

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ПОВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И ИНФОРМАТИКИ»

Кафедра физики

С.В. Жуков

ОПТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

сборник задач

Самара,
2017

УДК 535
БКК 22.34

Рекомендовано к изданию комиссией Методического совета ПГУТИ,
протокол № 49 , от 14.03.17 г.

Жуков, С.В.

Ж Оптическая физика: Сборник задач / С.В. Жуков, – Самара: ПГУТИ, 2017.
– 73 с.

Сборник задач к практическим занятиям в курсе «Оптическая физика» содержит задачи с примерами решения, разработан в соответствии с ФГОС ВПО по направлению подготовки 12.03.03 «Фотоника и оптоинформатика», а также РД ПГУТИ 2.11.7 - 2016 и предназначено для студентов 2 и 3 курса факультета ФБТО при проведении практических занятий по курсу «Оптическая физика».

ISBN

©, Жуков С.В., 2017

Содержание

| | |
|---|----|
| 1. Тематика практических занятий | 4 |
| 2. Таблица контрольных заданий по волновой оптике..... | 4 |
| 3. Таблица контрольных заданий по квантовой оптике..... | 5 |
| 4. Задачи к разделу №1 “Волновая оптика” | 6 |
| 4.1. Интерференция световых волн..... | 6 |
| 4.2. Поляризация света..... | 18 |
| 4.2. Дифракция света..... | 33 |
| 5. Задачи к разделу №2 “Квантовая оптика. Атом. Ядро” | 46 |
| 5.1. Тепловое излучение. Формула Планка. Тепловая пирометрия..... | 46 |
| 5.2. Энергия и импульс фотона. Фотоэффект. Эффект Комптона..... | 57 |
| 5.3. Теория Бора для атома водорода. Рентгеновское излучение. Спектры излучения..... | 59 |
| 5.4. Корпускулярно-волновой дуализм. Формула де Бройля. Соотношение неопределенностей..... | 61 |
| 6. Вопросы физических диктантов..... | 70 |
| 7. Приложение “Таблица физических констант”..... | 72 |
| 8. Литература..... | 73 |

2. Тематика практических занятий

| Тема занятия | Задачи | |
|--|---|--|
| | Ауд. | Дом. |
| 1. Волновая природа света. Когерентность. Интерференция света. | 1-1; 1-3; 1-5; 1-10; 1-17; 1-19; 1-25; 1-30 | 1-4; 1-7; 1-9; 1-14; 1-22; 1-27; 1-31 |
| 2. Зоны Френеля. Дифракция света от одной, двух щелей. | 1-51; 1-54; 1-35; 1-46; 1-49; 1-55; 1-57; 1-47; 1-50; 1-62; 1-97 | 1-52; 1-55; 1-34; 1-37; 1-48; 1-58; 1-33; 1-63; 1-60 |
| 3. Поляризация света. Оптически активные вещества. Дисперсия света. | 1-65; 1-64; 1-71; 1-75; 1-77; 1-79; 1-80; 1-82; 1-87; 1-91 | 1-68; 1-72; 1-74; 1-81; 1-88; 1-89; 1-93; 1-95 |
| 4. Тепловое излучение. Законы Стефана – Больцмана, Вина, Планка. | 2-11; 2-15; 2-4; 2-20; 2-23; 2-26; 2-28; 2-30 | 2-1; 2-21; 2-25; 2-22; 2-24; 2-29; 2-27 |
| 5. Строение атома. Рентгеновское излучение. Спектры. | 2-71; 2-74; 2-75; 2-63; 2-80; 2-83; 2-87 | 2-65; 2-70; 2-73; 2-79; 2-85; 2-90 |
| 6. Волновые свойства излучения. Соотношение неопределенностей Гейзенберга (семинар). | 2-91; 2-95; 2-98; 2-101; 2-106; 2-109; 2-111; 2-113 | 2-92; 2-93; 2-96; 2-104; 2-112; 2-118 |

3. Таблица контрольных заданий по волновой оптике

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----|-----|------|------|------|------|------|
| 1. | 1-1 | 1-31 | 1-32 | 1-64 | 1-82 | 1-94 |
| 2. | 1-7 | 1-20 | 1-33 | 1-65 | 1-81 | 1-95 |
| 3. | 1-2 | 1-23 | 1-34 | 1-66 | 1-92 | 1-96 |
| 4. | 1-8 | 1-27 | 1-35 | 1-67 | 1-87 | 1-97 |
| 5. | 1-3 | 1-28 | 1-36 | 1-68 | 1-90 | 1-98 |
| 6. | 1-9 | 1-22 | 1-37 | 1-69 | 1-88 | 1-95 |
| 7. | 1-4 | 1-17 | 1-38 | 1-70 | 1-89 | 1-99 |

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----|------|------|------|------|------|-------|
| 8. | 1-12 | 1-18 | 1-39 | 1-71 | 1-86 | 1- |
| 9. | 1-5 | 1-15 | 1-40 | 1-72 | 1-84 | 1-101 |
| 10. | 1-10 | 1-21 | 1-41 | 1-73 | 1-83 | 1-102 |
| 11. | 1-6 | 1-25 | 1-42 | 1-74 | 1-85 | 1-103 |
| 12. | 1-21 | 1-26 | 1-43 | 1-75 | 1-93 | 1-104 |
| 13. | 1-11 | 1-24 | 1-44 | 1-76 | 1-65 | 1-97 |
| 14. | 1-20 | 1-17 | 1-45 | 1-77 | 1-91 | 1-62 |
| 15. | 1-18 | 1-30 | 1-46 | 1-78 | 1-62 | 1-61 |
| 16. | 1-17 | 1-29 | 1-47 | 1-79 | 1-71 | 1-63 |
| 17. | 1-26 | 1-2 | 1-48 | 1-80 | 1-72 | 1-82 |
| 18. | 1-14 | 1-1 | 1-49 | 1-81 | 1-66 | 1-50 |
| 19. | 1-29 | 1-6 | 1-50 | 1-82 | 1-70 | 1-81 |
| 20. | 1-15 | 1-3 | 1-51 | 1-83 | 1-69 | 1-66 |
| 21. | 1-13 | 1-25 | 1-52 | 1-84 | 1-67 | 1-63 |
| 22. | 1-19 | 1-13 | 1-53 | 1-85 | 1-68 | 1-103 |
| 23. | 1-27 | 1-9 | 1-54 | 1-86 | 1-64 | 1-98 |
| 24. | 1-16 | 1-19 | 1-55 | 1-87 | 1-75 | 1-96 |
| 25. | 1-28 | 1-14 | 1-56 | 1-88 | 1-74 | 1-94 |
| 26. | 1-30 | 1-11 | 1-57 | 1-89 | 1-77 | 1-95 |
| 27. | 1-22 | 1-16 | 1-58 | 1-90 | 1-76 | 1-101 |
| 28. | 1-23 | 1-8 | 1-59 | 1-91 | 1-78 | 1-33 |
| 29. | 1-24 | 1-10 | 1-60 | 1-92 | 1-80 | 1-105 |
| 30. | 1-25 | 1-5 | 1-61 | 1-93 | 1-73 | 1-106 |

4. Таблица контрольных заданий по квантовой оптике.

| № п/п | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------|-----|------|------|-------|-------|-------|
| 1. | 2-1 | 2-60 | 2-61 | 2-120 | 2-121 | 2-131 |
| 2. | 2-2 | 2-59 | 2-62 | 2-119 | 2-122 | 2-132 |
| 3. | 2-3 | 2-58 | 2-63 | 2-118 | 2-123 | 2-133 |
| 4. | 2-4 | 2-57 | 2-64 | 2-117 | 2-124 | 2-134 |
| 5. | 2-5 | 2-56 | 2-65 | 2-116 | 2-125 | 2-136 |
| 6. | 2-6 | 2-55 | 2-66 | 2-115 | 2-126 | 2-137 |
| 7. | 2-7 | 2-54 | 2-67 | 2-114 | 2-127 | 2-88 |
| 8. | 2-8 | 2-53 | 2-68 | 2-113 | 2-128 | 2-89 |

| № п/п | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------|------|------|------|-------|-------|-------|
| 9. | 2-9 | 2-52 | 2-69 | 2-112 | 2-129 | 2-84 |
| 10. | 2-10 | 2-51 | 2-70 | 2-111 | 2-130 | 2-85 |
| 11. | 2-11 | 2-50 | 2-71 | 2-110 | 2-131 | 2-87 |
| 12. | 2-12 | 2-49 | 2-72 | 2-109 | 2-132 | 2-90 |
| 13. | 2-13 | 2-48 | 2-73 | 2-108 | 2-133 | 2-70 |
| 14. | 2-14 | 2-47 | 2-74 | 2-107 | 2-134 | 2-69 |
| 15. | 2-15 | 2-46 | 2-75 | 2-106 | 2-135 | 2-66 |
| 16. | 2-16 | 2-45 | 2-76 | 2-105 | 2-136 | 2-60 |
| 17. | 2-17 | 2-44 | 2-77 | 2-104 | 2-137 | 2-67 |
| 18. | 2-18 | 2-43 | 2-78 | 2-103 | 2-138 | 2-50 |
| 19. | 2-19 | 2-42 | 2-79 | 2-102 | 2-139 | 2-51 |
| 20. | 2-20 | 2-41 | 2-80 | 2-101 | 2-140 | 2-52 |
| 21. | 2-21 | 2-40 | 2-81 | 2-100 | 2-141 | 2-53 |
| 22. | 2-22 | 2-39 | 2-82 | 2-99 | 2-142 | 2-54 |
| 23. | 2-23 | 2-38 | 2-83 | 2-98 | 2-143 | 2-53 |
| 24. | 2-24 | 2-37 | 2-84 | 2-97 | 2-144 | 2-52 |
| 25. | 2-25 | 2-36 | 2-85 | 2-96 | 2-145 | 2-51 |
| 26. | 2-26 | 2-35 | 2-86 | 2-95 | 2-146 | 2-50 |
| 27. | 2-27 | 2-34 | 2-87 | 2-94 | 2-147 | 2-128 |
| 28. | 2-28 | 2-33 | 2-88 | 2-93 | 2-148 | 2-129 |
| 29. | 2-29 | 2-32 | 2-89 | 2-92 | 2-149 | 2-138 |
| 30. | 2-30 | 2-31 | 2-90 | 2-91 | 2-150 | 2-139 |

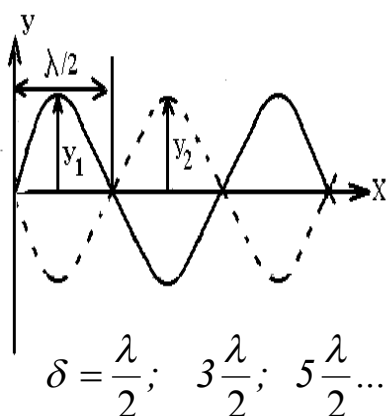
4. Задачи к разделу №1 “Волновая оптика”

4.1. Интерференция света

В волновой оптике рассматриваются оптические явления, в которых проявляется волновая природа света (например, явления интерференции, дифракции, поляризации и дисперсии света). Свет представляет собой электромагнитные волны, в которых совершают колебания векторы электрической напряженности E и магнитной напряженности H . Как показывает опыт, физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и другие свойства света вызываются колебаниями электрического вектора. В соответствии с этим, в дальнейшем, говоря о световом векторе, будем подразумевать под ним вектор напряженности электрического поля E . *Явление интерференции света состоит в усилении или ослаблении колебаний, которое происходит в результате сложения двух или*

нескольких волн с одинаковыми периодами, распространяющихся в пространстве, и зависит от соотношения между фазами складывающихся колебаний.

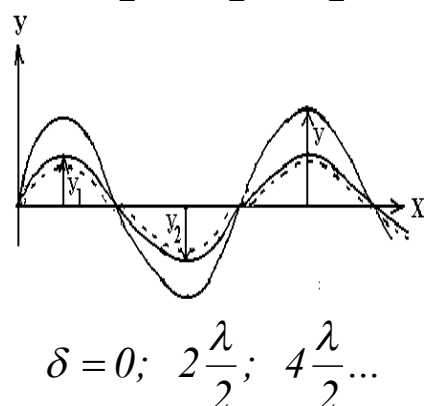
Необходимым условием интерференции волн является их когерентность, то есть равенство их частот и постоянная во времени разность фаз. Этому условию удовлетворяют только монохроматические световые волны, то есть волны одного цвета. Для световых волн, так же как и для любых других, справедлив принцип суперпозиции, то есть результирующий световой вектор двух волн, проходящих через одну точку, равен векторной сумме световых векторов каждой из волн в отдельности. Амплитуда результирующего колебания находится путем геометрического сложения амплитуд исходных колебаний. Условия усиления или ослабления результирующего колебания обычно формулируются не через разность фаз $\Delta\varphi$, а через разность хода волн δ . Известно, что фазе $\varphi = \pi$, соответствует пройденный волновой путь, равный половине длины волны $\lambda/2$ (Рис. 1). Тогда условие максимумов интерференции можно сформулировать следующим образом: максимальное усиление результирующего колебания наступает, если разность хода световых волн равна четному числу полувольт, или целому числу длин волн, то есть



$$\delta = 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda .$$

(1)

Аналогично формулируется условие минимумов: ослабление результирующего колебания будет, если разность хода слагаемых волн равна нечетному числу полувольт, то есть



$$\delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} ,$$

(2)

где $k = 0, 1, 2, \dots$ называется порядком интерференционного максимума или минимума.

Решение задач на интерференцию света надо обязательно сопровождать рисунком, указать в нем, какие лучи интерферируют. Следует различать путь геометрический и путь оптический. Если свет проходит в среде, показатель преломления которой относительно вакуума равен n , то оптическая длина его пути S связана с геометрической ℓ следующим соотношением

$$S = n\ell \tag{3}$$

При отражении луча от среды более плотной, чем та среда, в которой идет падающий луч, фаза колебаний изменяется на π радиан, то есть в данной точке, говорят, происходит «потеря» половины длины волны. Наиболее типичным и

распространенным примером интерференции света в природе является интерференция в тонких пленках: мыльные пузыри, радужная пленка нефти на воде, оксиды пленки на металлах и т.д. Допустим, что тонкую пленку толщиной d окружает воздух (рис.2). На нее под углом α к нормали падает параллельный пучок лучей, из которого можно выделить два луча 1 и 2 (рассматривается интерференция в отраженном и проходящем свете). Для разности хода этих лучей имеют место следующие выражения:

а) в отраженном свете: 2-ой луч, отражаясь в точке C от среды более плотной пленки «теряет» $\lambda/2$, поэтому разность хода

$$\delta = 2dn \cos d + \frac{\lambda}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}; \quad (4)$$

б) в проходящем же свете ни 1-ый, ни 2-ой лучи не имеют «потери» $\lambda/2$ и поэтому

$$\delta = 2dn \cos \gamma = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (5)$$

Рассматривая интерференцию света в тонких пленках, различают полосы равной толщины. Первые наблюдаются в тех случаях, когда на плоскопараллельную, тонкую пленку падает под разными углами α расходящийся (или сходящийся) пучок света. Интерференционную картину можно видеть на экране Э, установленном в фокальной плоскости собирающей линзы. Результаты интерференции отраженного света в различных точках экрана зависят только от углов

α падения на пленку. Интерференционные

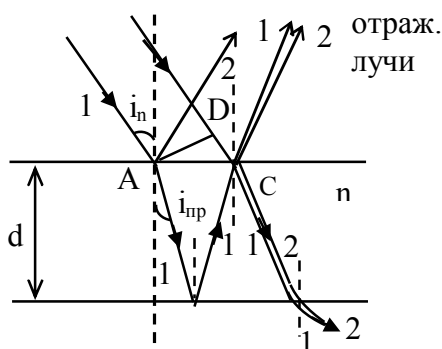


Рис. 2.

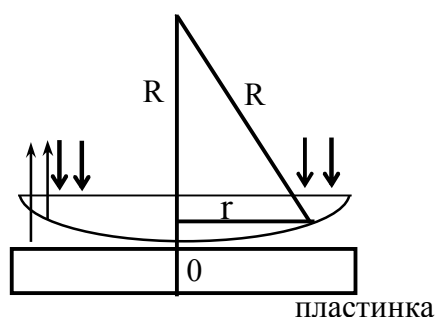


Рис. 3.

онные полосы в этом случае называются полосами равного наклона, так как они получаются в результате интерференции лучей, падающих на пленку под одним и тем же углом. Для разных полос углы падения различны.

Полосы равной толщины наблюдаются при отражении параллельного пучка лучей света ($d = \text{const}$) от тонкой прозрачной пленки, толщина d которой не одинакова в разных местах. Оптическая разность хода интерферирующих волн изменяется при переходе от одних точек на поверхности пленки к другим, в соответствии с изменением толщины d , так что условия интерференции одинаковы в точках, соответствующих одинаковым значениям d . При проектировании пленки на экран посредством линзы таким образом, чтобы на экране получилось изображение пленки, последняя оказывается покрытой полосами,

проходящими по точкам, соответствующим равной толщине d пленки (рис.2). Эти полосы называются полосами равной толщины.

Частным случаем полос равной толщины являются кольца Ньютона (рис.3). Плосковыпуклая линза с большим радиусом R кривизны выпуклой поверхности обращена этой поверхностью к плоской пластинке и соприкасается с ней в точке O . Параллельный пучок света падает нормально на плоскую поверхность линзы и частично отражается от верхней и нижней поверхностей воздушного промежутка между линзой и пластинкой. При наложении отраженных волн возникают интерференционные кольца равной толщины. Радиус k -того светлого кольца в отраженном свете (или темного в проходящем) равен

$$r_n = \sqrt{(2k + 1) \frac{\lambda}{2} R}. \quad (6)$$

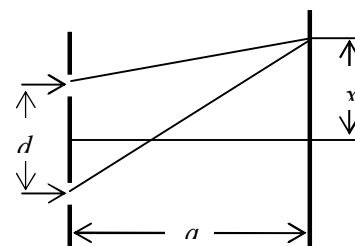
Радиус k -того темного кольца в отраженном свете (или светлого в проходящем) равен

$$r_k = \sqrt{k\lambda R}, \quad (7)$$

где R – радиус кривизны линзы.

Примеры решения задач

Задача 1. Найти длину волны λ монохроматического излучения, если в опыте Юнга расстояние первого интерференционного максимума от центральной полосы $x = 0,05$ см. Данные установки $a = 5$ м, $d = 0,5$ см.



Дано:

$$x = 0,05 \text{ см}$$

$$a = 5 \text{ м}$$

$$d = 0,5 \text{ см}$$

$$\lambda = ?$$

Решение. Разность хода лучей, прошедших в точку наблюдения равна

$$\delta = r_2 - r_1; \quad (1)$$

$$r_2^2 = a^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2; \quad (2)$$

$$r_1^2 = \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + a^2. \quad (3)$$

Легко видеть, что

$$r_2 - r_1 = \frac{xd}{a} = m\lambda. \quad (4)$$

По условию задачи $m = 1$, поэтому

$$\lambda = \frac{xd}{a} = 500 \text{ нм.}$$

Задача 2. В точку A экрана от источника S_1 монохроматического света длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм приходит два луча: непосредственно от источника перпендикулярный экрану луч S_1A и луч S_1BA , отраженный в точке B от зеркала, параллельного лучу S_1A . Расстояние l_1 равно 1 м, расстояние h равно 2 мм. Определите, что будет наблюдаться в точке A экрана – усиление или ослабление освещенности.

Дано:
 $\lambda = 0,5$ мкм
 $l_1 = 1$ м
 $h = 2$ мм

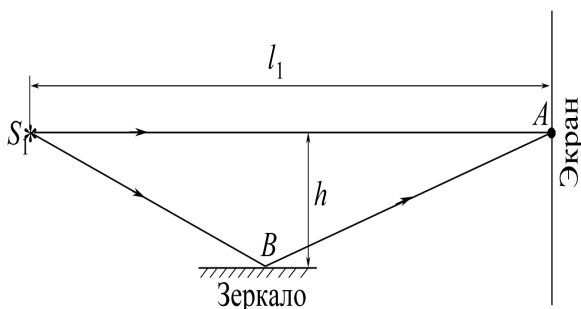
Решение: Источник S_1 и мнимый S_2 являются когерентными, поэтому на экране возникает интерференционная картина. Максимум или минимум возникает в той или иной точке экрана зависит от оптической разности хода δ интерферирующих лучей

min, max - ?

$$m = \frac{2\delta}{\lambda}. \quad (1)$$

Если m – целое четное число, то имеем максимум, если m – целое нечетное, то минимум.

Оптическая разность хода δ_1 будет складываться из геометрической разности $l_2 - l_1$ (оба луча идут в воздухе) и дополнительной разности $\lambda/2$, обусловленной изменением фазы колебаний на π при отражении от среды, оптически более плотной. Таким образом



$$\delta_1 = l_2 - l_1 + \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

По теореме Пифагора $l_2^2 = l_1^2 + (2h)^2$,

$$(l_2 - l_1) = \frac{(2h)^2}{2l_1}, \text{ так как}$$

$$l_2^2 - l_1^2 = (l_2 - l_1)(l_2 + l_1), \text{ где } l_2 + l_1 \approx 2l_1, 2h = l.$$

Подставив это выражение $l_2 - l_1$ в формулу (2), найдем:

$$\delta_1 = \frac{(2h)^2}{2l_1} + \frac{\lambda}{2}. \quad (3)$$

Зная δ_1 , можно по формуле (1) найти m_1 :

$$m_1 = \frac{\frac{(2h)^2}{2l_1} + \frac{\lambda}{2}}{\lambda/2} = \frac{(2h)^2}{l_1\lambda} + 1.$$

Тогда окончательно получим

$$m_1 = 4 \frac{h^2}{l_1\lambda} + 1.$$

Выразим h , l_1 и λ в микрометрах и вычислим:

$$m_1 = 4 \frac{(2 \cdot 10^3)^2}{1 \cdot 10^6 \cdot 0,5} + 1 = 32 + 1 = 33.$$

Так как на разности хода укладывается нечетное число длин полуволн, то в точке A наблюдается максимальное ослабление освещенности.

Задача 3. На пути одного луча в интерференционной установке Юнга стоит трубка длиной $l = 2$ см с плоскопараллельными стеклянными основаниями и наблюдается интерференционная картина, когда эта трубка наполнена воздухом. Затем трубка наполняется хлором и при этом наблюдается смещение интерференционной картины на $m = 20$ полос. Вся установка помещена в термостат, поддерживающий постоянную температуру. Наблюдения производятся со светом линии D натрия ($\lambda = 5890 \text{ \AA}$). Принимая показатель преломления воздуха $n = 1,000276$, вычислите показатель преломления хлора. В какую сторону смещаются полосы интерференции при наполнении сосуда хлором?

Дано:
 $l = 2$ см
 $m = 20$
 $\lambda = 5890 \text{ \AA}$
 $n_1 = 1,000276$
 $n_{Cl} - ?$

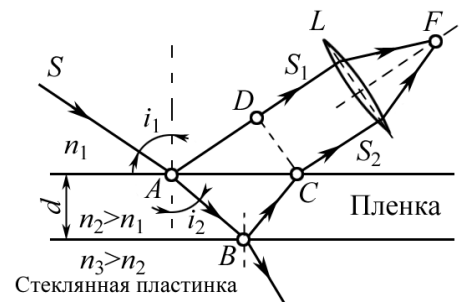
Решение. Легко догадаться, что разность хода лучей при усилении света по определению равна $m\lambda$. В данном случае оптическая разность хода равна $(n_{Cl} - n)l$. Из полученного равенства находим

$$(n_{Cl} - n)l = m\lambda \quad (1)$$

$$n_{Cl} = n + \frac{m\lambda}{l}. \quad (2)$$

Вычисляя, получаем $n_{Cl} = 1,000865$.

Задача 4. На толстую стеклянную пластинку, покрытую очень тонкой пленкой, коэффициент преломления вещества которой равен 1,4, падает нормально параллельный пучок лучей монохроматического света ($\lambda = 0,6$ мкм). Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определите толщину пленки.



Дано:
 $\lambda = 0,6$ мкм
 $n_2 = 1,4$
 $d - ?$

Решение. В точках A и B падающий луч SA отражается и частично преломляется. Отраженные лучи AS_1 и BS_2 падают на собирающую линзу L , пересекаются в ее

фокусе F и интерферируют между собой.

Показатель преломления воздуха ($n_1 = 1,0029$) меньше показателя преломления вещества пленки ($n_2 = 1,4$), который в свою очередь меньше показателя преломления стекла ($n_3 = 1,5$). В обоих случаях отражение происходит от среды оптически более плотной.

Следовательно, никакого изменения фазы колебаний ни у того, ни у другого луча не происходит.

$$\delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Как видно из рисунка, оптическая разность хода

$$\delta = (AB + BC) n_2 - ADn_1.$$

Следовательно,

$$(AB + BC) n_2 - ADn_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Если угол падения i_1 будет уменьшаться, то в пределе при $i_1 = 0$ будем иметь

$$\delta = 2dn_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2},$$

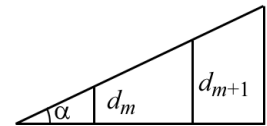
откуда искомая толщина пленки

Полагая $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, получим возможные значения толщины пленки:

$$d_0 = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{0,6}{4 \cdot 1,4} = 0,11 \text{ мкм};$$

$$d_1 = \frac{3\lambda}{4n_2} = 3d_0 = 0,33 \text{ мкм}.$$

Задача 5. Интерференционные полосы равной толщины наблюдаются на воздушном клине между двумя стеклянными пластинками с углом при вершине $\alpha = 1'$. Полосы получаются в свете зеленой линии ртути с длиной волны $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ и шириной $\Delta\lambda = 0,1 \text{ \AA}$. Определите: 1) расстояние Δx между двумя соседними полосами; 2) максимальное количество полос N , которое можно было бы видеть на клине, если бы его размеры не были ограничены; 3) расстояние x последней наблюдаемой полосы от вершины клина; 4) толщину h клина в этом месте.



Дано:

$$\alpha = 1'$$

$$\lambda_1 = 546,1 \text{ нм}$$

$$\Delta\lambda = 0,01 \text{ нм}$$

$$\Delta x, N, x, h - ?$$

Решение. 1. Из рисунка следует, что $\alpha' = \frac{d_{m+1} - d_m}{\Delta x} = \frac{\lambda}{\Delta x}$,

так как $\alpha' = 2\alpha$, то $\Delta x = \frac{\lambda}{2\alpha} = 0,94 \text{ мм}$. 2. Допустим сначала, что линия ртути – двойная с двумя длинами волн

$\lambda_1 = \lambda$ и $\lambda_2 = \lambda + \Delta\lambda$.

Пусть на отрезке x от вершины клина укладывается N интерференционных полос с длиной волны λ_1 и $N - 1/2$ полос с длиной волны λ_2 , т.е. $N\lambda_1 = (N - 1/2)\lambda_2$. Тогда на конце этого отрезка интерференционные максимумы от длины волны λ_1 наложатся на интерференционные минимумы от длины волны λ_2 – и интерференционные полосы пропадут. Число N и будет искомым числом полос. Оно равно

$$N = \frac{\lambda_2 / 2}{\lambda_2 - \lambda_1},$$

или, пренебрегая квадратами $\Delta\lambda$, $N = \frac{\lambda_2 / 2}{\Delta\lambda}$.

Допустим теперь, что интервал между λ_1 и λ_2 непрерывно и равномерно заполнен длинами волн. Тогда всю спектральную линию можно считать состоящей из двух линий шириной $\Delta\lambda/2$ каждая с расстоянием между ними $\Delta\lambda/2$. К этим двум линиям применимы предыдущие рассуждения. Поэтому число полос N найдется из предыдущего результата заменой $\Delta\lambda$ на $\Delta\lambda/2$, что дает $N = \lambda / \Delta\lambda$. Таким образом, считая линию ртути сплошной, находим $N \approx \lambda / \Delta\lambda \approx 54600$.

3. Расстояние x равно произведению ширины одной полосы Δx на число полос N , т.е.

$$x = \Delta x \cdot N \cong 51,3 \text{ м.}$$

4. Толщина клина в месте, где наблюдается последняя полоса, равна длине когерентности, или

$$h = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda} \cong 15 \text{ см.}$$

1. В вакууме распространяется вдоль одной из координатных осей плоская электромагнитная волна. Написать возможные выражения (через параметры волны и орт одной из осей) для волнового вектора \vec{K} в случае, если а) вектор \vec{E} коллинеарен \vec{j} , частота волны равна ω , б) вектор \vec{H} коллинеарен с \vec{k} , длина волны равна λ .

2. В однородной и изотропной среде с $\varepsilon = 3$, $\mu = 1$ распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны $E_0 = 10,0$ В/м. Найти:

- амплитуду напряженности магнитного поля волны H_0
- фазовую скорость V_ϕ волны.

3. Распространяющаяся в вакууме плоская электромагнитная волна, описываемая уравнениями

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx), \quad H = H_0 \cos(\omega t - kx)$$

отражается без потери интенсивности от плоскости, перпендикулярной к оси X , Написать уравнения, описывающие отраженную волну.

4. Рассмотреть суперпозицию двух плоских электромагнитных волн, распространяющихся вдоль оси X в противоположных направлениях. Определить:

- Координаты пучностей $x_{пучн}$ и узлов $x_{узн}$ для а) электрического вектора \vec{E} б) магнитного вектора \vec{H} возникшей в результате суперпозиции стоячей волны. Для упрощения формул начальную фазу φ в уравнениях прямой и обратной волн считать равной нулю. Сравнить результаты, полученные для \vec{E} и \vec{H} .

2. Как соотносятся фазы колебаний векторов \vec{E} и \vec{H} .

5. В некоторой среде распространяется электромагнитная волна частоты ω . При частоте ω диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon = 2$, магнитная проницаемость практически равна единице. Найти вектор Умова-Пойнтинга \vec{S} в той точке, в которой электрический вектор изменяется по закону $\vec{E} = 10,0 \cos(\omega t + \alpha) \vec{k}$, В/м. Амплитуда вектора \vec{H} имеет вид $H_0 \vec{i}$.

6. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна с ω порядка 10^{10} с^{-1} . Амплитуда электрического вектора волны $E_0 = 0,775 \text{ В/м}$. На пути волны располагается поглощающая волну поверхность, имеющая форму полусферы радиуса $r = 0,632 \text{ м}$, обращенная своей вершиной, в сторону распространения волны. Какую энергию W поглощает эта поверхность за время $\tau = 1,00 \text{ с}$?

7. Плоский конденсатор с круглыми пластинами заряжается постоянным током в течение времени τ до напряжения U . Зазор между пластинами равен d . Проведя между пластинами коаксиальную с ними воображаемую цилиндрическую поверхность, радиус которой r много меньше радиуса пластин, определить:

- модуль и направление вектора Умова-Пойнтинга в точках поверхности;
- количество энергии W , протекающей через поверхность за время τ .

Сравнить W с энергией электрического поля, содержащейся в ограниченном поверхностью объеме V после окончания процесса зарядки.

8. Сила тока в очень длинном соленоиде увеличивается равномерно от нуля до I в течение времени τ . Число витков соленоида на единицу длины равно n . Проведя внутри соленоида в средней его части коаксиальную с ним воображаемую замкнутую поверхность длины L и радиуса r , определить:

- модуль и направление вектора Умова-Пойнтинга в точках поверхности;
- количество энергии W , протекающей через поверхность за время τ .

Сравнить W с энергией магнитного поля, содержащейся в ограниченном поверхностью объеме V после установления силы тока I .

9. В вакууме распространяется вдоль оси X плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности магнитного поля волны $H_0 = 0,05 \text{ А/м}$. Определить:

- амплитуду напряженности электрического поля волны E_0 ;
- среднюю по времени плотность энергии волны $\langle w \rangle_t$;
- интенсивность волны I .

10. Стержень из сегнетоэлектрика имеет направленную вдоль его оси поляризованность $P = 0,05 \text{ Кл/м}^2$. Диаметр стержня $d = 5,0 \text{ мм}$, длина $L = 200 \text{ мм}$. Стержень приводят во вращение вокруг перпендикулярной к нему оси, проходящей через его центр с угловой скоростью (3000 об/мин). Найти длину волны λ и мощность излучения P стержня.

11. Электромагнитная волна, излучаемая элементарным диполем, распространяется в вакууме. В волновой зоне на луче, проведенном из диполя перпендикулярно к его оси, в точке, находящейся на расстоянии $r = 1,0 \text{ м}$ от диполя, амплитуда напряженности электрического поля $E_0 = 1,0 \text{ мВ/м}$. Вычислить мощ-

ность P излучения диполя (т. е. энергию, излучаемую диполем в единицу времени по всем направлениям).

12. Какая часть η всей мощности излучения диполя приходится на интервал углов θ от 70° до 110° (θ — угол с осью диполя)?

13. Радиус круговой орбиты электрона в бетатроне $r = 15,0$ см. В конце цикла ускорения скорость электрона достигает значения $V = 0,99995 c$. Найти мощность P излучения электрона при этой скорости.

14. Электрон движется в однородном магнитном поле в плоскости, перпендикулярной к вектору B . Индукция поля $B = 1,00$ Тл, скорость электрона $V = 1,0 \cdot 10^7$ м/с. Определить:

а) какую долю η своей кинетической энергии теряет электрон на излучение за один оборот;

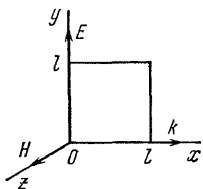
б) за какое время τ кинетическая энергия электрона уменьшится на 1 %;

в) число оборотов N , которое совершит электрон за время τ .

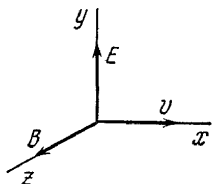
15. Решить задачу 13, заменив электрон протоном.

16. Электромагнитная волна с частотой $\nu = 3,0$ МГц переходит из вакуума в немагнитную среду с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 4,0$. Найти приращение ее длины волны.

17. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна $E = E_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$, где $\vec{E}_0 = E_0 \vec{j}$, $\vec{k} = k \vec{i}$. Найти вектор H_0 в точке с радиус вектором $\vec{r} = x \vec{i}$ в момент: а) $t=0$, б) $t=t_0$. Рассмотреть случай, когда $k = 0,51$ м⁻¹, $x = 7,7$ м, $t_0 = 33$ нс, $E_0 = 160$ В/м.



18. Плоская электромагнитная волна $E = E_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$ распространяющаяся в вакууме, наводит э. д. с. индукции $\Sigma_{\text{инд}}$ в квадратном контуре со стороной L . Расположение контура показано на рис. 1. Найти $\Sigma_{\text{инд}}(t)$, если $E_0 = 50$ мВ/м, частота $\nu = 100$ МГц, $L=50$ см.



19. Исходя из уравнений Максвелла, показать, что для плоской электромагнитной волны (рис.2), распространяющейся в вакууме, $\frac{\partial E}{\partial t} = -c^2 \frac{\partial B}{\partial x}$, $\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial E}{\partial x}$.

20. Найти средний вектор Умова-Пойнтинга $\langle S \rangle$ у плоской электромагнитной волны $E = E_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$, если волна распространяется в вакууме.

21. Плоская гармоническая линейно поляризованная электромагнитная волна распространяется в вакууме. Амплитуда напряженности электрической составляющей волны $E_0 = 50$ мВ/м, частота $\nu = 100$ МГц. Найти:

а) действующее значение плотности тока смещения;

б) среднюю за период колебания плотность потока энергии.

22. Шар радиуса $R = 50$ см находится в немагнитной среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 4,0$. В среде распространяется плоская электромагнитная волна, амплитуда напряженности электрической составляющей которой $E_0 = 200$ В/м. Какая энергия падает на шар за время $t = 1,0$ мин?

23. В вакууме в направлении оси X установилась стоячая электромагнитная волна, электрическая составляющая которой $E = E_0 \cos(kx) \cdot \cos(\omega t)$.

Найти магнитную составляющую волны $H(x, t)$. Изобразить примерную картину распределения электрической и магнитной составляющих волны (E, H) в моменты $t = 0$, $t = T/4 = 0$, где T — период колебаний.

24. В вакууме вдоль оси X установилась стоячая электромагнитная волна $E = E_0 \cos(kx) \cdot \cos(\omega t)$. Найти проекцию вектора Умова-Пойнтинга $S_x(x, t)$ и ее среднее за период колебаний значение.

25. Плоский воздушный конденсатор, обкладки которого имеют форму дисков радиуса $R = 6,0$ см, подключен к переменному синусоидальному напряжению частоты $\omega = 1000$ рад/с. Найти отношение амплитудных значений магнитной и электрической энергий внутри конденсатора.

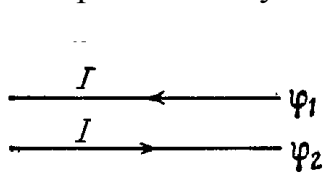
26. Переменный синусоидальный ток частоты $\omega = 1000$ рад/с течет по обмотке прямого соленоида, радиус сечения которого $R = 6,0$ см. Найти отношение амплитудных значений электрической и магнитной энергий внутри соленоида.

27. Плоский конденсатор с круглыми параллельными пластинами медленно заряжают. Показать, что поток вектора Умова-Пойнтинга через боковую поверхность конденсатора равен приращению энергии конденсатора за единицу времени. Рассеянием поля на краях при расчете пренебречь.

28. По прямому проводнику круглого сечения течет ток I . Найти поток вектора Умова-Пойнтинга через боковую поверхность участка данного проводника, имеющего сопротивление R .

29. Нерелятивистские протоны, ускоренные разностью потенциалов U , образуют пучок круглого сечения с током I . Найти модуль и направление вектора Умова-Пойнтинга вне пучка на расстоянии r от его оси.

Ток протекающий по обмотке длинного прямого соленоида, достаточно медленно увеличивают. Показать, что скорость возрастания энергии магнитного поля в соленоиде равна потоку вектора Пойнтинга через его боковую поверхность.



30. На рис. показан участок двухпроводной линия передачи постоянного тока, направление которого отмечено стрелками. Имея в виду, что потенциал $\varphi_2 \geq \varphi_1$ установить с помощью вектора Умова-Пойнтинга, где

находится генератор тока (слева, справа?).

31. Энергия от источника постоянного напряжения U передается к потребителю по длинному прямому коаксиальному кабелю с пренебрежимо малым

активным сопротивлением. Потребляемый ток равен I . Найти поток энергии через поперечное сечение кабеля. Внешняя проводящая оболочка кабеля предполагается тонкостенной.

32. Генератор переменного напряжения $U = U_0 \cos \omega t$ передает энергию потребителю по длинному прямому коаксиальному кабелю с пренебрежимо малым активным сопротивлением. Ток в цепи меняется по закону $I = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$. Найти средний по времени поток энергии через поперечное сечение кабеля. Внешняя оболочка кабеля тонкостенная.

33. Показать, что на границе раздела двух сред нормальные составляющие вектора Умова-Пойнтинга не терпят разрыва, т. е. $S_{1n} = S_{2n}$.

34. Доказать, что у замкнутой системы заряженных нерелятивистских частиц с одинаковым удельным зарядом дипольное излучение отсутствует.

35. Найти среднюю мощность излучения электрона, совершающего гармонические колебания с амплитудой $a = 0,10$ нм и частотой $\omega = 6,5 \cdot 10^{14}$ рад/с.

36. Найти мощность излучения нерелятивистской частицы с зарядом e и массой m , движущейся по круговой орбите радиуса R в поле неподвижного точечного заряда q .

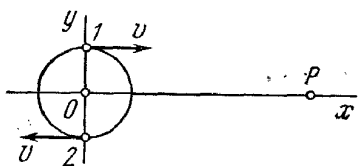
37. Частица с зарядом e и массой m пролетает с нерелятивистской скоростью V на расстоянии b от неподвижной частицы с зарядом q . Пренебрегая искривлением траектории движущейся частицы, найти энергию, теряемую этой частицей на излучение за все время пролета.

38. Нерелятивистский протон влетел по нормали в полупространство с поперечным однородным магнитным полем, индукция которого $B = 1,0$ Тл. Найти отношение энергии, потерянной протоном на излучение за время движения в поле, к его первоначальной кинетической энергии.

39. Нерелятивистская заряженная частица движется в поперечном однородном магнитном поле с индукцией B . Найти закон убывания (за счет излучения) кинетической энергии частицы во времени. Через сколько времени ее кинетическая энергия уменьшается в e раз? Вычислить это время для электрона и протона.

40. Заряженная частица движется вдоль оси Y по закону $y = a \cos \omega t$ а точка наблюдения P находится на оси X на расстоянии L от частицы ($L \gg a$). Найти отношение плотностей потока электромагнитного излучения S_1 / S_2 в точке P в моменты, когда координата частицы $y_1 = 0$ и $y_2 = a$. Вычислить это отношение, если $\omega = 3,3 \cdot 10^6$ рад/с и $L = 190$ м.

41. Заряженная частица движется равномерно со скоростью V по окружности радиуса R , лежащей в плоскости XY . На оси X в точке P , которая отстоит от центра окружности на расстояние, значительно превышающее R , находится наблюдатель. Найти:



а) связь между наблюдаемыми значениями Y -проекции ускорения частицы и ее Y -координаты;

б) отношение плотностей потока электромагнитного излучения S_1/S_2 в точке Р в моменты времени, когда частица для наблюдателя Р движется к нему и от него, как показано на рисунке.

42. Электромагнитная волна, излучаемая элементарным диполем, распространяется в вакууме так, что в волновой зоне на луче, перпендикулярном к оси диполя, на расстоянии r от него, среднее значение плотности потока энергии равно S_0 . Найти среднюю мощность излучения диполя.

43. Средняя мощность, излучаемая элементарным диполем, равна P_0 . Найти среднюю объемную плотность энергии электромагнитного поля в вакууме в волновой зоне на луче, перпендикулярном к оси диполя, на расстоянии r от него.

44. Постоянный по модулю электрический диполь с моментом p вращают с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси, перпендикулярной к оси диполя и проходящей через его середину. Найти мощность излучения такого диполя.

45. Свободный электрон находится в поле плоской электромагнитной волны. Пренебрегая влиянием на его движение магнитной составляющей волны, найти отношение средней энергии, излучаемой осциллирующим электроном в единицу времени, к среднему значению плотности потока энергии падающей волны.

46. Плоская электромагнитная волна с частотой ω падает на упруго связанный электрон, собственная частота которого ω_0 . Пренебрегая затуханием колебаний, найти отношение средней энергии, рассеянной электроном в единицу времени, к среднему значению плотности потока энергии падающей волны.

4.2. Поляризация света. Двойное лучепреломление. Вращение плоскости поляризации

Обычные источники света испускают естественный свет, то есть свет, в котором

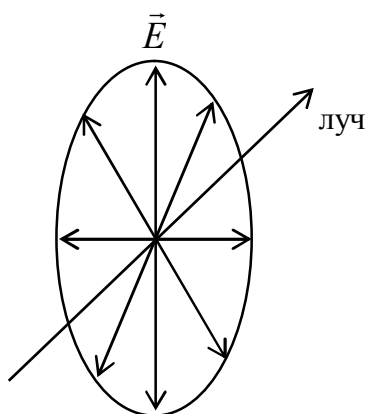


Рис. 7.

имеются колебания светового вектора, совершающиеся в самых различных направлениях, перпендикулярных к лучу (рис.7). Излучение светящегося тела складывается из волн, испускаемых его атомами. Процесс излучения отдельного атома продолжается около 10^{-8} с. За это время успевает образоваться последовательность горбов и впадин (или, как говорят, цуг волн), протяженностью примерно 3 м. «Погаснув», атом через некоторое время «вспыхивает» вновь. Одновременно вспыхивает множество атомов. Возбуждаемые ими цуги волн, налагаясь друг на друга, образуют испускаемую телом световую волну. Плоскость колебаний для каждого цуга ориентирована случайно. Поэтому в результирующей волне колебания различных направлений равновероятны. В естественном свете колебания различных направлений быстро и беспорядочно сменяют друг друга. Свет, в котором направления колебаний светового вектора E

имеются колебания светового вектора, совершающиеся в самых различных направлениях, перпендикулярных к лучу (рис.7). Излучение светящегося тела складывается из волн, испускаемых его атомами. Процесс излучения отдельного атома продолжается около 10^{-8} с. За это время успевает образоваться последовательность горбов и впадин (или, как говорят, цуг волн), протяженностью примерно 3 м. «Погаснув», атом через некоторое время «вспыхивает» вновь. Одновременно вспыхивает множество атомов. Возбуждаемые ими цуги волн, налагаясь друг на друга, образуют испускаемую телом световую волну. Плоскость колебаний для каждого цуга ориентирована случайно. Поэтому в результирующей волне колебания различных направлений равновероятны. В естественном свете колебания различных направлений быстро и беспорядочно сменяют друг друга. Свет, в котором направления колебаний светового вектора E

упорядочены каким-либо образом, называется поляризованным. Если колебания светового вектора происходят только в одной плоскости, проходящей через луч, свет называется плоско- (или линейно) поляризованным. Упорядоченность может заключаться еще и в том, что вектор \mathbf{E} поворачивается вокруг луча, одновременно пульсируя по величине. В результате, конец вектора \mathbf{E} описывает или эллипс (эллиптически поляризованный свет) или окружность (поляризованный по кругу свет). Плоскость, в которой колеблется световой вектор \mathbf{E} , называется плоскостью колебаний, а перпендикулярная ей плоскость называется плоскостью поляризации. Плоскополяризованный свет можно получить с помощью различных устройств, называемых поляризаторами. Эти приборы пропускают свободно колебания, параллельные плоскости, которая называется плоскостью поляризатора, и полностью задерживают колебания, перпендикулярные этой плоскости. Поляризованный свет можно получить также при отражении от диэлектрика. Как показывает опыт, отраженный и преломленный лучи всегда частично поляризованы. Степень поляризации зависит от угла падения и показателя преломления. Изучая это явление, Брюстер установил, что при определенном значении угла падения отраженный луч полностью линейно поляризован в плоскости, перпендикулярной плоскости падения. При этом отражается

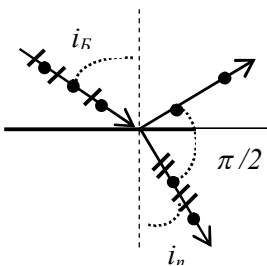


Рис. 8.

только та компонента вектора напряженности электрического поля, которая параллельна поверхности диэлектрика (условно эту компоненту обозначаем точками, то есть колебания \mathbf{E} происходят перпендикулярно плоскости чертежа). Преломленный луч поляризован лишь частично. Угол падения, при котором отраженный луч полностью поляризован, называется углом Брюстера (рис.8) и определяется соотношением

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (17)$$

где n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления сред. При этом угол между отраженным и преломленным лучами равен 90° .

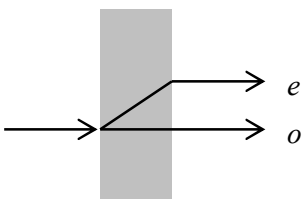


Рис. 9.

Действия различного типа поляризаторов основаны либо на законе Брюстера, либо на явлении двойного лучепреломления, которое состоит в том, что в оптически анизотропных кристаллах луч света, падающий на поверхность кристалла, раздваивается в нем на два преломленных луча (рис. 9). Один из них лежит в плоскости падения, подчиняется законам преломления света и называется обыкновенным лучом (o). Второй не удовлетворяет этим условиям и называется необыкновенным (e). Двойное лучепреломление свидетельствует о том, что падающая на оптически анизотропный кристалл световая волна возбуждает две волны, распространяющиеся в кристалле по различным направлениям. Обыкновенная и необыкновенная волны линейно поляризованы. Направления векторов \mathbf{E} в этих волнах

условно показывают точками на обыкновенном луче и черточками на необыкновенном. В одноосном кристалле скорость обыкновенного луча v_0 численно одинакова по всем направлениям: $v_0 = C/n_0$, где n_0 – показатель преломления кристалла для обыкновенного луча. Соответственно, для необыкновенного луча: $v_e = C/n_e$. Значения n_e и v_e зависят от направления необыкновенного луча по отношению к оптической оси кристалла (это направление в кристалле, вдоль которого не наблюдается двойное лучепреломление). Для луча, распространяющегося вдоль оптической оси, $n_e = n_0$, $v_e = v_0$.

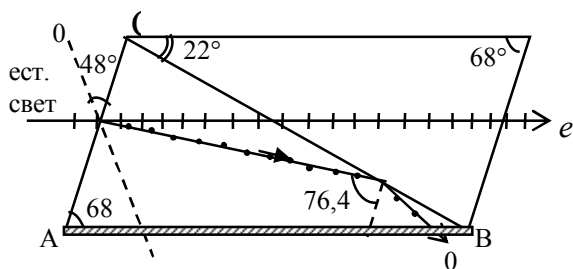
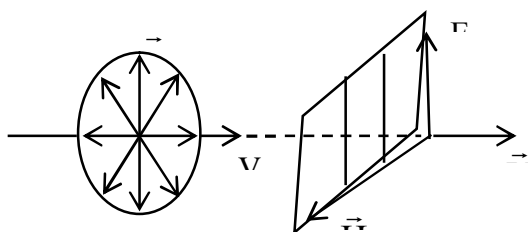


Рис. 10.

Примером поляризации может служить призма Николя (рис.10). Она вырезается из кристалла исландского шпата, и в поперечном сечении имеет форму ромба. По плоскости СВ кристалл разрезан и склеен канадским бальзамом.

Обыкновенный луч o полностью отражается от него и поглощается зачерненной поверхностью АВ.

Из призмы Николя выходит только необыкновенный луч e , который поляризован в плоскости, параллельной главной плоскости призмы. Устройства, служащие для анализа степени поляризации света, называются анализаторами.



Ими могут служить те же призмы Николя. Всякий анализатор можно условно изобразить в виде решетки, прутья которой параллельны направлению колебаний светового вектора E_a в проходящем сквозь нее свете (рис.11).

Если на такую решетку-анализатор падает естественный луч, то интенсивность I_a проходящего света не изменится при повороте анализатора. Это происходит вследствие того, что в естественном свете ни одно из направлений плоскости колебаний не является преобладающим. Если на анализатор падает линейно поляризованный свет, полученный с помощью поляризатора и имеющий интенсивность I_p , то интенсивность света, прошедшего через анализатор

будет зависеть от угла α между главными плоскостями поляризации анализатора ($a - a$) и поляризатора (P-P) (рис. 12). E_p - амплитуда вектора колебаний света, прошедшего через поляризатор. На входе в анализатор луч разложится на

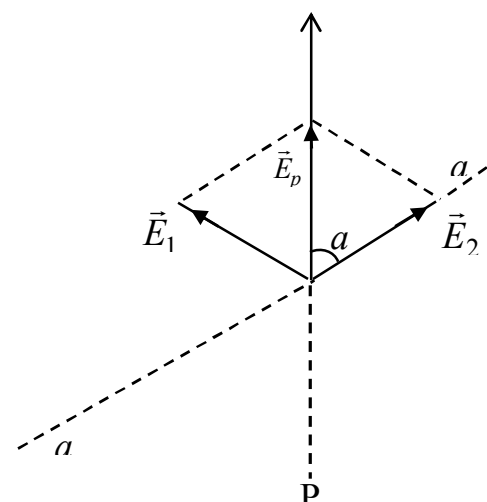


Рис. 12.

два луча, поляризованные в главной плоскости анализатора ($a - a$) и перпендикулярной к ней плоскости

$$E_1 = E_p \sin \alpha; E_2 = E_p \cos \alpha$$

Первый луч поглотится в анализаторе, второй пройдет через него

$$E_a = E_p \cos \alpha.$$

Таким образом, интенсивность света, прошедшего через анализатор и поляризатор, меняется в зависимости от угла α по закону Малюса

$$I_a = I_p \cos^2 \alpha \quad (18)$$

Если I_{ecm} - интенсивность естественного света, то из поляризатора выходит плоскополяризованный свет, интенсивность которого

$$I_p = \frac{1}{2} I_{ecm}.$$

Следовательно, интенсивность света, прошедшего через два поляризатора

$$I_a = \frac{1}{2} I_{ecm} \cos^2 \alpha.$$

Откуда $I_{\max} = \frac{1}{2} I_{ecm}$ (поляризаторы параллельны) и $I_{\min} = 0$ (поляризаторы скрещены).

Формулы приведены без учета потерь интенсивности. Некоторые растворы (например, раствор сахара) и твердые вещества (в частности кварц) обладают свойством вращать плоскость поляризации поляризованного луча. Угол φ поворота плоскости поляризации зависит от пути луча в этих веществах ℓ и концентрации раствора C .

Для твердых веществ

$$\varphi = [\alpha] \ell. \quad (19)$$

Для растворов

$$\varphi = [\alpha] \ell C, \quad (20)$$

где $[\alpha]$ – удельный угол вращения (постоянная вращения), показывающий, на какой угол повернется плоскость поляризации, если $\ell = 1$ и $C = 1$ (для растворов). Размерность $[\alpha]$ зависит от того, в каких единицах взяты ℓ и C в СИ. $[\alpha]$ – рад/м (для твердых веществ) для растворов $[\alpha] = \text{рад/м} \cdot (\text{кг/м}^3)$.

Примеры решения задач

Задача 1. Между двумя скрещенными поляроидами поместили кварцевый клин с преломляющим углом $\varphi = 3,5^\circ$. Оптическая ось клина параллельна его ребру и составляет угол 45° с главным направлением поляроидов. При прохождении через эту систему света с длиной волны $\lambda = 550$ нм наблюдаются интерференционные полосы. Ширина каждой полосы $\Delta x = 1$ мм. Определить разность показателей преломления кварца Δn для обыкновенного и необыкновенного лучей данной длины волны.

Дано: | **Решение.** Линейно поляризованный луч с амплитудой A ,

| | |
|----------------------------|---|
| $\varphi = 3,5^\circ$ | вышедший из поляроида Π_1 в клине разделяется на два луча, которые являются когерентными: обыкновенный и необыкновенный с амплитудами A_1 и A_2 . Если в месте прохождения лучей толщина клина d_1 , то при выходе оба луча имеют разность хода |
| $\alpha = 45^\circ$ | |
| $\lambda = 550 \text{ нм}$ | |
| $\Delta x = 1 \text{ мм}$ | |
| $\Delta n = ?$ | |

$\Delta = d_1 \Delta n$, где Δn – разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей. Поляризатор Π_2 пропускает только часть обыкновенного и необыкновенного луча с амплитудами A_1' и A_2' . Их колебания происходят в одной плоскости, поэтому можно наблюдать интерференцию. В поле зрения получаются темные и светлые интерференционные полосы. Условием k -го максимума для лучей, прошедших поляризатор Π_2 , является:

$$\delta_1 = d_1 \Delta n + \frac{\lambda}{2} = k\lambda.$$

Соответственно для $(k + 1)$ -го максимума при толщине клина d_2 :

$$\delta_2 = d_2 \Delta n + \frac{\lambda}{2} = (k + 1)\lambda,$$

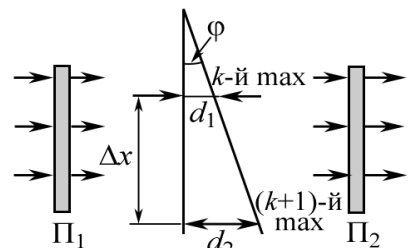
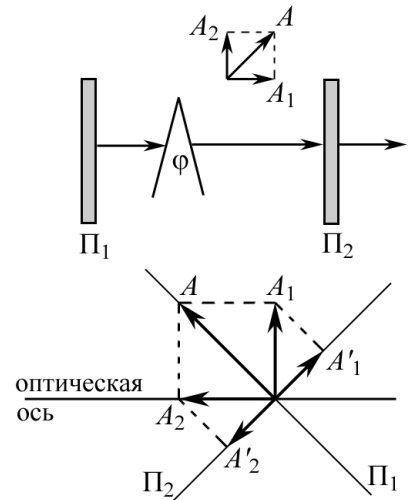
где d_1 и d_2 соответствующие толщины клина, где видны светлые интерференционные полосы. Из этих выражений находим:

$$d_2 - d_1 = \frac{(k + 1 - k)\lambda}{\Delta n} = \frac{\lambda}{\Delta n}; \quad \frac{d_2 - d_1}{\Delta x} = \frac{\lambda}{\Delta n \Delta x}.$$

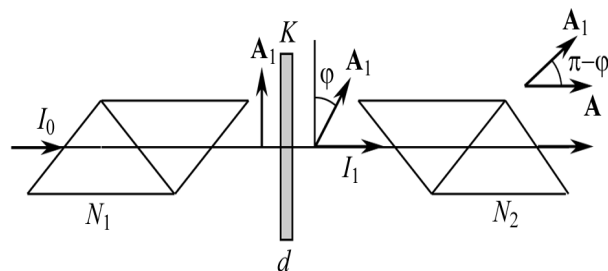
Но $\frac{d_2 - d_1}{\Delta x} = \text{tg } \varphi$.

Поскольку угол φ мал, то для малых углов $\sin \varphi \approx \varphi$ и $\text{tg } \varphi \approx \varphi$. Следовательно $\varphi = \frac{\lambda}{\Delta x \Delta n}$. Отсюда

$$\Delta n = \frac{\lambda}{\varphi \Delta x}; \quad \Delta n = \frac{550 \cdot 10^{-9}}{3,5 \cdot (\pi / 180) \cdot 10^{-3}} = 9 \cdot 10^{-3}.$$



Задача 2. Естественный монохроматический свет падает на систему из двух скрещенных николей, между которыми находится кварцевая пластинка, вырезанная перпендикулярно оптической оси. Найдите минимальную толщину пластинки, при которой выходящий из второго николя свет ослаблен по сравнению с падающим в n раз, если постоянная вращения α .



Решение. При прохождении света через кварцевую пластинку K плоскость колебаний поворачивается на угол $\varphi = \alpha d$. Здесь d – толщина кварцевой пластинки; α – постоянная вращения кварца. Так как николи скрещены (см. рис.), то угол между плоскостью колебаний света падающего на второй николь N_2 и плоскостью его пропускания при минимальной толщине должен быть $(\pi/2 - \varphi)$ и, согласно закону Малюса, интенсивность выходящего света будет равна:

$$I = \frac{I_0}{2} \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \quad \text{или} \quad n = \frac{I_0}{I} = \frac{2}{\sin^2 \varphi},$$

но $\varphi = \alpha d$. С учетом этого получим:

$$n = \frac{2}{\sin^2(\alpha d)}.$$

Следовательно, толщина кварцевой пластинки будет равна:

$$d = \frac{1}{\alpha} \arcsin \sqrt{\frac{2}{n}}.$$

1. Можно ли получить свет, поляризованный по кругу, с помощью пластинки с «толщиной» иной, чем в четверть волны?

2. Световой вектор E плоской волны изменяется по закону $E = E_0 \cos(\omega t - kx)$, причем вектор E_0 образует с осями Y и Z соответственно углы α и $(\pi/2 - \alpha)$. Написать выражения для составляющих вектора E по осям Y и Z .

3. На пути световой волны из предыдущей задачи расположен плоскопараллельный слой однородного анизотропного диэлектрика, в котором составляющие E_y и E_z распространяются с неодинаковой скоростью. Написать выражения для этих составляющих E'_y и E'_z по выходе из слоя.

4. Как ведет себя результирующий световой вектор E' с составляющими E'_y и E'_z (см. задачи 2 и 3), если: а) $\alpha = 0$; б) $\alpha = 90^\circ$; в) $\alpha = 30^\circ$, $\delta = \pi$; г) $\alpha = 30^\circ$, $\delta = \pi/6$; д) $\alpha = 45^\circ$, $\delta = \pi/2$?

5. На пути плоско поляризованного монохроматического света установлена кристаллическая пластинка в четверть волны. Какие видоизменения будет претерпевать вышедший из пластинки свет при вращении пластинки вокруг направления луча?

6. На совершенный поляризатор падает поляризованный по кругу свет, интенсивность которого равна I_0 , какова будет интенсивность I света за поляризатором?

7. Между двумя скрещенными совершенными поляризаторами установлена кристаллическая пластинка в четверть волны. Как будет изменяться интенсивность света, вышедшего из второго поляризатора, при вращении пластинки вокруг направления луча, если на первый поляризатор падает естественный свет интенсивности $I_{ест}$?

8. Естественный свет проходит через систему из двух одинаковых несовершенных поляризаторов. Каждый из них пропускает в своей плоскости $T=0,95$ часть интенсивности соответствующего колебания и обуславливает степень поляризации $P=0,90$. Какую долю первоначальной интенсивности света составляет интенсивность света, прошедшего через эту систему, если плоскости поляризаторов взаимно перпендикулярны (поляризаторы скрещены)?

9. Естественный свет пропускают через два одинаковых поставленных один за другим несовершенных поляризатора. Интенсивность прошедшего через эту систему света при параллельных плоскостях поляризаторов ($I_{\uparrow\uparrow}$) превышает интенсивность при взаимно перпендикулярных плоскостях (I_{\perp}) в 9,53 раза. Определить:

а) степень поляризации P_1 света, прошедшего только через один из поляризаторов,

б) степень поляризации $P_{\uparrow\uparrow}$ обуславливаемую системой при параллельных плоскостях поляризаторов.

10. На пути плоско поляризованного монохроматического света поставлена двоякопреломляющая клиновидная пластинка, оптическая ось которой параллельна ребру клина. Ось образует с плоскостью колебаний в падающем свете угол 45° . Каков будет характер света за пластинкой?

11. Опишите поведение светового вектора E в данной точке пространства в случае эллиптически поляризованного света.

12. Определите степень поляризации частично поляризованного света, если амплитуда светового вектора, соответствующая максимальной интенсивности света, в 3 раза больше амплитуды, соответствующей его минимальной интенсивности.

13. Степень поляризации частично поляризованного света составляет 0,75. Определите отношение максимальной интенсивности света, пропускаемого анализатором, к минимальной.

14. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, угол между главными плоскостями которых равен α , Поляризатор и анализатор как поглощают, так и отражают 10% падающего на них света. Определите угол α , если интенсивность света, вышедшего из анализатора, составляет 12% интенсивности света, падающего на поляризатор.

15. Естественный свет интенсивностью I_0 проходит через поляризатор и анализатор, угол между главными плоскостями которых составляет α . После прохождения света через эту систему он падает на зеркало и, отразившись, проходит вновь через нее. Пренебрегая поглощением света, определите интенсивность I_1 света после его обратного прохождения.

16. Докажите, что при падении света на границу раздела двух сред под углом Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.

17. Известно, что при падении света на прозрачный диэлектрик под углом Брюстера отраженный свет является плоско поляризованным. Чем необходимо

воспользоваться, чтобы получить преломленный свет практически полностью поляризованным?

18. Пучок естественного света падает на стеклянную призму с углом $\alpha = 30^\circ$. Определите показатель преломления стекла, если отраженный луч является плоско поляризованным.

19. Определите показатель преломления стекла, если при отражении от него света отраженный луч полностью поляризован при угле преломления 35° .

20. Пластинка кварца толщиной $L = 2$ мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол $\alpha = 30^\circ$. Определите толщину L_1 кварцевой пластинки, помещенной между параллельными николями, чтобы данный монохроматический свет гасился полностью

21. Определите массовую концентрацию C сахарного раствора, если при прохождении света через трубку длиной $L = 20$ см с этим раствором плоскость поляризации света поворачивается на угол $\alpha = 10^\circ$. Удельное вращение $[\alpha]$ сахара равно $1,17 \cdot 10^{-2}$ рад·м²/кг.

22. Плоско поляризованный монохроматический свет, прошедший через поляризатор, оказывается полностью погашенным. Если же на пути света поместить кварцевую пластинку, то интенсивность прошедшего через поляризатор света уменьшается в 3 раза (по сравнению с интенсивностью света, падающего на поляризатор). Принимая удельное вращение в кварце $[\alpha] = 0,52$ рад/мм и пренебрегая потерями света, определите минимальную толщину кварцевой пластинки.

23. Раствор глюкозы с массовой концентрацией $c_1 = 0,21$ г/см³, находящийся в стеклянной трубке, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света, проходящего через раствор, на угол $\alpha = 24^\circ$. Определите массовую концентрацию c_2 глюкозы в другом растворе в трубке той же длины, если он поворачивает плоскость поляризации на угол $\alpha = 18^\circ$.

1. Пучок белого света падает по нормали к поверхности стеклянной пластинки толщиной $d = 0,4$ мкм. Показатель преломления стекла $n = 1$. Какие длины волн λ , лежащие в пределах видимого спектра (от 400 до 700 нм), усиливаются в отраженном свете?

2. На поверхность стеклянного объектива ($n_1 = 1,5$) нанесена тонкая пленка, показатель преломления которой $n_2 = 1,2$ («просветляющая» пленка). При какой наименьшей толщине d этой пленки произойдет максимальное ослабление отраженного света в средней части видимого спектра?

3. Найти угол α_B полной поляризации при отражении света от стекла, показатель преломления которого $n = 1,57$.

4. Предельный угол полного внутреннего отражения для некоторого вещества $\alpha_0 = 45^\circ$. Найти для этого вещества угол α_B полной поляризации.

5. Под каким углом α_B к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были наиболее полно поляризованы?

6. Найти показатель преломления n стекла, если при отражении от него света отраженный, луч будет полностью поляризован при угле преломления $\beta = 30^\circ$.

7. Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный ($n_0 = 1,5$) сосуд, и отражается от дна. Отраженный луч полностью поляризован при падении его на дно сосуда под углом $\alpha_B = 42^\circ 37'$. Найти показатель преломления n_1 жидкости. Под каким углом α_0 должен падать на дно сосуда луч света, идущий в этой жидкости, чтобы наступило полное внутреннее отражение?

8. Пучок плоско поляризованного света ($\lambda = 589$ нм) падает на пластинку исландского шпата перпендикулярно к его оптической оси. Найти длины волн λ_o и λ_e обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле, если показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и для необыкновенного лучей равны $n_o = 1,66$ и $n_e = 1,49$.

9. Найти угол φ между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, проходящего через поляризатор и анализатор, уменьшается в 4 раза.

10. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленные так, что угол между их главными плоскостями равен φ . Как поляризатор, так и анализатор поглощают и отражают 8% падающего на них света. Оказалось, что интенсивность луча, вышедшего из анализатора равна 9% интенсивности естественного света, падающего на поляризатор. Найти угол φ .

11. Найти коэффициент отражения R естественного света, падающего на стекло ($n = 1,54$) под углом α_B полной поляризации. Найти степень поляризации P лучей, прошедших в стекло.

12. Лучи естественного света проходят сквозь плоскопараллельную стеклянную пластинку ($n = 1,54$), падая на нее под углом α_B полной поляризации. Найти степень поляризации P лучей, прошедших сквозь пластинку.

13. Найти коэффициент отражения R и степень поляризации P_1 отраженных лучей при падении естественного света на стекло ($n = 1,5$) под углом $\alpha = 45^\circ$. Какова степень поляризации P_2 преломленных лучей?

14. Исходя непосредственно из граничных условий для электрического и магнитного полей на границе вакуума и диэлектрика, найти коэффициент отражения R света при нормальном падении на границу раздела. Выразить коэффициент отражения через показатель преломления диэлектрика n . Найти значения R для отражения света от поверхности воды ($n = 1,33$) и стекла ($n = 1,5$).

15. Найти коэффициент пропускания T при нормальном падении света из воздуха на стекло с показателем преломления $n = 1,5$.

16. Проверить с помощью формул Френеля, что поток энергии падающей волны через границу раздела сред равен сумме потоков энергии преломленной и отраженной волн через ту же границу.

17. Пользуясь формулами Френеля, показать, что линейно поляризованный свет остается линейно поляризованным после отражения на границе раздела двух прозрачных изотропных сред во всех случаях, за исключением случаев полного внутреннего отражения.

18. Угол между плоскостью колебаний поляризованного света и плоскостью падения называется азимутом колебания. Найти азимут преломленной волны δ и азимут отраженной волны ρ , если азимут падающей волны — α , а угол падения — φ .

19. Найти угол полной поляризации для света, отраженного от стекла с показателем преломления $n=1,5$. Найти степень поляризации преломленного света $P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ при падении света под этим углом. Падающий свет — естественный.

20. Под каким углом нужно отразить луч от кристалла каменной соли ($n=1,544$), чтобы получить максимальную поляризацию отраженного луча? Падающий свет — естественный.

21. Естественный свет падает под углом Брюстера из воздуха на поверхность стекла с показателем преломления $n = 1,5$. Найти интенсивность I_r отраженного света, приняв за единицу интенсивность падающего света I_e .

22. Естественный свет падает под углом Брюстера из воздуха на поверхность диэлектрика с показателем преломления n . Найти амплитуду E_r преломленной волны, электрический вектор которой лежит в плоскости падения, если амплитуда падающей волны с электрическим вектором, лежащим в той же плоскости, равна E_0 .

23. На боковую грань призмы, изготовленной из стекла с показателем преломления $n = 1,5$, падает под углом Брюстера α_B световой пучок, электрический вектор которого лежит в плоскости падения. Каким должен быть преломляющий угол A призмы, чтобы свет прошел через нее, не испытав потерь на отражение?

24. При каких условиях луч света, падающий на боковую грань прозрачной изотропной призмы с преломляющим углом $A = 60^\circ$, проходит через нее без потерь на отражение?

25. Свет падает из среды 1 на поверхность среды 2 под углом α и преломляется под углом β . Доказать, что коэффициент отражения не изменится, если свет будет падать из среды 2 на поверхность среды 1 под углом β .

26. На плоскую поверхность отражающей среды нанесен слой прозрачного диэлектрика толщины L с показателем преломления n . Падающая волна поляризована либо в плоскости падения, либо пер-

пендикулярно к ней. Найти связь между комплексными амплитудами E_0 и E_r падающей и отраженной волн, если коэффициенты Френеля на верхней и нижней границах слоя (для прямого прохождения света) равны соответственно r_1 и r_2 .

27. Пользуясь формулами Френеля, показать, что при отражении плоской электромагнитной волны от идеального зеркала, покрытого сверху слоем прозрачного диэлектрика, амплитуда отраженной волны равна амплитуде падающей. Изменяется лишь фаза волны, как это и должно быть согласно закону сохранения энергии.

28. В оптических приборах потери света при прохождении через прибор происходят главным образом вследствие отражения света от поверхностей оптических деталей. Для увеличения поверхностной прозрачности стекла его поверхность покрывают тонкой пленкой, показатель преломления которой меньше показателя преломления стекла. Каковы должны быть толщина пленки и ее показатель преломления, чтобы отражательная способность стекла обратилась в нуль?

29. Найти степень поляризации света, отраженного от поверхности стекла под углами 0° , 45° , 56° и 90° (показатель преломления стекла $n = 1,53$). Падающий свет — естественный.

30. Найти степень поляризации преломленного луча по выходе его из стеклянной пластинки с показателем преломления $n = 1,5$ при углах падения 20° , 45° , 60° и 80° . Падающий свет — естественный.

31. При выводе формул Френеля предполагается, что магнитная проницаемость μ среды равна единице. Как изменятся формулы Френеля, если не вводить этого предположения?

32. Будет ли существовать угол полной поляризации, если магнитные проницаемости μ_1 и μ_2 граничащих сред отличны от единицы?

33. Показать, что отражательная способность среды, для которой $\varepsilon = \mu$ (ε — диэлектрическая, μ — магнитная проницаемости), равна нулю.

34. Две монохроматические волны, линейно поляризованные во взаимно перпендикулярных плоскостях, распространяются в одном направлении. В результате их наложения в общем случае получается свет, поляризованный по эллипсу. Как определить, зная разность фаз между складывающимися волнами, будет ли поляризация правой или левой?

35. Азимут колебаний падающей линейно поляризованной волны равен $+45^\circ$, какая получится эллиптическая поляризация отраженного света на границе стекло-воздух, правая или левая?

36. При каком угле падения α разность фаз δ между компонентой отраженной волны, поляризованной в плоскости падения, и компонентой, поляризованной перпендикулярно к ней, достигает максимума при полном внутреннем

отражении, если падающая волна линейно поляризована? Чему равен этот максимум?

37. Каким показателем преломления n должно обладать вещество, чтобы при помощи однократного полного внутреннего отражения на границе его с воздухом можно было превращать линейно поляризованный свет в поляризованный по кругу? Азимут колебаний падающего света равен 45° .

38. Падающий свет поляризован линейно с азимутом колебаний, равным $+45^\circ$. Можно ли путем однократного отражения превратить его в свет, поляризованный по правому кругу?

39. Линейно поляризованная электромагнитная волна с азимутом колебаний, равным $+135^\circ$, отражается на границе вода-воздух. Диэлектрическая проницаемость воды $\varepsilon = 81$. Под каким углом должна падать эта волна, чтобы отраженная волна получилась поляризованной по кругу? Какая при этом будет поляризация: правая или левая?

1. Какая длина волны подразумевается в формуле для групповой скорости $V_{gp} = V_\phi - \lambda(dV_\phi/d\lambda)$ — длина волны в вакууме или длина волны в той среде, в которой скорость света равна V_ϕ ?

2. Допустим, что фазовая скорость V_ϕ света в некоторой среде изменяется; а) с частотой света ω по закону $V_\phi = \alpha\omega^q$, б) с длиной волны λ в данной среде по закону $V_\phi = \beta\lambda^p$ (p и q — числа меньшие 1, α и β — константы). Найти значение групповой скорости V_{gp} .

Вычислить V_{gp} для случая: а) $q = -1$, б) $p = -1$.

3. Исходя из предположения о том, что зависимость показателя преломления n от длины волны в вакууме λ_0 для некоторой среды определяется формулой $n = a + b/\lambda_0^2$, где a и b — константы, найти выражение (через λ_0) для групповой скорости V_{gp} света в данной среде.

4. Свободный электрон находится в поле распространяющейся в вакууме монохроматической световой волны. Длина волны $\lambda = 600$ нм, интенсивность $I = 375$ лм/м².

а) Пренебрегая в первом приближении действием на электрон магнитной составляющей поля волны, найти амплитуду a колебаний электрона и амплитуду V_0 его скорости.

б) Используя полученный результат, определить отношение амплитуд магнитной F_{H0} и электрической F_{E0} сил, действующих на электрон. Выразить его через амплитуду скорости и скорость света.

5. Имеется разреженная плазма с концентрацией свободных электронов, равной n . Рассмотрев прохождение через плазму электромагнитной волны частоты ω , найти выражение для диэлектрической проницаемости ε плазмы в зависимости от ω . Взаимодействием волны с ионами плазмы, а также воздействием на электроны магнитной составляющей волны пренебречь.

6. При прохождении в некотором веществе пути L интенсивность света I уменьшается в два раза. Во сколько раз уменьшится I при прохождении пути $3L$?

7. Получить формулу для диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$ ионизованного газа в монохроматическом электрическом поле $E = E_0 \cos \omega t$. Столкновениями электронов и ионов пренебречь.

8. Может ли показатель преломления быть меньше единицы?

9. Диэлектрическая проницаемость плазмы $\varepsilon(\omega)$ (см. задачу 7) отрицательна, если $\omega \leq \omega_0$. В этом случае показатель преломления $n = \sqrt{\varepsilon}$ — чисто мнимая величина. Выяснить физический смысл чисто мнимого показателя преломления.

10. Радиоволна распространяется вверх. Волны каких частот могут проходить через ионосферу? Какие волны будут полностью отражаться?

11. Радиосигнал определенной частоты посылается вверх и отражается на определенной высоте. Определить концентрацию электронов в точке отражения.

12. Концентрация электронов на Солнце на расстоянии $r = 0,06R$ от границы фотосферы ($R = 6,95 \cdot 10^{10}$ см — радиус Солнца) примерно равна $N = 2 \cdot 10^8$ см⁻³. Могут ли радиоволны из этой области Солнца достигать Земли, если длина волны (в вакууме) равна: 1) $\lambda = 1$ м; 2) $\lambda = 10$ м; 3) $\lambda = 50$ м?

13. Получить выражение для фазовой скорости радиоволны в ионосфере в зависимости от длины волны λ в ионосфере.

1-1. Разность хода лучей от двух когерентных источников света до некоторой точки на экране равна 1,36 мкм. Каков будет результат интерференции света в этой точке экрана, если длина волны света $\lambda = 6709 \text{ \AA}$? Решить этот же вопрос для длины волны $\lambda = 5360 \text{ \AA}$.

1-2. В непрозрачном экране на расстоянии 1 мм друг от друга сделаны две узкие параллельные щели, освещаемые монохроматическим светом с длиной волны 6000 \AA . По другую сторону экрана со щелями на расстоянии 2 м от него находится экран наблюдения. На каком расстоянии от центрального максимума наблюдаются два других ближайших максимума?

1-3. В опыте Юнга отверстия освещались монохроматическим светом длиной волны 6000 \AA . Расстояние между отверстиями 1 мм и расстояние от отверстия до экрана 3 м. На каком расстоянии от центрального максимума находятся два ближайших минимума?

1-4. Во сколько раз изменится расстояние между соседними максимумами на экране в опыте Юнга, если зеленый светофильтр ($\lambda = 5000 \text{ \AA}$) заменить красным светофильтром ($\lambda = 7000 \text{ \AA}$)?

1-5. Расстояние между четвертым и двадцать пятым темными кольцами Ньютона равно 9 мм. Радиус кривизны линзы 15 см. Найти длину волны света, падающего нормально на установку. Наблюдение производится в отраженном свете.

1-6. В установке для наблюдения колец Ньютона находится бензол ($n = 1,33$). Показатель преломления линзы и пластинки равен 1,6. Радиус кривизны линзы 2 м. Определить радиус третьего светлого кольца при наблюдении в отраженном свете с длиной волны 6000 \AA .

1-7. Кольца Ньютона наблюдаются в отраженном свете с длиной волны 5890 \AA . В некоторой точке толщина воздушного слоя между линзой и пластиной равна 1,767 мкм. Какое кольцо – светлое или темное – будет проходить через эту точку? Найти также номер кольца.

1-8. Мыльная пленка толщиной 0,3 мкм освещается белым светом под углом падения 0° и рассматривается в отраженных лучах. Каким цветом будет при этом окрашена пленка, если показатель преломления пленки $n = 1,33$?

1-9. При какой наименьшей толщине мыльной пленки она представляется зеленой ($\lambda = 5000 \text{ \AA}$) при наблюдении ее в отраженном свете под углом падения 0° , если для пленки $n = 1,33$.

1-10. Мыльная пленка толщиной 0,5 мкм освещается белым светом под углом падения 30° . Каким цветом будет окрашена пленка в отраженных лучах, если для пленки $n = 1,33$.

1-11. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой линзой находится жидкость. Найти показатель преломления жидкости, если радиус третьего темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете с длиной волны $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$ равен 0,82 мм. Радиус кривизны линзы $R = 0,5 \text{ м}$.

1-12. На тонкую пленку нормально к ее поверхности падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 500 \text{ нм}$. Отраженный от нее свет максимально усилен вследствие интерференции. Определить минимальную толщину d_{min} пленки, если показатель преломления материала пленки равен 1,4.

1-13. Расстояние L от щелей до экрана в опыте Юнга равно 1 м. Определить расстояние d между щелями, если на отрезке длиной $l = 1 \text{ см}$ укладывается $N=10$ темных интерференционных полос. Длина волны $\lambda = 0,7 \text{ мкм}$.

1-14. На стеклянную пластину положена выпуклой стороной плосковыпуклая линза. Сверху линза освещена монохроматическим светом длиной волны $\lambda = 500 \text{ нм}$. Найти радиус R линзы, если радиус четвертого светлого кольца Ньютона в отраженном свете равен 2 мм.

1-15. На тонкую глицериновую пленку толщиной $d = 1,5 \text{ мкм}$ нормально к ее поверхности падает белый свет. Определить длины волн λ лучей видимого участка спектра ($0,4 \text{ мкм} \leq \lambda \leq 0,8 \text{ мкм}$), которые будут ослаблены в результате интерференции.

1-16. На стеклянную пластинку нанесен тонкий слой прозрачного вещества с показателем преломления $n = 1,3$. Пластинка освещается параллельными лучами с длиной волны $\lambda = 640$ нм, падающими на пластинку нормально. Какую минимальную толщину d должен иметь слой, чтобы отраженные лучи имели наименьшую яркость?

1-17. На тонкий стеклянный клин падают нормально лучи с длиной волны $\lambda = 500$ нм. Расстояние между соседними темными интерференционными полосами в отраженном свете $b = 0,5$ мм. Определить угол α между поверхностями клина. Показатель преломления стекла клина $n = 1,6$.

1-18. Плосковыпуклая линза с фокусным расстоянием $F = 1$ м лежит выпуклой стороной на стеклянной пластинке. Радиус пятого кольца Ньютона в отраженном свете равен 1,1 мм. Определить длину световой волны λ .

1-19. На пути света поставлена стеклянная пластина толщиной $d = 1$ мм так, что угол падения луча равен 30° . На сколько изменится оптическая длина пути луча?

1-20. На мыльную пленку с показателем преломления $n = 1,33$ падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Отраженный свет в результате интерференции имеет наибольшую яркость. Определить наименьшую толщину пленки.

1-21. Радиус второго темного кольца Ньютона в отраженном свете $r = 0,4$ мм. Определить радиус кривизны плосковыпуклой линзы, взятой для опыта, если она освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0,64$ мкм.

1-22. Плосковыпуклая стеклянная линза, радиус кривизны которой 12 см, прижата выпуклой стороной к стеклянной пластинке. Диаметры девятого и двенадцатого темных колец Ньютона в отраженном свете соответственно равны 0,9 мм и 1,2 мм. Определить длину волны падающего света.

1-23. Ширина десяти колец Ньютона, отсчитываемых вдали от центра, составляет 0,8 мм. Ширина следующих 10 колец 0,5 мм. Определить радиус кривизны линзы, если наблюдение ведется в отраженном свете. Длина волны падающего излучения 0,6 мкм.

1-24. Интерференция световой волны длиной 0,6 мкм наблюдается в отраженном свете в тонком стеклянном клине. Показатель преломления стекла 1,5. Расстояние между соседними темными полосами 4 мм. Определить угол между гранями клина.

1-25. В опыте Юнга расстояние между отверстиями 0,2 см. Расстояние от отверстий до экрана 4 м, а от центрального до третьего интерференционного максимума 0,1 см. Определить: длину волны монохроматического света; расстояние между соседними интерференционными полосами. Какова будет картина интерференции, если щели освещать белым светом?

1-26. Найти минимальную толщину пленки с показателем преломления 1,34, при которой свет с длиной волны 0,6 мкм испытывает максимальное отражение, а свет с длиной волны 0,4 мкм не отражается. Угол падения света 30° .

1-27. Спектр натрия состоит из двух линий длиной 589 нм и 589,59 нм. Какое по счету темное кольцо Ньютона, соответствующее одной из этих линий, совпадает со следующим по счету темным кольцом, соответствующим другой линии, если наблюдение ведется в отраженном свете?

1-28. На изображении натриевого пламени, длина волны которого 589 нм и наблюдаемого в вертикальной мыльной пленке, видны темные горизонтальные полосы. Если глаз находится на уровне пленки, то на высоте 4 см наблюдаются 8 полос. Определить угол между поверхностями пленки, если показатель преломления мыльной воды 1,33.

1-29. Плоская монохроматическая волна падает на диафрагму с двумя узкими щелями, расстояние между которыми 3 мм. На экране, который расположен на расстоянии 1 м от диафрагмы, наблюдают интерференционные полосы. На какое расстояние и в какую сторону сместятся полосы, если одну из щелей перекрыть стеклянной пластинкой 8 мкм?

1-30. На тонкую пленку воды под углом 30° падает параллельный пучок белого света. При какой толщине пленки зеркально отраженный свет окрашен в желтый цвет ($\lambda = 589$ нм) максимально?

1-31. Определить наименьшую толщину и показатель преломления пленки, чтобы ею можно было просветить поверхность стекла для зеленого света с длиной волны 0,55 мкм, если показатель преломления стекла для этой длины волны 1,52.

1-32. Плоская световая волна падает на бизеркала Френеля, угол между которыми $\alpha = 2,0'$. Определить длину волны света, если ширина интерференционной полосы на экране $\Delta x = 0,55$ мм.

1-33. Расстояние от бипризмы Френеля до узкой щели и экрана равны соответственно $a = 25$ см и $b = 100$ см. Бипризма стеклянная с преломляющим углом $\vartheta = 20'$. Найти длину волны света, если ширина интерференционной полосы на экране $\Delta x = 0,55$ мм.

1-34. На стеклянный клин падает нормально пучок света с длиной волны 582 нм. Угол клина равен $20''$. Какое число темных интерференционных полос приходится на единицу длины клина? Показатель преломления стекла 1,5.

1-35. Плосковыпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны сферической поверхности $R = 12,5$ см прижата к стеклянной пластинке. Диаметры десятого и пятнадцатого темных колец Ньютона в отраженном свете равны $d_1 = 1,00$ мм и $d_2 = 1,50$ мм. Определить длину волны света.

4.3. Дифракция света

Дифракцией называется отклонение света от прямолинейного распространения в однородной среде, когда свет, огибая препятствия, заходит в область геометрической тени. Дифракция света всегда сопровождается интерференцией дифрагированных лучей. Дифракция

возникает в том случае, когда фронт волны не является безграничным, а частично экранирован. (Например, вблизи границ непрозрачных или прозрачных тел, сквозь малые отверстия). Проникновение световых волн в область геометрической тени может быть объяснено с помощью принципа Гюйгенса, согласно которому каждая точка, до которой доходит волновое движение, служит центром вторичных волн. Огибающая этих волн дает положение фронта волны в следующий момент (рис.1). Пусть на плоскую

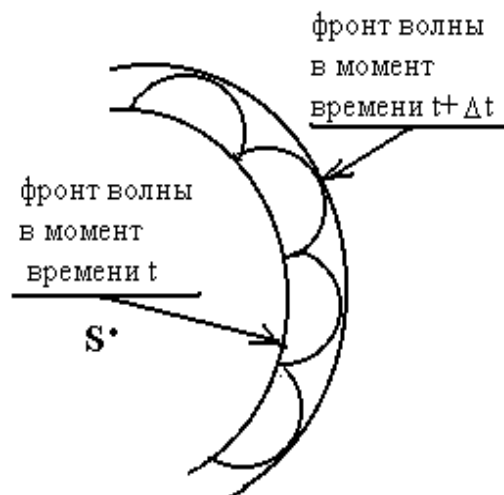


Рис. 1.

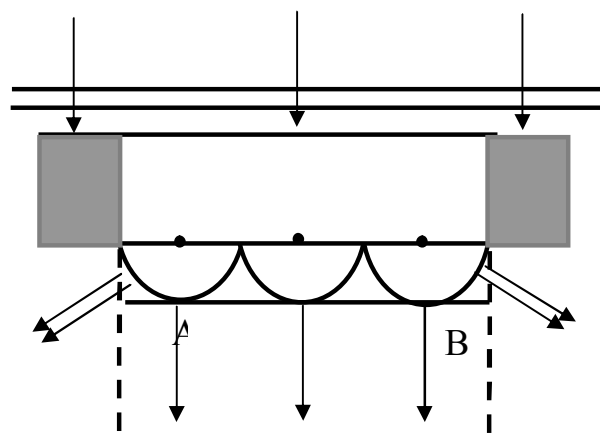


Рис. 2.

преграду с отверстием падает параллельный ей фронт волны (рис.2).

По Гюйгенсу каждая точка выделяемого отверстием участка открытого фронта волны служит центром вторичных волн, которые в однородной и изотропной среде будут сферическими. Построив огибающую вторичных волн AB , можно убедиться в том, что за отверстием волна проникает в область геометрической тени, огибая края преграды.

Принцип Гюйгенса не дает никаких сведений об интенсивности волн, распространяющихся в различных направлениях. Этот недостаток был устранен Френелем. Последний впервые предположил, что все вторичные волны являются когерентными и поэтому могут интерферировать в любой точке пространства. Принцип Гюйгенса-Френеля позволяет рассмотреть многие случаи дифракции света и дает результаты, удовлетворительно согласующиеся с опытом. Чтобы понять суть метода, разработанного Френелем, определим амплитуду светового колебания, возбуждаемого в точке P сферической волной от источника S (рис.3).

Разобьем изображенную на рисунке волновую поверхность на кольцевые зоны, построенные так, что расстояния от краев каждой зоны до точки P отличаются на $\lambda/2$. Это зоны Френеля. Колебания, приходящие в точку P от аналогичных точек двух соседних зон, находятся в противофазе, поэтому и результирующие колебания, создаваемые каждой из зон в целом, будут для соседних зон отличаться по фазе на π . При небольшом числе k зон Френеля площади их

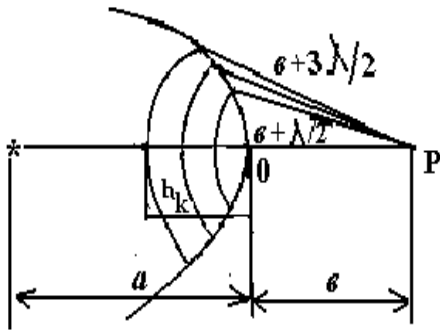


Рис 3

примерно одинаковы, а высота сегмента $h_k \ll a$, Поэтому можно легко вывести радиус k -той зоны Френеля;

$$r_k = \sqrt{\frac{a \cdot b}{a + b} k \lambda}. \quad (8)$$

Расстояние b_k от зоны до точки P медленно растет с ростом номера зоны k , значит амплитуда A_k колебания, возбуждаемого k -той зоной в точке P монотонно убывает. Вследствие этого можно приближенно считать, что

$$A_k = \frac{A_{k-1} + A_{k+1}}{2} \quad \text{и} \quad A = \frac{A_1}{2}.$$

То есть амплитуда в точке P равна половине амплитуды центральной зоны. Если на пути волны поставить непрозрачный экран с отверстием, открывающим только центральную зону, то амплитуда в точке P будет равна A , а интенсивность света будет в четыре раза больше, чем при отсутствии преград между точками S и P .

Если же отверстие таково, что открывает две зоны Френеля, то амплитуды от этих зон (примерно одинаковые) придут в точку P в противофазе, и в ней будет наблюдаться минимум интенсивности света. Можно заключить, что, *если в открытый фронт волны входит четное число зон Френеля, то наблюдается минимум интенсивности света, если k – нечетное, то в точке P наблюдается максимум интенсивности света.*

Различают два случая дифракции света: дифракцию Френеля, или дифракцию в сходящихся лучах, и дифракцию Фраунгофера, или дифракцию в параллельных лучах. В первом случае на препятствие падает сферическая или плоская волна, а дифракционная картина наблюдается на экране, находящемся за препятствием на конечном расстоянии от него. Во втором случае на препятствие падает плоская волна, а дифракционная картина наблюдается на экране, который находится в фокальной плоскости собирающей линзы, установленной на пути прошедшего через препятствие света.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера на щели. Пусть параллельный пучок монохроматического света падает нормально на непрозрачный экран, в котором прорезана узкая щель шириной a (рис. 4). В соответствии с принципом

Гюйгена-Френеля все точки щели являются когерентными источниками света, колеблющимися в одной фазе.

Оптическая разность хода между крайними лучами MC и ND , идущими от щели в произвольном направлении φ

$$\delta = a \sin \varphi . \quad (9)$$

Разобьем щель MN на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру M щели. Все зоны в заданном направлении излучают свет совершенно одинаково. При интерференции света от каждой пары соседних зон амплитуда результирующих колебаний равна нулю, так как эти зоны вызывают колебания с одинаковыми амплитудами, но противоположными фазами. Результат интерференции в точке B определяется тем, сколько зон Френеля укладывается в щели.

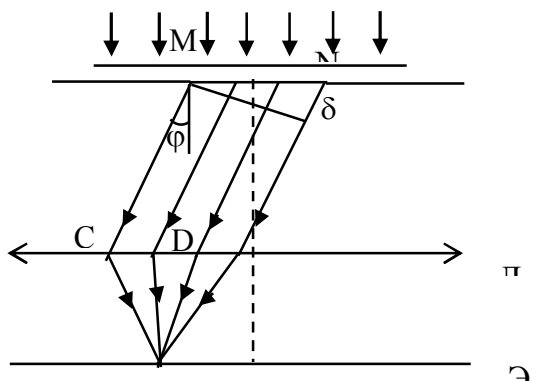


Рис. 4.

Если число зон четное, то есть

$$a \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2} \quad (k = 1, 2, \dots),$$

(10)

то наблюдается дифракционный минимум.

Если число зон нечетное, то есть

$$a \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} ,$$

(11)

то наблюдается дифракционный максимум. Величина k называется порядком дифракционного максимума (или минимума).

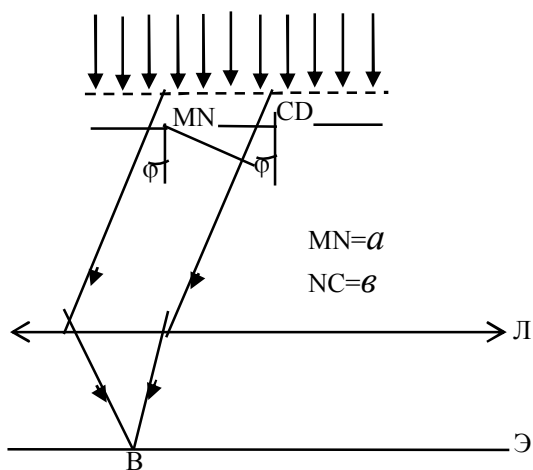


Рис. 5.

Широкое распространение в науке и технике получили дифракционные решетки, которые представляют собой множество щелей одинаковой ширины, разделенных одинаковой ширины непрозрачными промежутками. Общая ширина промежутка и щели называется постоянной (или периодом решетки), то есть $d = a + b$.

Дифракционная картина от решетки сложнее, чем от одной щели, потому, что свет от разных щелей также интерферирует. Если на решетку нормально к ее поверхности падает свет с длиной волны λ , то (рис.5) лучи, идущие под углом φ к первоначальному направлению от соответствующих точек каждой щели, обладают разностью хода

$$\delta = d \sin \varphi .$$

Если эта разность хода равна целому числу длин волн, то наблюдается максимум интерференции. Условия главных максимумов для решетки записываются в виде

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (12)$$

Как следует из формулы, если на решетку падает белый свет, то для более коротких волн условие максимума выполняется при меньших углах.

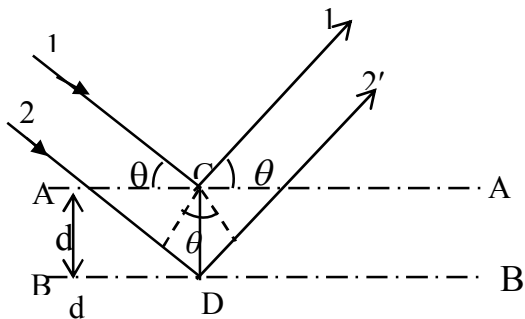


Рис.6.

Разрешающая способность R дифракционной решетки, то есть способность ее представить отдельно две спектральные линии, определяется по формуле

$$R = kN, \quad (13)$$

где N – общее число штрихов дифракционной решетки, k – порядок дифракционного максимума.

Для наблюдения дифракционной картины необходимо, чтобы постоянная решетки была того же порядка, что и длина волны падающего света. Поэтому для рентгеновского излучения в качестве дифракционных решеток можно использовать кристаллы, поскольку расстояние между атомами в кристаллах одного порядка с $\lambda_{\text{рентг. изл.}} (\approx 10^{-12} - 10^{-8} \text{ м})$.

Дифракцию рентгеновского излучения можно рассматривать как результат его отражения от системы параллельных сетчатых плоскостей кристалла, то есть плоскостей, в которых лежат узлы кристаллической решетки. Это отражение, в отличие от обычного, осуществляется лишь при таких условиях падения лучей на кристалл, которые соответствуют интерференционным максимумам для лучей, отраженных от разных плоскостей.

Абсолютный показатель преломления всех сред для рентгеновского излучения близок к единице, поэтому оптическая разность хода между двумя лучами $1'$ и $2'$, отражающимися от плоскостей AA и BB равна (рис.6)

$$2 d \sin \theta, \quad (14)$$

где d – межплоскостное расстояние, θ - угол скольжения. Дифракционные максимумы наблюдаются в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны будут находиться в одинаковой фазе. Эти направления удовлетворяют условию Вульфа-Брэггов

$$\delta = 2 d \sin \theta = m\lambda, \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (15)$$

Примеры решения задач

Задача 1. Точечный источник света с длиной волны $\lambda = 0,50$ мкм расположен на расстоянии $a = 100$ см перед диафрагмой с круглым отверстием радиуса $r =$

1,0 мм. Найти расстояние b от диафрагмы до точки наблюдения, для которой число зон Френеля в отверстии составляет $k = 3$.

Дано:

$$\lambda = 0,50 \text{ мкм}$$

$$a = 100 \text{ см}$$

$$k = 3$$

$$r = 1,0 \text{ мм}$$

$$b - ?$$

Решение: Радиус внешней границы k -ой зоны Френеля:

$$r_k = \sqrt{\frac{k\lambda ab}{a+b}}$$

Возведем в квадрат обе части уравнения:

$$r^2 = \frac{k\lambda ab}{a+b},$$

отсюда

$$b = \frac{ar^2}{k\lambda a - r^2} = \frac{1 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м} \cdot 1 \text{ м} - 10^{-6} \text{ м}^2} = 2 \text{ м}.$$

Задача 2. Между точечным источником света и экраном поместили диафрагму с круглым отверстием, радиус r которого можно менять. Расстояния от диафрагмы до источника и экрана равны $a = 100$ см и $b = 125$ см. Определите длину волны света, если максимум освещенности в центре дифракционной картины наблюдается при $r_1 = 1,00$ мм и следующий максимум при $r_2 = 1,29$ мм.

Дано:

$$a = 100 \text{ см}$$

$$b = 125 \text{ см}$$

$$r_1 = 1,00 \text{ мм}$$

$$r_2 = 1,29 \text{ мм}$$

$$\lambda - ?$$

Решение: Радиус внешней границы k -ой зоны Френеля:

$$r_k = \sqrt{\frac{k\lambda ab}{a+b}}$$

По условию задачи первый максимум освещенности наблюдается в центре дифракционной картины, т.е. $k_1=1$

Тогда следующий максимум будет при $k_2 = 3$. Эти два последовательных максимума разделены минимумом освещенности с $k = 2$. Тогда радиус 1-ой зоны Френеля (центральный максимум):

$$r_1 = \sqrt{\frac{k_1 \lambda ab}{a+b}}. \text{ Радиус 3-ей зоны Френеля } (k_2 = 3) \text{ (следующий по условию зада-$$

$$\text{чи максимум): } r_2 = \sqrt{\frac{k_2 \lambda ab}{a+b}}. \text{ Возведем в квадрат выражения для } r_1 \text{ и } r_2 \text{ и найдем}$$

разность квадратов этих выражений:

$$r_2^2 - r_1^2 = \frac{\lambda ab}{a+b} (k_2 - k_1) = \frac{\lambda ab}{a+b}.$$

$$\text{Отсюда } \lambda = \frac{a+b}{2ab} (r_2^2 - r_1^2) = \frac{1 \text{ м} + 1,25 \text{ м}}{2 \cdot 1 \text{ м} \cdot 1,25 \text{ м}} ((1,29 \cdot 10^{-3} \text{ м})^2 - 10^{-6} \text{ м}^2) = 6 \text{ м}.$$

Задача 3. Плоская монохроматическая световая волна с интенсивностью I_0 падает нормально на непрозрачный экран с круглым отверстием. Какова интен-

сивность света I за экраном в точке, для которой отверстие: а) равно первой зоне Френеля; б) внутренней половине первой зоны; в) две зоны Френеля.

Дано: I_0
 $I - ?$

Решение: а) Поскольку отверстие в непрозрачном экране открывает только центральную зону (первую зону Френеля), то амплитуда в точке наблюдения P (за экраном) (рис.3) равна A и в 2 раза больше амплитуды A_0 падающей на экран с отверстием световой волны: $A = 2A_0$. Тогда интенсивность света в точке наблюдения P (за экраном) в 4 раза больше, чем при отсутствии преград между точками, соответствующими источнику света S и точке наблюдения P :

$$I = (A)^2 = (2A_0)^2 = 4I_0.$$

б) Если отверстие равно внутренней половине первой зоны Френеля, то амплитуда световой волны пришедшей в точку наблюдения P ослабляется в $\sqrt{2}$ раз: $A = \sqrt{2}A_0$. Тогда интенсивность в точке наблюдения P (за экраном) равна:

$$I = (A)^2 = (\sqrt{2}A_0)^2 = 2I_0.$$

в) Если отверстие составляет две зоны Френеля, то амплитуды от этих зон (примерно одинаковые) придут в точку наблюдения в противофазе, и в ней будет наблюдаться минимум интенсивности света $I = 0$.

Задача 4. На дифракционную решетку от разрядной трубки, наполненной гелием, нормально падает пучок света. На какую линию λ_1 (в нанометрах) в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия длиной волны $\lambda_2 = 706$ нм в спектре второго порядка?

Дано: $k_1 = 3$
 $k_2 = 2$
 $\lambda_2 = 706$ нм
 $\lambda_1 - ?$

Решение: Условия главных максимумов освещенности для дифракционной решетки выглядит следующим образом:

$$d \sin \varphi_1 = k_1 \lambda_1; \quad d \sin \varphi_2 = k_2 \lambda_2$$

Спектральные линии накладываются одна на другую, поэтому углы дифракции будут равными, то есть $\varphi_1 = \varphi_2$. Разделив первое уравнение на второе:

$$1 = \frac{k_1 \lambda_1}{k_2 \lambda_2},$$

откуда

$$\lambda_1 = \frac{k_2 \lambda_2}{k_1}$$

Подставим численные значения:

$$\lambda_1 = \frac{2 \cdot 706 \cdot 10^{-9}}{3} = 471 \text{ нм.}$$

Задача 5. На щель (рис.) шириной $a = 0,1$ мм нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника ($\lambda = 0,6$ мкм). Определить ширину l центрального максимума в дифракционной картине, проецируемой с помощью

линзы, находящейся непосредственно за щелью, на экран, отстоящий от линзы на расстоянии $L = 1$ м.

| | |
|---------------------|--|
| Дано: | Решение: Центральный максимум интенсивности света занимает область между ближайшими от него справа и слева максимумами интенсивности. Поэтому ширину центрального максимума интенсивности примем равной расстоянию между двумя минимумами интенсивности (рис.). |
| $a = 0,1$ мм | |
| $\lambda = 0,6$ мкм | |
| $L = 1$ м | |
| $l = ?$ | |

Минимумы интенсивности света при дифракции от одной щели наблюдаются

под углами φ , определяемыми условием

$$a \sin \vartheta = \pm k \lambda, \quad (1)$$

где k – порядок минимума. В нашем случае $k = 1$.

Расстояние между двумя минимумами на экране определим по рисунку: $l = 2L \operatorname{tg} \varphi$. При малых углах $\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi$, тогда

$$l = 2L \sin \varphi. \quad (2)$$

Выразим $\sin \varphi$ из уравнения (1) и подставим в равенство (2):

$$l = \frac{2Lk\lambda}{a} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6}}{10^{-4}} \text{ м} = 1,2 \cdot 10^{-2} = 1,2 \text{ см.}$$

1-36. На дифракционную решетку, имеющую 60 штрихов на миллиметр, падает нормально свет от натриевого пламени с длиной волны 589 нм. Определить длину волны, для которой угол отклонения во втором порядке равен 6° , если в спектре третьего порядка первая длина волны отклоняется на 10° .

1-37. Определить длину дифракционной решетки, имеющую 500 штрихов на 1 мм, если в спектре второго порядка отдельно видны две линии натрия 5800 \AA и 5896 \AA .

1-38. Наименьший угол зрения, при котором глаз видит два штриха, равен $1'$. Определить наименьшее расстояние, которое различит глаз на расстоянии наилучшего зрения (25 см).

1-39. Определить наибольший порядок спектра, даваемый дифракционной решеткой, имеющей 600 штрихов на 1 мм в двух случаях: а) свет падает на решетку нормально; б) свет падает на решетку под углом 30° . Длина волны света 580 мкм.

1-40. На дифракционную решетку, имеющую 100 штрихов на 1 мм, нормально падает параллельный пучок белого света. Определить разность углов конца первого и начала второго спектра, если длины крайних красных и крайних фиолетовых волн равны соответственно 700 и 400 мкм.

1-41. Определить длину волны монохроматического света, падающего нормально на решетку с периодом 2,6 мкм, если угол между максимумами пер-

вого и второго порядка равен 20° . Определить угловое расстояние между главным максимумом и ближайшим к нему минимумом. Решетка имеет 500 штрихов на 1 мм.

1-42. Свет с длиной волны 0,6 мкм падает нормально на дифракционную решетку. Два смежных главных максимумов получаются, если $\sin \varphi_1 = 0,2$ и $\sin \varphi_2 = 0,3$, а спектр четвертого порядка отсутствует. Определить: 1) расстояние между соседними щелями; 2) наименьшую ширину отдельной щели; 3) максимальное число порядков в этих случаях.

1-43. Лазерный пучок света диаметром 1 см и длиной волны 0,633 мкм, расходимость которого определяется только дифракцией, направлен на Луну. Определить диаметр освещаемой на Луне поверхности.

1-44. Свет с длиной волны 589 нм падает нормально на дифракционную решетку с периодом 2,5 мкм, содержащую 10000 штрихов. Найти угловую ширину дифракционного максимума второго порядка.

1-45. Определить ширину спектральной линии водорода, длина волны которой 0,656 мкм в спектре первого порядка, даваемого решеткой длиной 4 см. Фокусное расстояние линзы, проецирующей спектр на экран, равняется 20 см. Ширина спектральной линии – это расстояние между двумя минимумами, лежащими рядом с этой линией.

1-46. Сравнить разрешающие способности двух дифракционных решеток, если одна из них имеет 420 штрихов на 1 мм при ширине 2 см, а вторая содержит 720 штрихов на 1 мм при ширине решетки 4,8 см.

1-47. Каково наименьшее значение диаметра телескопа, который может разрешить дифракционные изображения двух звезд, если угловое расстояние между ними $2''$? Глаз наиболее чувствителен к длине волны 5500 \AA .

1-48. Постоянная дифракционной решетки в $n = 4$ раза больше длины световой волны монохроматического света, нормально падающего на ее поверхность. Определить угол между двумя первыми симметричными дифракционными максимумами.

1-49. Расстояние между штрихами дифракционной решетки $d = 4$ мкм. На решетку падает нормально свет с длиной волны $\lambda = 0,58$ мкм. Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

1-50. Какое наименьшее число штрихов должна содержать решетка, чтобы в спектре второго порядка можно было видеть отдельно две желтые линии натрия с длиной волны $\lambda = 589,0$ нм и $\lambda = 589,6$ нм? Какова длина l такой решетки, если расстояние между штрихами $b = 5$ мкм?

1-51. На поверхность дифракционной решетки нормально к ее поверхности падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки в 4,6 раза больше длины световой волны. Найти общее число M дифракционных максимумов, которые теоретически возможно наблюдать в данном случае.

1-52. На дифракционную решетку падает нормально параллельный пучок лучей белого света. Спектры третьего и четвертого порядков частично

накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре четвертого порядка накладывается граница ($\lambda = 780$ нм) спектра третьего порядка?

1-53. На дифракционную решетку, содержащую $n = 600$ штрихов на миллиметр, падает нормально белый свет. Спектр проектируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить длину l спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана $L = 1,2$ м. Границы видимого спектра: $\lambda = 780$ нм, $\lambda = 400$ нм.

1-54. На грань кристалла каменной соли падает параллельный пучок рентгеновских лучей. Расстояние между атомными плоскостями кристалла $d = 280$ пм. Под углом $\vartheta = 65^\circ$ к плоскости грани наблюдается дифракционный максимум первого порядка. Определить длину волны λ рентгеновских лучей.

1-55. На непрозрачную пластину с узкой щелью падает нормально плоская монохроматическая световая волна ($\lambda = 600$ нм). Угол φ отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному максимуму, равен 20° . Определить ширину a щели.

1-56. На пластину со щелью, ширина которой $a = 0,05$ мм, падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,7$ мкм. Определить угол φ отклонения лучей, соответствующих первому дифракционному максимуму.

1-57. Дифракционная решетка, освещенная нормально падающим монохроматическим светом, отклоняет спектр третьего порядка на угол $\varphi = 30^\circ$. На какой угол отклоняет она спектр четвертого порядка?

1-58. При расширении круглого отверстия от одной до двух зон Френеля освещенность в центре экрана падает почти до нуля. Как согласовать этот факт с увеличением светового потока в два раза?

1-59. Какова интенсивность света в центре дифракционной картины от диска, если он закрывает две зоны Френеля? Интенсивность света в отсутствие препятствия равна I_0 . Описать изменение дифракционной картины при увеличении поперечных размеров диска.

1-60. На щель, ширина которой $a = 6 \cdot 10^{-3}$ мм, нормально падает свет с длиной волны 7000 \AA . Найти углы, по направлению которых будут наблюдаться максимумы и минимумы света. Что произойдет со спектром, если образовать решетку с периодом $2 \cdot a$?

1-61. Определить период дифракционной решетки, которая дает в спектре первого порядка на экране, отстоящем от решетки на 5 м, линии натрия с $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ и $\lambda = 5896 \text{ \AA}$ на расстоянии 0,5 мм друг от друга.

1-62. Чем определяется максимальный порядок спектра и максимальная длина волны при дифракции на заданной решетке?

1-63. Найти наибольший порядок для желтой линии натрия $\lambda = 5890 \text{ \AA}$, если дифракционная решетка имеет на 1 мм 500 штрихов.

1-64. Определить разрешающую силу дифракционной решетки с периодом

0,01 см⁻¹ и длиной 5 см в спектрах 1 и 3-го порядков. Изменится ли разрешающая сила при изменении наклона падающего на решетку света?

1-65. Найти минимальное число штрихов решетки, которая может разрешить натриевый дуплет ($\lambda = 5890 \text{ \AA}$ и $\lambda = 5986 \text{ \AA}$) в спектре 1-го порядка.

1-66. Рассчитать угловую и линейную дисперсии дифракционной решетки периодом 0,01 см⁻¹ в спектре первого порядка при длине волны 6000 \AA и расстоянии от решетки до экрана 0,5 м.

1-67. Угол падения рентгеновских лучей на естественную грань монокристалла хлористого натрия плотностью 2,16 г/см³ равен 30°. Определить длину волны излучения, если при зеркальном отражении от этой грани образуется максимум второго порядка.

1-68. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на щель, за которой на расстоянии $b = 60$ см находится экран. Сначала ширину щели установили такой, что в середине дифракционной картины на экране наблюдался наиболее глубокий минимум. Раздвинув после этого щель на $\Delta h = 0,70$ мм, получили в центре картины следующий минимум. Найти длину волны света.

1-69. Свет с длиной волны $\lambda = 0,50$ мкм падает на щель ширины $a = 10$ мкм под углом $\varphi = 30^\circ$ к ее нормали. Найти угловое положение первых минимумов, расположенных по обе стороны центрального максимума.

1-70. При нормальном падении света на дифракционную решетку угол дифракции для линии $\lambda_1 = 0,65$ мкм во втором порядке равен 45°. Найти угол дифракции для линии $\lambda_2 = 0,50$ мкм в третьем порядке.

1-71. Определить длину волны монохроматического света, падающего нормально на дифракционную решетку с периодом $d = 2,2$ мкм, если угол между направлениями на максимумы первого и второго порядков $\Delta\theta = 15^\circ$.

1-72. Луч света последовательно проходит через два николя, главные плоскости которых образуют между собой угол $\varphi = 40^\circ$. Принимая, что коэффициент поглощения k каждого николя равен 0,15, найти, во сколько раз луч, выходящий из второго николя, ослаблен по сравнению с лучом, падающим на первый николю.

1-73. Угол падения луча на поверхность стекла равен 60°. При этом отраженный луч оказался максимально поляризованным. Определить угол преломления луча.

1-74. Угол φ между плоскостями поляризаторов (поляроидов) равен 50°. Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в 4 раза. Пренебрегая потерей света при отражении, определить коэффициент поглощения k света в поляроидах.

1-75. Луч света, идущий в стеклянном сосуде с глицерином, отражается от дна сосуда. При каком угле падения отраженный луч максимально поляризован?

1-76. Пластинку кварца толщиной $d = 2$ мм поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол $\varphi = 53^\circ$. Какой наименьшей толщины следует взять пластинку, чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темным?

1-77. Луч света переходит из глицерина в стекло так, что луч, отраженный от границы раздела этих сред, оказывается максимально поляризованным. Определить угол между падающим и преломленным лучами.

1-78. Кварцевую пластинку поместили между скрещенными николями. При какой наименьшей толщине d кварцевой пластины поле зрения между николями будет максимально просветлено? Постоянная вращения α кварца равна 27 град/мм.

1-79. При прохождении света через трубу длиной $l = 20$ см, содержащую десяти процентный раствор сахара, плоскость поляризации света повернулась на угол $\varphi = 13,3^\circ$. В другом растворе сахара, налитом в трубку длиной 15 см, плоскость поляризации повернулась на $\varphi = 5,2^\circ$. Определить концентрацию C второго раствора.

1-80. Угол преломления луча в жидкости $i = 35^\circ$. Определить показатель преломления n жидкости, если известно, что отраженный луч максимально поляризован.

1-81. На сколько процентов уменьшается интенсивность света после прохождения через призму Николя, если потери света составляют 10% ?

1-82. Определить, во сколько раз будет ослаблен луч естественного света после прохождения его через два поляроида, плоскости поляризации которых составляют угол в 45° . Потери света в каждом из поляроидов составляют 10% .

1-83. Предельный угол полного внутреннего отражения жидкости составляет $48^\circ 45'$. Определить угол полной поляризации при отражении от поверхности этой жидкости.

1-84. Во сколько раз ослабевает свет, проходя сквозь два николя, плоскости поляризации которых составляют угол 63° , причем в каждом николе при отражении от его граней теряется 10% падающего света? На первый николь падает пучок естественного света.

1-85. В поляриметре между двумя скрещенными николями помещена стеклянная трубка длиной 20 см с раствором сахара концентрации $0,15$ г/см³. Определить, во сколько раз уменьшается интенсивность света после прохождения через весь поляриметр, если удельное вращение сахарного раствора $67,8$ град/дм·г·см⁻³. Потери света в каждой из николей составляют 5% , а потери света в сахарном растворе 10% .

1-86. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были бы наиболее полно поляризованы?

1-87. Плоскости поляризации двух призм Николя образуют между собой угол в 30° . Как изменится интенсивность света, прошедшего через эти призмы, если угол между их плоскостями поляризации станет равным 60° ?

1-88. Естественный свет проходит через призмы Николя, угол между главными плоскостями которых равен φ . Поляризатор и анализатор поглощают и отражают по 8% интенсивности падающего на них света. Луч, вышедший из анализатора, имеет 9% интенсивности естественного света. Найти угол φ .

1-89. Пучок плоско поляризованного света, длина волны которого в вакууме равна 4000 \AA , падает на пластинку исландского шпата перпендикулярно его оптической оси. Найти длину волны обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле, если показатель преломления исландского шпата для обыкновенного и необыкновенного лучей равны соответственно $n_o = 1,66$ и $n_e = 1,49$.

1-90. На поверхность воды под углом Брюстера падает пучок плоскопараллельного света. Плоскость колебаний светового вектора составляет угол $\varphi = 45^\circ$ с плоскостью падения. Найти коэффициент отражения.

1-91. На поверхность стекла падает пучок естественного света. Угол падения равен 45° . Найти с помощью формул Френеля степень поляризации:

а) отраженного света; б) преломленного света.

1-92. На стеклянную пластинку с показателем преломления 1,7 падает луч под углом полной поляризации. Как нужно изменить угол падения, чтобы получить полную поляризацию отраженного луча, если пластину поместить в сосуд с водой?

1-93. Луч света, идущий в стеклянном сосуде, наполненном серной кислотой, отражается от поверхности стекла. При каком угле падения отраженный свет полностью поляризован? Показатель преломления кислоты равен 1,43, а стекла – 1,52.

1-94. В результате прохождения естественного света через 2 пластинки из николя яркость света уменьшилась на 80%. Определить угол между главными плоскостями николей, если каждый из них отражает и поглощает 10% падающего светового потока.

1-95. Естественный свет падает на кристалл каменной соли с показателем преломления 1,544. Определить коэффициент отражения при нормальном падении лучей.

1-96. Определить постоянную вращения для кварца, если кварцевая пластинка толщиной 4 мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси и помещенная между николями с параллельными главными плоскостями, полностью затемняет поле зрения.

1-97. Раствор сахара концентрации $0,5 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ вращает плоскость поляризации монохроматического света на 30° . Определить концентрацию раствора сахара в другой такой же трубке, если он вращает плоскость поляризации на 15° .

1-98. Между скрещенными николями поместили пластинку из кварца, вырезанную перпендикулярно оптической оси. Чтобы погасить свет, анализатор повернули на угол 20° . Определить толщину пластинки, если длина световой волны $0,5 \text{ мкм}$, а постоянная вращения $29,7^{\circ}$ на 1 мм .

1-99. Определить степень поляризации лучей Солнца, отраженных от поверхности воды, если высота его над горизонтом 45° .

1-100. Естественный свет отражается от поверхности воды под углом 45° . На пути отраженного луча помещают николю, главное сечение которого находится в плоскости падения луча. Во сколько раз яркость света, выходящего из николя, меньше яркости света, падающего на поверхность воды? Показатель преломления воды $1,33$. Потерями светового потока в николе пренебречь.

1-101. Во сколько раз уменьшится яркость естественного света, прошедшего через три николя, если угол между главными плоскостями первого и второго николей составляет 30° , а угол между главными плоскостями второго и третьего николей 60° ? Потерей световых потоков в николе пренебречь.

1-102. Угол преломления луча в жидкости 30° . Определить ее показатель преломления, если отраженный луч максимально поляризован.

1-103. Угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора равен 45° . Найти интенсивность света, вышедшего из анализатора, если известно, что анализатор и поляризатор поглощают 5% падающего на них света.

1-104. Предельные углы полного внутреннего отражения для льда, стекла и алмаза соответственно равны $49^{\circ}42'$; 42° ; $41^{\circ}48'$; $24^{\circ}24'$. Найти для них углы полной поляризации при отражении.

1-105. Степень поляризации частично поляризованного света $P = 0,25$. Найти отношение интенсивности поляризованной составляющей этого света к интенсивности естественной составляющей.

5. Задачи к разделу №2 “Квантовая оптика. Атом”

Законы теплового излучения

Тепловым излучением называют электромагнитное излучение, возникающее за счет внутренней энергии излучающего тела и зависящее только от температуры и оптических свойств этого тела. Тепловое излучение – единственное излучение, способное находиться в термодинамическом равновесии с веществом (равновесное).

Количественной характеристикой теплового излучения служит энергетическая светимость (излучательность) R_T – мощность излучения абсолютно черного тела с единицы площади поверхности тела во всем интервале частот (длин волн) от 0 до ∞ . Спектральной характеристикой теплового излучения тела является спектральная плотность энергетической светимости (спектральная плотность излучательности) $r_{\nu,T}$ – энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени с единицы площади поверхности тела в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$.

Распределение энергии излучения абсолютно черного тела в зависимости от частоты и температуры приведено на рис.13. Величина излучательности может быть рассчитана по закону Стефана-Больцмана

$$R_T = \sigma T^4, \quad (21)$$

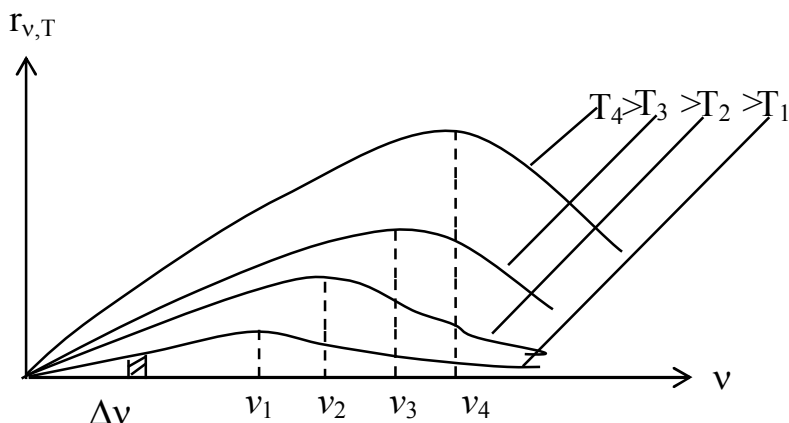


Рис. 13.

где σ – постоянная Стефана-Больцмана, T – абсолютная температура. Если взять на графике единичный интервал частоты $\Delta\nu$, то площадь заштрихованного участка определит величину спектральной плотности излучательности.

Максимальное значение спектральной плотности излучательности определяется законом Вина

$$(r_{\nu,T})_{max} = c T^5, \quad (22)$$

где c – вторая постоянная Вина.

При увеличении температуры абсолютно черного тела частота, на которую приходится максимум спектральной плотности излучательности, смещается в сторону более высоких частот. Длина волны λ_{max} , соответствующая максимальному значению излучательности, обратно пропорциональна его температуре (закон смещения Вина)

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T},$$

где b – первая постоянная Вина.

Квантовая гипотеза и формула Планка. Фотоны

Дать теоретическое обоснование спектральным закономерностям теплового излучения абсолютно черного тела удалось М. Планку. Для этого ему пришлось отказаться от установившегося положения классической физики, согласно которому энергия любой системы может изменяться непрерывно, то есть, может принимать любые сколь угодно близкие значения. М.Планк выдвинул квантовую гипотезу, заключающуюся в том, что энергия атомов-осцилляторов может изменяться дискретно, порциями, пропорциональными некоторой элементарной порции – кванту энергии

$$\varepsilon = h\nu = h \frac{c}{\lambda}, \quad (23)$$

где h – постоянная Планка.

Используя статистические методы и представления о квантовом характере теплового излучения, М.Планк вывел формулу

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (24)$$

которая согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения абсолютно черного тела во всем интервале частот от 0 до ∞ и при различных температурах. Кроме того, формула М.Планка содержит в себе законы теплового излучения, а также позволяет вычислить постоянные в этих законах.

Эйнштейн, создавая квантовую теорию света, предположил, что не только излучение света, но и его распространение происходит в виде потока световых квантов-фотонов. Массу фотона можно найти из соотношения $mc^2 = h\nu$

$$m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}, \quad (25)$$

а импульс фотона

$$p = m \cdot c = \frac{h}{c \cdot \lambda} \cdot c = \frac{h}{\lambda}. \quad (26)$$

Внешний фотоэффект

Явление вырывания электронов с поверхности металлов световым потоком называется внешним фотоэффектом. При взаимодействии квантов света (фотонов) с металлами выполняется соотношение, которое называется уравнением Эйнштейна

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}, \quad (27)$$

где $A_{\text{вых}}$ – работа выхода электронов из металла, $\frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов, вылетающих из металла.

Если энергия падающего фотона много меньше энергии покоя электрона $E_0 = 0,51$ МэВ, то кинетическую энергию можно рассчитать по классической формуле, то есть

$$K = \frac{mv^2}{2}. \quad (28)$$

Если же энергия кванта света, падающего на металл сравнима или больше E_0 , то для вычисления кинетической энергии $E_{\text{кин}}$ фотоэлектронов следует воспользоваться релятивистской формулой

$$K = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right), \quad (29)$$

где $m_0 c^2$ – энергия покоя электрона.

Если скорость вырванных из металла электронов $v = 0$, то энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu_k = h \frac{c}{\lambda_k},$$

а ν_k или λ_k соответствует красной границе фотоэффекта для дан-

ного металла, то есть λ_k – та максимальная длина волны фотона, при которой начинается для данного металла фотоэффект.

Давление света

Современные квантовые представления о свойствах света существенно отличаются от ньютоновской корпускулярной теории света. С квантовой точки зрения давление света на поверхность какого-либо тела обусловлено тем, что при соударении с этой поверхностью каждый фотон передает ей свой импульс. Отражение света от поверхности тела следует рассматривать как сложный процесс «переизлучения» фотонов – падающий фотон поглощается поверхностью, а затем вновь излучается ею с противоположным направлением импульсов. При этом давление света на отражающую поверхность должно быть таким же, каким оно было в том случае, если бы фотоны «зеркально отражались» от поверхности подобно абсолютно упругим шарикам.

Величина светового давления определяется формулой

$$P = \omega (1 + \rho), \quad (30)$$

где $\omega = E_s/c$ – объемная плотность энергии излучения (E_s – энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, C – скорость света в вакууме); ρ – коэффициент отражения света от поверхности тела.

Эффект Комптона

Квантовые свойства света проявляются в эффекте Комптона, который заключается в упругом рассеянии коротковолнового электромагнитного излуче-

ния (рентгеновского и γ -излучения) на свободных или слабосвязанных электронах вещества, сопровождающемся увеличением длины волны $\Delta\lambda$. Величина $\Delta\lambda$ определяется формулой Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (31)$$

где λ - длина волны падающего излучения, λ' - длина волны рассеянного излучения, θ - угол рассеяния рентгеновского кванта, λ_c - комптоновская длина волны, $\lambda_c = \frac{2h}{m_0c}$, $\lambda_c = 2,426$ пм (m_0 - масса покоя электрона).

Объяснение эффекта Комптона может быть дано на основе квантовых представлений о природе света, как результат упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества. В процессе столкновения фотон передает электрону часть своих энергии и импульса в соответствии с законами их сохранения.

Примеры решения задач

Задача 1. Длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела $\lambda_{max} = 0,6$ мкм. Определите: 1) энергетическую светимость этого тела R_T ; 2) спектральную плотность энергетической светимости $r_{\nu,T}$ или $r_{\lambda,T}$, рассчитанную на 1 нм вблизи λ_{max} в спектре излучения абсолютно черного тела.

Дано:

$$\lambda_{max} = 0,6 \text{ мкм}$$

$$\epsilon = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ К} \cdot \text{м}$$

$$c = 1,23 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вм}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5}$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вм}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5}$$

$$\Delta\lambda = 1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$$

$$R_l = ? \quad r_{\lambda,T} = ?$$

Решение. Согласно закону смещения Вина, длина волны, на которую приходится максимум энергетической светимости, обратно пропорциональна температуре

$$\lambda_{max} = \frac{\epsilon}{T},$$

отсюда

$$T = \frac{\epsilon}{\lambda_{max}},$$

а энергетическая светимость R_T определяется законом Стефана-Больцмана, то есть, пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры

$$R_T = \sigma T^4 = \sigma \left(\frac{\epsilon}{\lambda_{max}} \right)^4.$$

$$R_T = 5,67 \cdot 10^{-8} \left(\frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-7}} \right)^4 = 33 \text{ МВт} / \text{м}^2.$$

Максимум спектральной плотности энергетической светимости, согласно закону Вина, пропорционален пятой степени температуры

$$r_{\lambda,T} = cT^5 = c \left(\frac{\epsilon}{\lambda_{max}} \right)^5,$$

Но мы получили $r_{\lambda,T}$ в интервале длин волн $\Delta\lambda' = 1$ м (единичный интервал в СИ). Так как 1 нм в 10^9 раз меньше, то и $(r_{\lambda,T})_{max}$, приходящаяся на $\Delta\lambda = 1$ нм вблизи λ_{max} , во столько же раз будет меньше. Таким образом, искомое значение определится выражением:

$$(r_{\lambda,T})_{max} = \frac{c \left(\frac{\epsilon}{\lambda_{max}} \right)^5}{10^9}$$

$$(r_{\lambda,T})_{max} = 1,23 \cdot 10^{-5} \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-7}} \cdot 10^{-9} = 3,8 \cdot 10^4 \text{ Вт} / \text{м}^2 \cdot \text{нм} = 38 \text{ кВт} / \text{м}^2 \cdot \text{нм}$$

Итак, спектральная плотность энергетической светимости, приходящаяся на интервал длин волн $\Delta\lambda = 1$ нм вблизи λ_{max} равна 38 кВт/м²·нм.

Задача 2. Раскаленная металлическая поверхность $S = 10$ см² излучает в 1 мин энергию $E = 4 \cdot 10^4$ Дж. Температура поверхности $T = 2500$ К. Найдите отношение энергетических светимостей этой поверхности и абсолютно черного тела при данной температуре.

Дано:

$$S = 10 \text{ см}^2 = 10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$t = 1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$$

$$E = 4 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$T = 2500 \text{ К}$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$$

$$n = ?$$

Решение. Искомая величина $n = \frac{R_{\text{э}}}{R_{\text{ч.т.}}}$, где $R_{\text{э}}$ и

$R_{\text{ч.т.}}$ – энергетическая светимость металлической поверхности и черного тела, соответственно, по закону Стефана-Больцмана

$$R_{\text{ч.т.}} = \sigma T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 2500^4 = 2,21 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2.$$

Энергия, излучаемая раскаленной металлической поверхностью, равна $E = R_{\text{э}} \cdot t \cdot S$. Отсюда

$$R_{\text{э}} = \frac{E}{t \cdot S}$$

$$R_{\text{э}} = \frac{4 \cdot 10^4}{60 \cdot 10^{-3}} = 0,67 \cdot 10^6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Найдем отношение $\frac{R_{\text{э}}}{R_{\text{ч.т.}}} = n$; $n = \frac{0,67 \cdot 10^6}{2,21 \cdot 10^6} = 0,3$.

Задача 3. Во сколько раз увеличится мощность излучения черного тела, если максимум энергии излучения сместится от красной границы видимого спектра к его фиолетовой границе?

Дано:
 $\lambda_{\kappa} = 0,76$ мкм
 $\lambda_{\phi} = 0,38$ мкм
 $N_{\kappa}/N_{\phi} - ?$

Решение. Согласно закону смещения Вина, длина волны, на которую приходится максимум энергетической светимости, обратно пропорциональна температуре

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}, \text{ отсюда } T_{\kappa} = \frac{b}{\lambda_{\kappa}}, \quad T_{\phi} = \frac{b}{\lambda_{\phi}}.$$

Мощность излучения равна $N = RS$.

В соответствии с законом Стефана – Больцмана $R = \sigma T^4$, для температур T_{κ} и T_{ϕ} имеем: $N_{\kappa} = \sigma T_{\kappa}^4 S$ и $N_{\phi} = \sigma T_{\phi}^4 S$. Тогда их отношение равно

$$\frac{N_{\phi}}{N_{\kappa}} = \left(\frac{T_{\phi}}{T_{\kappa}}\right)^4 = \left(\frac{\lambda_{\kappa}}{\lambda_{\phi}}\right)^4 = \left(\frac{0,76}{0,38}\right)^4 = 16.$$

Задача 4. На платиновую пластинку падает ультрафиолетовое излучение. Для прекращения фотоэффекта нужно приложить задерживающее напряжение $U_1 = 3,7$ В. Если платиновую пластинку заменить пластинкой из другого металла, то задерживающее напряжение нужно увеличить до $U_2 = 6$ В. Определите работу выхода (в электронвольтах) из второго металла.

Дано:
 $U_1 = 3,7$ В
 $U_2 = 6$ В
 $A_1 = 6,3$ эВ
 $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
 $A_2 = ?$

Решение. Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта, имеем

$$h\nu = A_1 + \frac{mv_1^2}{2}$$

Чтобы задержать вылетающие электроны, необходимо приложить задерживающее напряжение U_1 .

$$eU_1 = \frac{mv_1^2}{2},$$

где e и m – заряд (по модулю) и масса электрона.

Таким образом,

$$h\nu = A_1 + eU_1. \quad (1)$$

Аналогичное выражение запишем для пластинки из второго металла

$$h\nu = A_2 + eU_2. \quad (2)$$

Приравняем (1) и (2)

$$\begin{aligned} A_1 + eU_1 &= A_2 + eU_2 \\ A_2 &= A_1 + eU_1 - eU_2 = A_1 - e(U_2 - U_1) \\ A_2 &= 10,1 \cdot 10^{-19} - 1,6 \cdot 10^{-19}(6-3,7) = 6,42 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \\ A_2 &= \frac{6,42 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 4 \text{ эВ}. \end{aligned}$$

Задача 5. Облучение литиевого фотокатода производится фиолетовыми лучами, длина волны которых равна 0,4 мкм. Определите скорость фотоэлектронов, если длина волны красной границы фотоэффекта для лития равна 0,52 мкм.

| | |
|---|---|
| <p>Дано: $\lambda = 0,4$ мкм $\lambda_k = 0,52$ мкм $v - ?$</p> | <p>Решение. Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта энергия фотона $E_\phi = hc/\lambda$ расходуется на работу выхода электрона $A = hc/\lambda_k$ и сообщение электрону кинетической энергии K.</p> |
|---|---|

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_k} + K. \quad K = \frac{mv^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_k}.$$

Тогда

$$v = \sqrt{\left(\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_k}\right) \frac{2}{m}} = \sqrt{\frac{2hc}{m} \left(\frac{\lambda_k - \lambda}{\lambda_k \lambda}\right)}.$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 (5,2 - 4) \cdot 10^{-7}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 5,2 \cdot 4 \cdot 10^{-14}}} \cong 5 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

Задача 6. Определите максимальную скорость электрона, вырванного с поверхности металла γ -квантом с энергией 1,53 МэВ.

| | |
|--|---|
| <p>Дано: $E_\gamma = 1,53$ МэВ $v_{max} - ?$</p> | <p>Решение. По формуле Эйнштейна для фотоэффекта $E_\gamma = A + K$. Работа выхода электрона из металла составляет величину порядка единиц электронвольт, что много меньше мегаэлектронвольт, следовательно меньшей</p> |
|--|---|

величиной можно пренебречь. Тогда $E_\gamma = K$. Так как энергия гамма-кванта превышает энергию покоя электрона $E_0 = m_0 c^2 = 0,511$ МэВ, то кинетическая энергия фотоэлектрона должна рассчитываться для релятивистского случая.

$$K = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - E_0.$$

Тогда

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{K + E_0}\right)^2} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \left(\frac{0,511}{1,53 + 0,511}\right)^2} = 2,8 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Задача 7. Определите силу светового давления солнечных лучей перпендикулярных поверхности на площадь 100 м², если коэффициент отражения лучей равен 0,2 и солнечная постоянная $1,4 \cdot 10^3$ Вт/м². (Солнечной постоянной называется величина, равная поверхностной плотности потока энергии излучения Солнца вне земной атмосферы на среднем расстоянии от Земли до Солнца).

| | |
|---|--|
| <p>Дано: $S = 100$ м² $\rho = 0,2$</p> | <p>Решение. Сила светового давления F на поверхность равна произведению светового давления P на площадь S поверхности $F = P \cdot S$.</p> <p>Световое давление может быть найдено по формуле</p> |
|---|--|

$$E = 1,4 \cdot 10^3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \quad \left| \quad P = \frac{E(1 + \rho)}{c}. \text{ Тогда искомая сила } F = \frac{E \cdot S(1 + \rho)}{c}, \right.$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$F = ?$$

$$F = \frac{1,4 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 1,2}{3 \cdot 10^8} = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ Н}.$$

Задача 8. На зачерненную поверхность нормально падает монохроматический свет с длиной волны 0,65 мкм, производя давление $5 \cdot 10^{-6}$ Па. Определите концентрацию фотонов вблизи поверхности и число фотонов, падающих на площадь 1 м² в 1 с.

| | |
|--|--|
| <p>Дано:</p> <p>$\lambda = 0,65$ мкм</p> <p>$P = 5 \cdot 10^{-6}$ Па</p> <p>$S = 1$ м²</p> <p>$t = 1$ с</p> <hr style="width: 100%;"/> <p>$n_0, n - ?$</p> | <p>Решение: Давление света при нормальном падении на поверхность с коэффициентом отражения ρ вычисляется по формуле $P = \omega(1 + \rho)$, где ω – объемная плотность энергии, которая связана с полной энергией (освещенностью) E_0 падающих фотонов на единицу площади поверхности в единицу времени соотношением $\omega = E_0/c$.</p> |
|--|--|

С учетом того, что для зачерненной поверхности коэффициент отражения ρ равен нулю получим формулу для давления света в виде $P = \omega = E_0/c$. Объемная плотность энергии равна произведению концентрации фотонов n_0 на энергию одного фотона E_1 , $\omega = n_0 E_1 = n_0 h c / \lambda$, откуда

$$n_0 = \frac{\omega \lambda}{h c} = \frac{P \lambda}{h c} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 6,5 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 1,6 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}.$$

Число фотонов, падающих на единицу площади поверхности в единицу времени, равно отношению энергетической освещенности E_0 к энергии одного фотона E_1 :

$$n = \frac{E_0}{E_1} = \frac{P \lambda}{h} = n_0 c = 1,6 \cdot 10^{13} \cdot 3 \cdot 10^8 = 4,8 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}.$$

2-1. На сколько процентов увеличится энергетическая светимость абсолютно черного тела, если его температура возрастет на 1%?

2-2. На сколько процентов следует увеличить температуру абсолютно черного тела, чтобы излучаемая им энергия возросла в 16 раз?

2-3. Из-за изменения свойств поверхности тела при нагревании поглощательная способность тела увеличилась в 1,25 раза. На сколько процентов при этом изменилась (увеличилась или уменьшилась) его излучательная способность?

2-4. На сколько процентов возрастет энергия, излучаемая абсолютно черным телом, если его температуру увеличить на 10 процентов?

2-5. При нагревании абсолютно черного тела до температуры 1500 К длина волны, соответствующая максимуму излучения, сместилась на $8,7 \cdot 10^{-7}$ м. На сколько процентов увеличилась при этом температура тела?

2-6. Энергетическая светимость абсолютно черного тела равно 3 Вт/см^2 . Определите длину волны, соответствующую максимуму испускательной способности этого тела.

2-7. При нагревании абсолютно черного тела длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности, изменилась от 1 до 0,5 мкм. Во сколько раз при этом увеличилась энергетическая светимость тела?

2-8. На какую длину волны приходится максимум излучательной способности поверхности Солнца, имеющей температуру 5800 К? Солнца можно считать абсолютно черным телом.

2-9. При увеличении температуры абсолютно черного тела в два раза, длина волны, на которую приходится максимум испускательной способности этого тела, уменьшилась на 400 нм. Найдите начальную и конечную температуры тела.

2-10. Имеются два абсолютно черных тела. Температура одного из них 2500 К. Найдите температуру другого тела, если длина волны, отвечающая максимуму его испускательной способности, на 0,5 мкм больше длины волны, соответствующей максимуму испускательной способности первого тела

2-11. Определите температуру абсолютно черного тела, при которой его энергетическая светимость равна 10 кВт/м^2 .

2-12. На какую длину волны приходится максимум испускательной способности абсолютно черного тела при температуре $0 \text{ }^\circ\text{C}$?

2-13. Температура абсолютно черного тела возросла от 500°C до 1500°C . Во сколько раз увеличилась его энергетическая светимость?

2-14. Какую энергетическую светимость имеет абсолютно черное тело, если максимум его испускательной способности приходится на длину волны 484 нм?

2-15. На какую длину волны приходится максимум испускательной способности абсолютно черного тела при температуре, равной температуре человеческого тела $36,6 \text{ }^\circ\text{C}$?

2-16. Температура вольфрамовой нити накала электрической 60 ваттной лампы равна 3000 К. Известно, что ее излучение составляет 40% излучения абсолютно черного тела. Определить площадь поверхности нити накала.

2-17. Определить температуру излучения черного тела, если 1 см^2 его поверхности излучает в 1 минуту 4,5 ккал.

2-18. Вычислить поток энергии, испускаемой кратером угольной дуги при температуре 4200 К. Диаметр кратера 6 мм, а излучение составляет 80% излучения абсолютно черного тела при данной температуре.

2-19. Температура абсолютно черного тела возросла от $500 \text{ }^\circ\text{C}$ до $1500 \text{ }^\circ\text{C}$. Во сколько раз увеличилась его интегральная энергетическая светимость?

2-20. Медный шарик диаметром 1,5 см поместили в откаченный сосуд, стенки которого имеют температуру близкую к абсолютному нулю. Считая поверхность шарика абсолютно черной, его начальную температуру 300 К, определить, через какое время его температура уменьшится в 2 раза.

2-21. Максимум излучения абсолютно черного тела приходится на длину волны 250 нм. На какую длину волны придется максимум излучения, если температуру тела повысить на 100 градусов?

2-22. Температура абсолютно черного тела 2000 К. Какая доля излучаемого светового потока приходится на видимую область? Вычисления провести по формуле Вина для каждого интервала 0,1 мкм вблизи длин волн 0,4 мкм; 0,5 мкм; 0,6 мкм; 0,7 мкм.

2-23. Вычислить спектральную плотность энергетической светимости тела для длины волны 0,5 мкм при температуре 2100 К, если спектральная плотность поглотительной способности при тех же температуре и длине волны равна 0,8.

2-24. Спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела равна спектральной плотности энергетической светимости тела при температуре 3000 К. Определить температуру этого тела, если его спектральная поглотительная способность для данной длины волны равна 0,5.

2-25. Земная поверхность ежеминутно теряет с 1 см^2 в среднем 0,63 Дж энергии вследствие излучения. Определить температуру абсолютно черного тела, излучающего такую же энергию.

2-26. Излучение абсолютно черного тела, температура которого 2500 К, падает на светофильтр, пропускающий 90% излучения в области только от 0,5 до 0,4 мкм. Вычислить, какую долю общего падающего потока пропускает светофильтр.

2-27. Во сколько раз увеличится энергетическая светимость абсолютно черного тела в небольшом интервале длин волн вблизи длины волны 5 мкм при повышении температуры от 1000 К до 2000 К?

2-28. Определить установившуюся температуру зачерненной металлической пластины, расположенной перпендикулярно к солнечным лучам вне земной атмосферы на среднем расстоянии от Земли до Солнца ($1,49 \cdot 10^{11} \text{ м}$).

2-29. Из-за изменения температуры абсолютно черного тела максимум спектральной плотности энергетической светимости сместился с 24000 \AA^0 до 8000 \AA^0 . Как и во сколько раз изменится энергетическая светимость тела и максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости?

2-30. Максимум спектральной плотности энергетической светимости яркой красноватой звезды Арктур приходится на длину волны 5800 \AA^0 . Принимая звезду за абсолютно черное тело определить температуру ее поверхности.

5.2. Энергия и импульс фотона. Фотоэлектрический эффект. Эффект Комптона

2-31. У фотоэлектронов, вырываемых с поверхности некоторого металла светом с частотой $2,2 \cdot 10^{15}$ Гц, максимальная энергия равна 6,6 эВ, а у электронов, вырываемых светом с частотой $4,6 \cdot 10^{15}$ Гц, она равна $16,5 \cdot 10^{-19}$ Дж. Найдите по этим данным величину постоянной Планка.

2-32. Определить красную границу фотоэффекта для серебра, если работа выхода равна 4,24 эВ.

2-33. Красная граница фотоэффекта для платины равна 198 нм. После прокаливании платины она увеличивается до 220 нм. На сколько при этом уменьшается работа выхода (в эВ) электрона?

2-34. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов в 2 раза больше работы выхода их из некоторого металла. Светом какой частоты освещается металл, если красная граница фотоэффекта составляет 200 нм?

2-35. Красная граница фотоэффекта для рубидия равна 810 нм. Какова максимальная энергия (в эВ) фотоэлектронов, испускаемых рубидием под действием ультрафиолетовых лучей с длиной волны 100 нм?

2-36. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна $1,2 \cdot 10^{15}$ Гц. При какой длине волны света, освещающего металл, максимальная энергия фотоэлектронов будет равна 1,3 эВ?

2-37. Максимальная энергия фотоэлектронов при освещении металла светом с частотой $2,2 \cdot 10^{15}$ Гц оказалась в два раза больше, чем при освещении светом с частотой $4,6 \cdot 10^{15}$ Гц. Найдите работу выхода электрона из металла.

2-38. Найдите частоту света, вызывающую фотоэффект с поверхности металла, если максимальная энергия фотоэлектронов равна 3 эВ. Фотоэффект начинается при частоте света $6 \cdot 10^{14}$ Гц.

2-39. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна 600 нм. Найдите работу выхода (в эВ) электрона из этого металла.

2-40. На поверхность металла падает электромагнитное излучение с длиной волны 0,1 мкм. Красная граница фотоэффекта – 0,3 мкм. Какая доля энергии фотона расходуется на придание электрону максимальной кинетической энергии?

2-41. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна 275 нм. Чему равно минимальное значение энергии фотона?

2-42. Максимальная энергия фотоэлектронов при облучении ультрафиолетовым светом платиновой пластинки, равна 3,7 эВ. Если платиновую пластинку заменить другой пластинкой, максимальная энергия возрастает до 6 эВ. Определите работу выхода электронов с поверхности второй пластинки. Работа выхода электронов из платины равна 5,29 эВ.

2-43. На поверхность лития падает монохроматический свет с длиной волны 310 нм. При этом максимальная энергия фотоэлектронов равна 1,7 эВ. Определите работу выхода лития (в эВ).

2-44. При фотоэффекте с платиновой поверхности максимальная энергия электронов составляет 0,8 эВ. Найдите длину волны электромагнитного излучения, вызывающего фотоэффект, и определите красную границу фотоэффекта. Работа выхода электронов из платины $A = 5,29$ эВ.

2-45. При поочередном освещении поверхности некоторого металла светом с длинами волн 0,35 мкм и 0,54 мкм обнаружили, что соответствующие максимальные скорости фотоэлектронов отличаются друг от друга в два раза. Найдите работу выхода (в эВ) электронов с поверхности этого металла.

2-46. Найдите длину волны электромагнитного излучения, падающего на платиновую пластинку, если максимальная скорость фотоэлектронов равна 3 Мм/с. Работа выхода электронов из платины $A = 5,29$ эВ.

2-47. Определить, при каком задерживающем потенциале прекратится эмиссия электронов с цезиевого катода, освещаемого светом с длиной волны 600 нм.

2-48. Найдите красную границу фотоэффекта для цинка и максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с его поверхности электромагнитным излучением с длиной волны 250 нм. Работа выхода электрона из цинка равна 3,37 эВ.

2-49. Максимальная скорость фотоэлектронов, вылетающих из металла с работой выхода 5 эВ под действием гамма-излучения, равна 291 Мм/с. Определите энергию гамма-фотонов (в эВ).

2-50. Определите максимальную скорость фотоэлектронов, вылетающих из металла с работой выхода 4,5 эВ под действием гамма-излучения с энергией квантов 1,53 МэВ.

2-51. Найдите энергию и импульс фотона, если соответствующая ему длина волны равна 1,6 пм.

2-52. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия была равна энергии фотона с длиной волны 520 нм?

2-53. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его импульс был равен импульсу фотона с длиной волны 520 нм?

2-54. На сколько процентов изменится длина волны при эффекте Комптона, если рассеяние происходит под углом 90° ? Длина волны падающего излучения 1 ангстрем, комптоновская длина волны частицы 0,024 ангстрема.

2-55. Фотон, испытав столкновение со свободным электроном, рассеялся под углом 60° . Найдите изменение длины волны рассеянного фотона.

2-56. На сколько процентов изменяется длина волны при комптоновском рассеянии под углом 60° ? Длина волны падающего излучения равна 1 ангстрем.

2-57. Фотон с энергией 250 кэВ рассеялся под углом 120° на первоначально покоившемся свободном электроне. Определите энергию рассеянного фотона.

2-58. Фотон с энергией 0,25 МэВ рассеялся на свободном электро-не. Энергия рассеянного фотона 0,2 МэВ. Найдите угол рассеяния.

2-59. Фотон с энергией 1,02 МэВ рассеялся на свободном электро-не, в результате чего энергия стала равна 0,255 МэВ. Под каким углом рассеялся фотон?

2-60. Определите угол рассеяния фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны фотона равно 3,62 пм.

5.3. Теория Бора для атома водорода. Спектры излучения. Рентгенов-ское излучение

2-61. Иону какого элемента принадлежит водородоподобный спектр, длины волн которого в 9 раз короче, чем в спектре атома водорода? Ответ поясните расчетом.

2-62. Фотон с энергией 16,5 эВ выбил электрон из невозбужденного ато-ма водорода. Какую скорость будет иметь электрон вдали от ядра атома? По-тенциал ионизации атома водорода 13,6 В.

2-63. Используя основную теорию Бора для водородоподобных ионов, найдите энергию электрона в ионе гелия He^+ в основном состоянии (в эВ). По-тенциал ионизации атома водорода 13,6 В.

2-64. В каких пределах должна быть энергия (в эВ) бомбардирующих электронов, чтобы при возбуждении атома водорода ударами этих электронов спектр излучения водорода имел лишь одну спектральную линию? Энергия атома водорода в основном состоянии – 13,6 эВ.

2-65. Вычислить радиус двух первых орбит электрона в атоме водорода и скорость его на этих орбитах.

2-66. Вычислить энергию фотона, которая соответствует первой линии в ультрафиолетовой серии водорода.

2-67. Какому переходу электрона в атоме водорода соответствует излуча-емый атомом фотон с длиной волны 410 нм? Укажите номера орбит.

2-68. Иону какого элемента принадлежит водородоподобный спектр, длины волн которого в 4 раза короче, чем у атомарного водорода?

2-69. Найдите скорость электронов, вырываемых электромагнитным из-лучением с длиной волны 18 нм из иона He^+ , находящегося в основном состоя-нии. Энергия ионизации атома водорода равна 13,6 эВ.

2-70. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с дли-ной волны 522 нм. Найдите номер электронной орбиты возбужденного атома водорода.

2-71. Определить границы спектральной области, в которой лежат линии серии Бальмера.

2-72. Какие спектральные линии появятся в видимой области спектра при возбуждении атомов водорода электронами с энергией 12,8 эВ?

2-73. Первый потенциал возбуждения атома водорода равен 10,2 эВ. Чему равен первый потенциал возбуждения однократно ионизированного атома гелия?

2-74. Атом водорода, находящийся в нормальном состоянии, перешел в возбужденное состояние с главным квантовым числом 3. Определить энергию возбуждения атома и длины волн, которые возникнут в спектре водорода при переходе из возбужденного состояния в нормальное состояние.

2-75. Вычислите энергию электрона на второй боровской орбите иона гелия He^+ , если известно, что энергия электрона в основном состоянии атома водорода равна 13,6 эВ.

2-76. При увеличении напряжения на рентгеновской трубке в 1,5 раза длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра изменилась на 26 пм. Найдите первоначальное напряжение на трубке.

2-77. Найдите скорость электронов, подлетающих к антикатоде рентгеновской трубки, если коротковолновая граница сплошного рентгеновского спектра составляет 0,11 ангстрем.

2-78. Найдите коротковолновую границу сплошного рентгеновского спектра, если известно, что уменьшение приложенного к трубке напряжения на 1000 В приводит к увеличению соответствующей длины волны в 2 раза.

2-79. С какой скоростью подлетают электроны к антикатоде рентгеновской трубки, если длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра равна $1,57 \cdot 10^{-8}$ м?

2-80. Для определения постоянной Планка к рентгеновской трубке приложили напряжения 16 кВ. Минимальная длина волны сплошного рентгеновского спектра оказалась равной 0,776 ангстрема. Вычислите по этим данным постоянную Планка.

2-81. Найдите коротковолновую границу сплошного рентгеновского спектра, если увеличение приложенного к рентгеновской трубке напряжения на 10 кВ приводит к уменьшению соответствующей длины волны на 20%.

2-82. Найдите напряжение на рентгеновской трубке, если известно, что в тормозном спектре отсутствует излучение с длинами волн, меньшими 0,206 ангстрем.

2-83. Найдите коротковолновую границу сплошного рентгеновского спектра при напряжении на рентгеновской трубке равном 300 кВ.

2-84. При переходе электрона в атоме с L-слоя на K-слой испускаются рентгеновские лучи с длиной волны 78,8 пм. Какой это атом?

2-85. Найдите длину волны K-альфа линии меди ($z = 29$), если известно, что длина волны K-альфа линии железа ($z = 26$) равна 193 пм.

2-86. Определите порядковый номер элемента в периодической таблице Менделеева, если длина волны рентгеновского K-альфа кванта равна 193 пм.

2-87. Во сколько раз длина волны К-альфа линии меньше длины волны L-альфа линии в характеристическом рентгеновском спектре молибдена ($z = 42$)? Постоянная экранирования для L-серии равна 7,5, для K-серии равна 1.

2-88. Сколько элементов содержится в периодической таблице Менделеева между теми, у которых длины волн К-альфа линий равны 250 пм и 179 пм?

2-89. В атоме вольфрама ($z = 74$) электрон перешел с M-слоя на L-слой. Найдите длину волны испущенного фотона. Постоянная экранирования 7,5.

2-90. Найдите постоянную экранирования для L-серии рентгеновских лучей, если известно, что для вольфрама ($z = 74$) длины волн L-альфа линии в характеристическом рентгеновском спектре равна 0,143 нм.

5.4. Корпускулярно-волновой дуализм. Формула де Бройля. Соотношение неопределенностей

Существование волновых и корпускулярных свойств у физических объектов было сначала обнаружено в световых явлениях. Оптические явления (например, интерференция и дифракция), которые объяснялись на основе волновой (электромагнитной) теории, были в основном явления распространения света и взаимодействия световой волны с макроскопическими телами: линзами, призмами, дифракционными решетками и т. д. Однако в некоторых явлениях (например, Комpton-эффект и фотоэффект), течение которых определяется взаимодействием света с микроскопическими объектами – отдельными заряженными частицами, атомами или молекулами, обнаруживается расхождение между предсказаниями волновой теории и результатами наблюдений и измерений.

В 1924 г., Луи де Бройль высказал гипотезу, что корпускулярно-волновой дуализм (двойственность, т.е. одновременное наличие корпускулярных и волновых свойств), должен быть распространен не только на световые частицы – фотоны, но и на частицы вещества: электроны, протоны, атомы и т.д.

Соотношение длины волны фотона λ_ϕ с его импульсом P_ϕ

$$\lambda_\phi = \frac{h}{P_\phi} \quad (1)$$

де Бройль обобщил, предположив, что оно имеет универсальный характер для любых волновых процессов, связанных с частицами, обладающими импульсом P :

$$\lambda = \frac{h}{P}, \quad (2)$$

где λ – длина волны де Бройля для частицы, h – постоянная Планка.

Импульс частицы можно определить, если известна ее кинетическая энергия K . Связь импульса с кинетической энергией различна для нерелятивистского случая (когда кинетическая энергия частицы много меньше ее энергии покоя E_0) и для релятивистского случая (когда $K \geq E_0$).

В нерелятивистском случае $P = \sqrt{2m_0K}$, тогда

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0K}}, \quad (3)$$

где m_0 – масса покоя частицы.

В релятивистском случае $P = \frac{1}{c} \sqrt{K(2E_0 + K)}$, тогда

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{K(2E_0 + K)}}, \quad (4)$$

где $E_0 = m_0c^2$ – энергия покоя частицы, c – скорость света.

Опыты показали, что двойственность присуща не только полевой форме материи (например, электромагнитная волна – фотон), но и вещественной форме, т.е. волновыми (наряду с корпускулярными) свойствами обладают также частицы вещества – электроны, протоны, нейтроны, атомы, молекулы и т.д. Поэтому в настоящее время говорят о корпускулярно-волновом дуализме материи.

Уравнение Шредингера

При описании явлений, в которых участвуют микроскопические частицы вещества – электроны, протоны, нейтроны и др., на основе представлений и законов классической физики (механики, электродинамики, волновой оптики и т.д.) встретились затруднения, оказавшиеся непреодолимыми. Для объяснения новых явлений (фотоэффект, дифракция электронов и других частиц и т.д.) потребовались новые представления, которые не укладывались в рамки классической физики, явно противоречили ее основным положениям. Со временем отдельные разрозненные предположения и гипотезы, возникшие в различных областях атомной физики, были связаны между собой и привели к формированию единой физической теории, получившей название квантовой физики.

Важнейшими свойствами квантовых объектов являются следующие:

- 1) существование у частиц корпускулярных и волновых свойств, неотделимых друг от друга и несводимых друг к другу;
- 2) существование у физических систем дискретного спектра устойчивых состояний, что следует, например, из дискретного спектра излучения атомов.

Корпускулярные свойства заключаются в том, что каждая частица имеет некоторую сосредоточенную в малом объеме энергию и импульс; при взаимодействии частиц между собой соблюдаются законы сохранения и импульса.

Волновые свойства заключаются в том, что траектория частицы определяется некоторой связанной с ней волной, распространение которой подчинено принципу Гюйгенса и для которой соблюдается принцип суперпозиции. Однако это утверждение требует расшифровки, какова природа этих волн, какая физическая величина характеризует эти волны и изменяется в соответствии с волно-

вым уравнением, каким образом поведение частицы связано со значениями этой величины в различных точках пространства, т.е. как взаимодействуют между собой «волна» и «частица». Заметим, что для одной из частиц – фотона – частота колебаний связана с энергией, а длина волны – с импульсом частицы.

Однако для электронов, протонов, нейтронов и других частиц волны, которые были бы ответственны за дифракцию и в тоже время доступны непосредственному изучению при помощи соответствующей физической аппаратуры, не обнаружены. Отсюда следует, что волны де Бройля (волны частиц) имеют специфическую квантовую природу, не имеющую аналогии в классической физике.

Для описания волновых свойств квантовых частиц введем некоторую функцию $\Psi(x,y,z,t)$, называемую волновой функцией (или пси-функцией). Волны де Бройля получили своеобразное статистическое (вероятностное) истолкование. Физический смысл имеет не сама функция Ψ , а квадрат ее модуля. Величина $|\Psi|^2$ имеет смысл плотности вероятности

$$\frac{d\omega}{dV} = |\Psi|^2. \quad (5)$$

Из (5) следует: вероятность $d\omega$ того, что частица находится в элементе объема dV , пропорциональна $|\Psi|^2$ и элементу объема dV .

Из вышесказанного следует, что в квантовой физике возникает важнейшая проблема – отыскание такого уравнения движения квантовых частиц, которое явилось бы тем же, чем является уравнение движения Ньютона для классической механики. При этом искомое уравнение должно быть уравнением относительно функции $\Psi(x,y,z,t)$. Это уравнение было найдено в 1926 г. Э. Шредингером и имеет следующий вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta \Psi + U(x,y,z,t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}. \quad (6)$$

Здесь $\hbar = h/2\pi$ – постоянная Дирака, $U(x,y,z,t)$ – потенциальная энергия частицы в силовом поле, где частица движется, $\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа, i – мнимая единица.

Из-за присутствия в уравнении (6) мнимой единицы волновые функции Ψ , удовлетворяющие этому уравнению, всегда комплексны. Поэтому сами эти функции не наблюдаемы. Измеримы только квантовомеханические вероятности, всегда содержащие функции Ψ в произведениях совместно с комплексно сопряженными им величинами.

Уравнение (6) справедливо для любой частицы, движущейся со скоростью $v \ll c$. В релятивистской области движения при $v \sim c$ уравнение Шредингера заменяется более сложным уравнением Дирака.

Уравнение (6) называют нестационарным (временным) уравнением Шредингера, ибо оно содержит производную от функции Ψ по времени. Однако для

большого числа физических явлений, происходящих в микромире, например, для описания поведения электронов в атоме, в ряде случаев важно находить стационарные решения уравнения Шредингера, не содержащие времени. В этом уравнении должна быть исключена зависимость Ψ от времени.

Стационарное уравнение Шредингера обычно записывают в форме

$$\Delta \psi + \frac{2m_0}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0 . \quad (7)$$

Здесь E – полная энергия частицы, $\Psi = \Psi(x, y, z)$.

Уравнение (7) является важнейшим соотношением нерелятивистской квантовой физики, играющим основную роль в атомной физике.

Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Физические величины никогда не могут быть измерены абсолютно точно. Всегда есть некоторая ошибка измерений. Ошибка называется также неточностью или неопределенностью, причем последний термин используется преимущественно только в квантовой физике.

В классической физике не было принципиальных ограничений на точность измерений. Считалось, что при достаточно совершенной аппаратуре все величины, характеризующие физическую систему, могут быть измерены со сколь угодно точностью. Этот взгляд подтверждался всеми опытными фактами макроскопической физики. Но, как выяснилось, для микроскопических систем неограниченное повышение точности измерений имеет место не всегда. В ряде случаев существуют принципиальные ограничения на точность измерения физических величин. Эти ограничения не определяются совершенством измерительной техники. Каждое из них является фундаментальным свойством материи. Но проявление этих свойств существенны только в микроскопических системах. Принципиальные ограничения на точность измерения физических величин называются соотношениями неопределенностей. Впервые они были сформулированы в 1927 г. В. Гейзенбергом.

Наиболее важными являются два соотношения неопределенностей.

Первое ограничивает точность одновременного измерения координат частицы и соответственных компонент ее импульса. Эти соотношения выглядят так:

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta P_x &\geq \hbar \\ \Delta y \Delta P_y &\geq \hbar \\ \Delta z \Delta P_z &\geq \hbar . \end{aligned} \quad (8)$$

Второе соотношение устанавливает предел точности измерения энергии за данный промежуток времени. Оно имеет вид

$$\Delta t \Delta E \geq \hbar , \quad (9)$$

где Δt – длительность измерения энергии, а ΔE – ее неопределенность.

Соотношения (8) означают, что если, например, местоположение частицы по координатной оси x известно с точностью Δx , то в тот же момент времени x компоненту импульса частицы можно измерить только с точностью $\Delta P_x \approx \hbar/\Delta x$. Согласно (9) для измерения энергии с точностью до ΔE необходимо время, не меньшее чем $\Delta t \approx \hbar/\Delta E$. Отличие \hbar от нуля исключает обращение в нуль неопределенностей в импульсе и энергии при заданных Δx и Δt . Только переход к классической физике, при котором $\hbar \rightarrow 0$, снимает ограничения на точность измерений.

Соотношения неопределенностей являются следствием объективно существующей двойственности частиц микромира – наличия у них корпускулярных и волновых свойств. Эти соотношения свидетельствуют об объективно существующих ограничениях в возможности описания поведения микрообъектов с помощью, например, классических понятий координат и импульсов. В частности, эти соотношения исключают движение квантовых частиц по траекториям, т.к. для существования траектории требуется, чтобы одновременно можно было точно задать x и v_x (т.е. P_x). Но именно это и запрещается соотношением неопределенностей.

Примеры решения задач

Задача 1. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов U . Найти длину волны де Бройля λ для двух случаев: 1) $U_1 = 51$ В; 2) $U_2 = 510$ кВ.

| | |
|----------------------------|--|
| Дано: | Решение. Работа сил электрического поля равна изменению кинетической энергии электрона $A = \Delta K = K_2 - K_1$. Здесь $A = eU$, а $\Delta K = K_2 = K$, так как $K_1 = 0$, то есть $K = eU$. |
| $U_1 = 51$ В | |
| $U_2 = 510$ кВ | |
| $\lambda_1, \lambda_2 - ?$ | |

Теперь необходимо определить характер движения электрона, нерелятивистский или релятивистский

$$E_0 = m_0 c^2 = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,19 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = 0,51 \text{ МэВ.}$$

В первом случае $K_1 = eU_1 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 51 = 8,16 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 51 \text{ эВ}$. Во втором случае $K_2 = eU_2 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5,1 \cdot 10^5 = 8,16 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} \approx 51 \cdot 10^4 \text{ эВ} = 0,51 \text{ МэВ}$.

Следовательно: в первом случае $K_1 \ll E_0$ – нерелятивистское движение электрона и его длину волны де Бройля λ_1 необходимо рассчитывать по формуле (3), во втором случае $K_2 \approx E_0$ – релятивистское движение и λ_2 рассчитывается по формуле (4).

Принимая во внимание то, что $K_1 = 0,51 \cdot 10^{-4} \text{ МэВ} = 10^{-4} E_0$, а $K_2 = E_0$, считаем λ_1 и λ_2 .

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2 m_0 K_1}} = \frac{h}{\sqrt{2 \frac{E_0}{c^2} 10^{-4} E_0}} = \frac{10^{-2} hc}{\sqrt{2} E_0} =$$

$$= \frac{10^2 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\sqrt{2} \cdot 8,19 \cdot 10^{-14}} = 1,71 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 171 \text{ нм} .$$

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\sqrt{K_2(2E_0 + K_2)}} = \frac{hc}{\sqrt{E_0(2E_0 + E_0)}} = \frac{hc}{\sqrt{3}E_0} =$$

$$= \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\sqrt{3} \cdot 8,19 \cdot 10^{-14}} = 1,40 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 1,40 \text{ нм} .$$

Задача 2.. Волновая функция $\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$ описывает основное состояние частицы в бесконечно глубоком прямоугольном ящике шириной l . Вычислить вероятность нахождения частицы в малом интервале $\Delta l = 0,01l$ в двух случаях: 1) вблизи стенки ($0 \leq x \leq \Delta l$); в средней части ящика ($\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2}$.)

Дано:

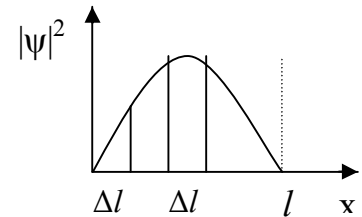
$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$$

$$\Delta l = 0,01l$$

ω - ?

Решение. Вероятность того, что частица будет обнаружена в интервале dx , согласно соотношению (5) запишется в виде: $d\omega = |\Psi|^2 dV$. В первом случае вероятность найдется интегрированием в пределах от

$$0 \text{ до } 0,01l: \quad \omega_1 = \frac{2}{l} \int_0^{0,01l} \sin^2\left(\frac{\pi}{l}x\right) dx .$$



Знак модуля опущен, т.к. Ψ - функция, в данном случае, не является комплексной. Так как x изменяется в интервале ($0 \leq x \leq 0,01l$) и, следовательно, $\pi x / l \ll 1$, справедливо приближенное

равенство $\sin^2\left(\frac{\pi}{l}x\right) \approx \left(\frac{\pi}{l}x\right)^2$. С учетом этого искомая вероятность

примет вид:

$$\omega_1 = \frac{2}{l} \int_0^{0,01l} \left(\frac{\pi}{l}x\right)^2 dx = \frac{2\pi^2}{l^3} \frac{x^3}{3} \Big|_0^{0,01l} = \frac{2\pi^2}{3} 10^{-6} = 6,6 \cdot 10^{-6} .$$

Во втором случае можно обойтись без интегрирования, так как квадрат модуля волновой функции вблизи ее максимума в заданном малом интервале ($\Delta l = 0,01l$) практически не изменяется. Искомая вероятность во втором случае определяется выражением

$$\omega_2 = \left|\Psi\left(\frac{l}{2}\right)\right|^2 \Delta x = \frac{2}{l} \sin^2\left(\frac{\pi}{l} \frac{l}{2}\right) \Delta l = \frac{2}{l} \cdot 1^2 \cdot 0,01l = 0,02 .$$

Из сравнения видно, что $\omega_1 \ll \omega_2$ и, следовательно, частица с наибольшей вероятностью находится в средней части ящика.

Задача 3. Кинетическая энергия K электрона в атоме водорода составляет величину порядка 10 эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные размеры атома.

| | |
|---------------------------------|---|
| Дано: $K = 10$ эВ $l - ?$ | Решение. Для решения воспользуемся соотношением неопределенностей (8) $\Delta x \cdot \Delta P_x \geq \hbar$. Из соотношения неопределенностей следует, что чем точнее определяется |
|---------------------------------|---|

положение частицы в пространстве, тем более неопределенным становится импульс, а, следовательно, и энергия частицы. Пусть атом имеет линейные размеры l , тогда электрон атома будет находиться где-то в пределах области с неопределенностью $\Delta x = l/2$. Соотношение неопределенностей можно записать в этом случае в виде:

$$\frac{l}{2} \cdot \Delta P_x \geq \hbar,$$

откуда

$$l \geq \frac{2 \hbar}{\Delta P_x}.$$

Физическая разумная неопределенность импульса ΔP_x , во всяком случае, не должна превышать значения самого импульса P_x , то есть $\Delta P_x \leq P_x$. Импульс P_x связан с кинетической энергией K соотношением

$$P_x = \sqrt{2m_0K}.$$

Заменим ΔP_x на P_x (такая замена не увеличит l). Переходя от неравенства к равенству, получим

$$l_{\min} = \frac{2\hbar}{\sqrt{2m_0K}} = \frac{2 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-18}}} = 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 124 \text{ пм}.$$

Задача 4. Какой кинетической энергией должен обладать протон, чтобы длина волны де Бройля протона λ_B равнялась его комптоновской длине волны λ_C ?

| | |
|---|---|
| Дано: $\lambda_B = \lambda_C$ $K - ?$ | Решение. Длина волны де Бройля и комптоновская длина волны определяются по формулам: $\lambda_B = h/p$, $\lambda_C = h/m_0c$. Импульс движущегося протона |
|---|---|

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Так как $\lambda_D = \lambda_C$, то $p = m_0 c = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$,

Откуда $\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, следовательно $\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{2}$. Кинетическая энергия протона $K = E - E_0$, где $E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ - полная энергия протона, $E_0 = m_0 c^2$ - его энергия покоя.

Окончательно

$$K = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) = E_0 (\sqrt{2} - 1) = 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} \cdot 0,41 = 6,23 \cdot 10^{-11} \text{ Дж} = 389 \text{ МэВ}.$$

Задача 5. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии равно 12 нс. Вычислите минимальную неопределенность длины волны $\lambda = 0,12$ мкм излучения при переходе атома в основное состояние.

| | |
|---|---|
| <p>Дано: $\Delta t = 12$ нс $\lambda = 0,12$ мкм $\Delta \lambda - ?$</p> | <p>Решение. Энергия излучаемого фотона $E = hc/\lambda$. Продифференцируем E по λ:</p> $dE = -hc \frac{d\lambda}{\lambda^2}, \text{ или } \Delta E = -\frac{hc}{\lambda^2} \Delta \lambda.$ |
|---|---|

Из соотношения неопределенностей Гейзенберга для энергии и времени $\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$ выразим ΔE . $\Delta E = \frac{h}{2\pi \Delta t}$, здесь ΔE и Δt - неопределенность энергии и времени.

Приравняем выражения для ΔE :

$$\frac{hc}{\lambda^2} \Delta \lambda = \frac{h}{2\pi \Delta t},$$

откуда

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{2\pi c \Delta t} = \frac{1,2^2 \cdot 10^{-14}}{6,28 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,2 \cdot 10^{-8}} = 6,4 \cdot 10^{-16} \text{ м}.$$

Задача 6. Электрон находится в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы $l = 1$ нм. Определите наименьшую разность энергетических уровней электрона.

| | |
|--|---|
| <p>Дано: $l = 1$ нм $\Delta E_{min} - ?$</p> | <p>Решение. Энергия электрона E_n, находящегося в потенциальной яме шириной l, на n-м энергетическом уровне определяется по формуле</p> |
|--|---|

$$E_n = \frac{h^2}{8ml^2} n^2.$$

Разность $\Delta E_{n,n+1}$ энергий электрона на соседних n и $(n+1)$ -м уровнях равна

$$\Delta E_{n,n+1} = \frac{h^2}{8ml^2} (2n + 1).$$

Очевидно, что ΔE будет минимальна при $n = 1$.

$$\Delta E_{min} = \frac{3 \cdot 6,63^2 \cdot 10^{-68}}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-18}} = 1,8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,1 \text{ эВ}.$$

2-91. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля была равна 0,1 нм?

2-92. Найдите длину волны де Бройля электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 510 В.

2-93. Какую энергию необходимо дополнительно сообщить электрону, чтобы его дебройлевская длина волны уменьшилась от 100 пм до 50 пм?

2-94. Найдите длину волны де Бройля протона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 1 кВ

2-95. Найдите длину волны де Бройля нейтрона с энергией 0,025 эВ

2-96. Определите длину волны де Бройля для электрона с энергией 1 эВ.

2-97. Для заряженной частицы, ускоренной разностью потенциалов 200 В, длина волны де Бройля равна 2,02 пм. Найдите массу этой частицы, если ее заряд равен заряду электрона.

2-98. Определите длину волны де Бройля электрона, движущегося со скоростью 1 Мм/с.

2-99. Найти длину волны де Бройля для шарика массой 1 г, движущегося со скоростью 1 см/с.

2-100. Найти длину волны де Бройля для тела массой 1 кг, движущегося со скоростью 10 мм/с.

2-101. Электрон с кинетической энергией 4 эВ локализован в области размером 1 мкм. Оцените, с помощью соотношения неопределенностей, относительную неопределенность его скорости.

2-102. Свободная частица движется со скоростью U . Доказать, что выполняется соотношение $V_{\text{фаз}} \cdot U = C$ (C - скорость света в вакууме).

2-103. Электрон движется в атоме водорода по первой боровской орбите. Принимая, что допускаемая неопределенность скорости составляет 1% от ее числового значения, определить неопределенность координаты электрона.

2-104. Положение свободного электрона определяется с точностью 10^{-4} см. Оцените неопределенность скорости электрона.

2-105. Покажите, что если неопределенность координаты частицы равна дебройлевской длине волны частицы, то неопределенность скорости частицы сравнима с полной величиной ее скорости.

2-106. Вычислите (в нанометрах) неопределенность радиуса орбиты электрона, движущегося в атоме водорода со скоростью $V = 1,5 \cdot 10^6$ м/с, если относительная неопределенность скорости (dV/V) составляет 10%.

2-107. Электрон с кинетической энергией 15 эВ находится в металлической пылинке диаметром 1 мкм. Оцените с помощью соотношения неопределенностей относительную неопределенность скорости электрона.

2-108. Параллельный пучок электронов с энергией 10 эВ падает нормально на диафрагму с узкой щелью шириной 10 нм. Оцените, с помощью соотношения неопределенностей, относительную неопределенность импульса электронов, проходящих сквозь щель.

2-109. Во сколько раз дебройлевская длина волны частицы меньше неопределенности координаты частицы, если относительная неопределенность импульса составляет 0,1%?

2-110. Вычислить длину волны де Бройля для α - частицы, нейтрона и молекулы азота, движущихся с тепловой скоростью при температуре 30 °С.

2-111. Доказать, что для атома водорода на боровских орбитах укладывается целое число длин волн де Бройля. Определить длины этих волн на первой и третьей орбитах.

2-112. Электрон, движущийся со скоростью 5000 км/с, попал в ускоряющее поле с напряженностью 10 В/см. Какое расстояние он прошел в поле, если длина волны де Бройля стала равна 1 \AA .

2-113. Опираясь на соотношение неопределенностей для ΔP_x и ΔX , найдите аналогичное соотношение для ΔW (неопределенность в определении энергии) и Δt (неопределенность промежутка времени).

2-114. Вычислить длину волны де Бройля электрона, протона и атома урана, имеющих одинаковую кинетическую энергию 1000 эВ.

2-115. Найти длину волны де Бройля, соответствующую их наиболее вероятной скорости при 20 °С.

2-116. Найти длину волны де Бройля для атома водорода, движущегося при температуре 20 °С с наиболее вероятной скоростью.

2-117. Найти длину волны де Бройля для атома водорода, движущегося со средней квадратичной скоростью при температуре 300 К.

2-118. α – частица движется по окружности радиусом 0,83 см в однородном магнитном поле, напряженность которого равна 250 Э. Найти длину волны де Бройля для этой частицы.

2-119. Вычислить длину волны де Бройля для электрона и протона, если энергия частиц составляет 8 МэВ.

2-120. Фазовая скорость определяется выражением: $v = \omega/k$. Найдите выражение фазовой скорости волны де Бройля для нерелятивистского случая.

6. Вопросы физических диктантов

№ 1. Интерференция световых волн

1. Что называется электромагнитной волной? Какие векторы и как в ней колеблются?
2. Какие волны называются когерентными?
3. Дайте определение интерференции световых волн?

4. Что называется геометрической и оптической разностью хода двух лучей?
5. Формула для вычисления максимумов интерференции.
6. Формула для вычисления минимумом интерференции.
7. Формула для определения ширины интерференционного максимума.
8. Формула для определения оптической разности хода в тонкой пленке:
 - а) в отраженном свете;
 - б) в проходящем свете.
9. Радиус колец Ньютона в отраженном свете.

№2. Дифракция света

1. Сформулируйте принцип Гюйгенса-Френеля.
2. Что называется дифракцией? Условия ее наблюдения.
3. Что такое зона Френеля?
4. Запишите условие минимума и максимума для круглого отверстия.
5. Условия минимумов и максимумов от двух щелей.
6. Условие максимума дифракционной решетки. Ее разрешающая способность.
7. Формула Вульфа-Брэгга для дифракции рентгеновских лучей.

№3. Поляризация света

1. Какой свет называется естественным ?
2. Какой свет называется поляризованным ?
3. Что происходит с интенсивностью естественного света при прохождении его через поляризатор?
4. Закон Малюса.
5. Что такое дихроизм?
6. Закон Брюстера.
7. Какие вещества называются оптически активными?
8. Формула для вычисления угла поворота плоскости поляризации оптически – активными веществами.

№4. Тепловое излучение

1. Какое излучение называется тепловым?
2. Особенности теплового излучения.
3. Излучательная способность.
4. Поглощательная способность.
5. Что такое абсолютно черное тело?
6. Сформулируйте закон Стефана – Больцмана.
7. Законы Вина.

8. Формула Планка.

№5. Квантовые свойства излучения

1. Что такое квант энергии? Его масса.
2. Какие явления объясняются квантовой природой излучения?
3. Формула Эйнштейна для фотоэффекта.
4. В чем заключается явление Комптона?
5. Формула для комптоновской длины волны.

№6. Строение атома. Рентгеновское излучение

1. Сформулируйте первый постулат Бора.
2. Запишите условия стационарности орбит.
3. Второй постулат Бора.
4. Формула Бальмера для излучения атома водорода.
5. Что означает число n_2 в формуле Бальмера?
6. Чему должно быть равно значение n_2 , чтобы атом стал ионом?
7. Какие виды рентгеновских излучений известны?
8. Формула для границы тормозного рентгеновского спектра.
9. Закон Мозли для характеристического излучения.

№7. Волновые свойства микрочастиц

1. Что называется длиной волны де Бройля?
2. Какой смысл вкладывается в понятие длины волны де Бройля?
3. Запишите формулы для соотношения неопределенностей координат и проекций импульсов.
4. Формула соотношения неопределенностей для энергии и времени.
5. Физический смысл волновой функции.
6. Что значит решить уравнение Шредингера?

7. Приложение “Таблица физических констант”

| Наименование, обозначение | Числовое значение |
|-------------------------------|-------------------------------------|
| Скорость света в вакууме, c | $3 \cdot 10^8$ м/с |
| Заряд электрона, e | $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл |
| Масса покоя электрона, m_e | $9,11 \cdot 10^{-31}$ кг |
| Масса покоя протона, m_p | $1,67 \cdot 10^{-27}$ кг |
| Постоянная Планка, h | $6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с |
| Постоянная Ридберга, R | $1,1 \cdot 10^{-7}$ м ⁻¹ |
| Боровский радиус, a_0 | $0,53 \cdot 10^{-10}$ м |

| | | |
|-----------------------------------|----------|---|
| Постоянная Больцмана, σ | Стефана- | $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ |
| Постоянная Вина, b | | $2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ |
| | | |

8. Литература

1. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. - М: Наука, 1973.
2. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. - М.: Наука, 1979.
3. Воробьев И.И. и др. Задачи по физике. – М.: Наука, 1988.
4. Сахаров Д.И. Сборник задач по физике. –М.: Учпедгиз, 1958.
5. Куликов А.С. Сборник задач по общей физике. – М.: Высшая школа, 1964.