибок.
Сделать выводы.

Методические указания к разделу 8

Перед выполнением этого пункта следует ознакомиться с общими принципами помехоустойчивого кодирования см. [1], глава 7; [2], п.5.3, 5.4; [3], п.5.1, 5.2; [4], п.4.2; [5], п.5.1, 5.2.

Проверочная матрица \bar{H} для кода (7,4) может быть получена путём объединения матрицы $\bar{\gamma}$ (см. раздел 4) и единичной матрицы третьего порядка

$$\bar{H} = \bar{\gamma} \bar{I}_3$$

Проверочная матрица для кода (7,4), рассмотренного в примере в разделе 4 будет выглядеть так:

$$\bar{H} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Синдром ошибки принятой кодовой комбинации $\mathbf{s} = s_1 \ s_2 \ s_3$ представляет собой трёхразрядную двоичную последовательность, элементы которой s_i могут принимать значения «0» или «1».

При отсутствии ошибок все элементы синдрома принимают значение «0».

Если хотя бы один элемент синдрома принимает значение «1», то это означает, что в кодовой комбинации имеются ошибки. Таким образом, ошибки в кодовой комбинации обнаруживаются по факту наличия символов «1» в синдроме.

Для исправления ошибок в кодовой комбинации двоичного кода достаточно указать номер разряда, в котором ошибка произошла, и инвертировать этот разряд, т.е. символ «0» в ошибочном разряде заменить символом «1», а символ «1» заменить символом «0».

Номер конкретного разряда, ошибку в котором необходимо исправить, определяется по конфигурации синдрома.

Синдром ошибки следует определить путем **матричного перемножения** принятой кодовой комбинации и транспонированной проверочной матрицы H^T по формуле

$$\mathbf{s} = \mathbf{c}' \times \mathbf{H}^T$$

Принятую кодовую комбинацию в этом случае следует представить в виде матрицы-строки

$$\mathbf{c}' = \left[c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6 \ c_7 \right].$$

Транспонированная матрица для приведённого выше примера проверочной матрицы

$$H^T = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Вероятность необнаруженной ошибки и вероятность ошибочного декодирования при использовании кода (7,4) в общем случае определяются по формулам соответственно:

$$P_{н.о} = \sum_{i=3}^7 C_7^i p_{ош}^i (1-p_{ош})^{7-i}; \quad P_{о.д} = \sum_{i=2}^7 C_7^i p_{ош}^i (1-p_{ош})^{7-i}.$$

Здесь p - вероятность ошибки демодулятора, C_7^i число сочетаний из 7 элементов по i .

Если вероятность ошибки демодулятора очень мала ($p \ll 1$), то вычислить вероятности необнаруженной ошибки и ошибочного декодирования можно по упрощённым формулам

$$P_{н.о} \approx C_7^3 p_{ош}^3; \quad P_{о.д} \approx C_7^2 p_{ош}^2$$

9. Фильтр-восстановитель

Этот элемент предназначен для восстановления непрерывного сообщения $a'(t)$ по принятым квантованным отсчетам $a'_\Delta(t)$, формируемым на выходе декодера.

Фильтр -восстановитель представляет собой идеальный фильтр нижних частот (ФНЧ) с частотой среза F_{cp} .

Требуется выполнить следующее

9.1. Указать значение F_{cp} , при котором обеспечивается теоретически точное восстановление непрерывного сообщения.

9.2. Записать аналитическое выражение амплитудно-частотной (АЧХ) характеристики $K(2\pi f)$ фильтра-восстановителя.

9.3. Найти импульсную характеристику $g(t)$ фильтра –восстановителя.

Методические указания к разделу 9

Выполнение этого пункта требует знания основ теории дискретизации функций непрерывного аргумента ([1], п.2.4; [2], п.2.7; [3], п.2.5; [4], п.1.3; [5], п.1.9.).

Непрерывное сообщение может быть восстановлен по своим отсчетам с помощью идеального фильтра нижних частот. частота среза которого $F_{нд}$ должна быть не меньше, чем полоса частот первичного модулирующего сигнала ΔF_c , найденная в разделе 5.

При составлении аналитического выражения АЧХ фильтра-восстановителя следует помнить, что она в полосе пропускания идеального фильтра нижних частот не зависит от частоты и является величиной постоянной, т.е. $K(2\pi f) = K$, а вне пределов полосы пропускания $K(2\pi f) = 0$.

Для определения импульсной характеристики фильтра-восстановителя следует воспользоваться обратным преобразованием Фурье, согласно которому импульсная характеристика

$$g(t) = \int_0^{F_{cp}} K(2\pi f) e^{j2\pi ft} df .$$

Рекомендованные источники информации

1. Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Коржик В.И., Назаров. М.В. Теория электрической связи / Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 1998.
2. Кловский Д.Д., Шилкин В.А. Теория электрической связи. – Сб. задач и упражнений. – М.: Радио и связь, 1990.
3. Кловский Д.Д., Шилкин В.А. Теория передачи сигналов в задачах.– М.:Связь, 1978.
4. Кловский Д.Д. Теория передачи сигналов.– М.: Связь, 1973.
5. Кловский Д.Д. Теория электрической связи. –М.: Радиотехника , 2009.
6. Задание и методические указания к курсовой работе по дисциплине «общая теория связи- Самара, ПГУТИ, 2014.

Таблица правил формирования проверочных разрядов кода (7,4)

$\lambda = 0$	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$
$c_5 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_4$ $c_6 = b_1 \oplus b_3 \oplus b_4$ $c_7 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_3$	$c_5 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_3$ $c_6 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_4$ $c_7 = b_1 \oplus b_3 \oplus b_4$	$c_5 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_4$ $c_6 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_3$ $c_7 = b_2 \oplus b_3 \oplus b_4$
$\lambda = 3$	$\lambda = 4$	$\lambda = 5$
$c_5 = b_1 \oplus b_3 \oplus b_4$ $c_6 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_3$ $c_7 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_4$	$c_5 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_3$ $c_6 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_4$ $c_7 = b_2 \oplus b_3 \oplus b_4$	$c_5 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_4$ $c_6 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_3$ $c_7 = b_2 \oplus b_3 \oplus b_4$
$\lambda = 6$	$\lambda = 7$	$\lambda = 8$
$c_5 = b_2 \oplus b_3 \oplus b_4$ $c_6 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_4$ $c_7 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_3$	$c_5 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_3$ $c_6 = b_1 \oplus b_3 \oplus b_4$ $c_7 = b_2 \oplus b_3 \oplus b_4$	$c_5 = b_1 \oplus b_3 \oplus b_4$ $c_6 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_3$ $c_7 = b_2 \oplus b_3 \oplus b_4$
$\lambda = 9$		
$c_5 = b_2 \oplus b_3 \oplus b_4$ $c_6 = b_1 \oplus b_3 \oplus b_4$ $c_7 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_4$		

Примечание: λ – последняя цифра студенческого билета

Таблица кода (7,4)

Номер разрешённой комбинации	Разрешённая кодовая комбинация	Суммируемые строки порождающей матрицы
1	0 0 0 0 0 0 0	Любая сама с собой
2	1 0 0 0 1 1 0	1-я
3	0 1 0 0 1 0 1	2-я
4	0 0 1 0 1 1 1	3-я
5	0 0 0 1 0 1 1	4-я
6	1 1 0 0 0 1 1	1-я и 2-я
7	1 0 1 0 1 0 1	1-я и 3-я
8	1 0 0 1 1 1 1	1-я и 4-я
9	0 1 1 0 0 1 0	2-я и 3-я
10	0 1 0 1 1 1 1	2-я и 4-я
11	0 0 1 1 1 0 0	3-я и 4-я
12	1 1 1 0 1 0 0	1-я, 2-я и 3-я
13	1 1 0 1 0 0 0	1-я, 2-я и 4-я
14	1 0 1 1 0 1 0	1-я, 3-я и 4-я
15	0 1 1 1 0 0 1	2-я, 3-я и 4-я
16	1 1 1 1 1 1 1	1-я, 2-я, 3-я и 4-я

Приложение 3

Таблица значений функции ошибок $Q(x)$

x	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
$Q x$	$1,587 \cdot 10^{-1}$	$1,357 \cdot 10^{-1}$	$1,151 \cdot 10^{-1}$	$9,68 \cdot 10^{-2}$	$8,075 \cdot 10^{-2}$
x	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
$Q x$	$6,68 \cdot 10^{-2}$	$5,48 \cdot 10^{-2}$	$4,57 \cdot 10^{-2}$	$3,593 \cdot 10^{-2}$	$2,87 \cdot 10^{-2}$
x	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4
$Q x$	$2,275 \cdot 10^{-2}$	$1,786 \cdot 10^{-2}$	$1,39 \cdot 10^{-2}$	$1,072 \cdot 10^{-2}$	$8,198 \cdot 10^{-3}$
x	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9
$Q x$	$6,21 \cdot 10^{-3}$	$4,66 \cdot 10^{-3}$	$3,47 \cdot 10^{-3}$	$2,56 \cdot 10^{-3}$	$1,87 \cdot 10^{-3}$
x	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4
$Q x$	$1,35 \cdot 10^{-3}$	$9,67 \cdot 10^{-4}$	$6,87 \cdot 10^{-4}$	$4,83 \cdot 10^{-4}$	$3,37 \cdot 10^{-4}$
x	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9
$Q x$	$2,33 \cdot 10^{-4}$	$1,59 \cdot 10^{-4}$	$1,08 \cdot 10^{-4}$	$7,23 \cdot 10^{-5}$	$4,81 \cdot 10^{-5}$
x	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4
$Q x$	$3,17 \cdot 10^{-5}$	$2,07 \cdot 10^{-5}$	$1,33 \cdot 10^{-5}$	$8,54 \cdot 10^{-6}$	$5,41 \cdot 10^{-6}$
x	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9
$Q x$	$2,11 \cdot 10^{-6}$	$1,3 \cdot 10^{-6}$	$7,9 \cdot 10^{-7}$	$4,79 \cdot 10^{-7}$	$2,87 \cdot 10^{-7}$