

Глава

13

Введение в автоматизированное проектирование устройств СВЧ и антенн

13.1(*). Основные термины и определения	557
13.2(*). Принцип декомпозиции в системах машинного проектирования	559
13.3(*). Формализация устройств СВЧ и антенн	561
13.4(*). Расчёт дескрипторов сложных схем СВЧ и антенн	566
13.5(*). Принцип многоуровневой модели базового элемента в системах машинного проектирования	571
13.6(*). Принцип параметрического синтеза в системах машинного проектирования	574
13.7(*). Роль вычислительной электродинамики в системах машинного проектирования	575

^{*)} Символом «*» отмечены разделы и параграфы для самостоятельного и углубленного изучения материала.

Глава 13(*). Введение в автоматизированное проектирование устройств СВЧ и антенн

13.1(*). Основные термины и определения

С появлением СВЧ гибридных интегральных микросхем (ГИС) машинное проектирование стало неотъемлемым этапом разработки СВЧ устройств. Процесс разработки таких устройств в последнее время существенно усложнился из-за появления большого числа разнообразных активных и пассивных СВЧ элементов, возрастания сложности новых систем и необходимости более тщательного и точного проектирования. Вопрос ещё более усложняется из-за того, что возможности подстройки и регулировки ГИС СВЧ после изготовления ограничены.

В настоящей главе даются общие понятия и технические приёмы, используемые при машинном анализе и проектировании СВЧ устройств и антенн.

Любая задача машинного проектирования состоит из трёх важных этапов — моделирования, анализа и оптимизации. Ниже подробно рассматриваются только первые два этапа.

К настоящему времени в технике СВЧ сформировались три направления процесса разработки устройств СВЧ и излучающих антенн с использованием ЭВМ:

- автоматизированное проектирование (АП);
- автоматическое проектирование (АП);
- система автоматизированного или автоматического проектирования (САПР, САПР).

Автоматизированное проектирование — это проектирование, при котором отдельные преобразования описаний объекта и (или) алгоритма его функционирования или алгоритма процесса, а также представление описаний на различных языках программирования осуществляется посредством взаимодействия человека и ЭВМ.

Автоматическое проектирование — это проектирование, при котором все описания объекта и (или) алгоритма его функционирования или алгоритма процесса, а также представление описаний на различных языках осуществляется посредством без участия человека.

Система автоматизированного (автоматического) проектирования — это комплекс средств автоматизации проектирования, взаимосвязанных с необходимыми подразделениями проектной организации или коллективом специалистов — пользователей системы, выполняющих автоматизированное (автоматическое) проектирование.

При АП пользователь благодаря разработанной ранее математической модели (алгоритма) объекта, позволяющей определить его выходные параметры по изве-

ственным входным, имеет возможность с помощью ЭВМ рассчитать большое число вариантов (решений) и выбрать из них наилучший. В этом варианте выходные параметры объекта являются в определённом смысле самыми близкими к заданным, но, вообще говоря, не оптимальными. Следовательно, АП, существенно облегчая процесс разработки, не обеспечивает оптимального решения задачи.

При АТ, согласно определению, реализуется оптимальное решение задачи. Это возможно только в случае, если в алгоритм проектирования введена обратная связь между выходными и входными параметрами объекта и происходит управление последними по определённому закону (алгоритму). Создание такого алгоритма, осуществляющего выбор оптимального варианта, является сложной творческой задачей, с которой необходимо справиться разработчику объекта. И, наконец, САПР (САТД), как видно из определения, помимо собственно АП (АТ) должна обеспечить выпуск конструкторской и технологической документации (схем, чертежей и т.п.), которым, как известно, и заканчивается процесс разработки любого объекта. Это очень сложная задача. Таким образом, САПР (САТД) характеризуется формализованным входом (исходные технические требования на проектируемое устройство) и неформализованным выходом (конструкторская и технологическая документация объекта).

Основными задачами САПР являются:

- автоматизированный анализ математических моделей и выбор оптимальных параметров;
- автоматизированное накопление, хранение и оперативная коррекция и выдача данных, используемых в процессе проектирования;
- автоматизированное использование информации, полученной на отдельных стадиях проектирования;
- автоматизированный выпуск конструкторской и технической документации;
- планирование и проведение натурного эксперимента и обработка его результатов;
- автоматизированное управление ходом технологического процесса.

Система автоматизированного проектирования строится принципиально в виде «человеко-машинной» системы, где проектировщик выполняет наиболее творческую функцию по выбору и принятию решений, а ЭВМ поручается рутинная и трудоёмкая работа по получению и запоминанию вариантов решений на всех стадиях проектирования. Автоматизированное проектирование не исключает проектировщика из процесса проектирования, а отбирает у него те процедуры, которые им делаются непроизводительно.

Там, где нужны точность, память и быстродействие в вычислениях, повторяемость результатов и процедур проектирования, используются технические средства. Когда решение задачи требует интуиции, опыта и принятия решения в ситуации, до конца не определённой, то работа возлагается на человека. В этом и заключается общий принцип оптимального распределения функций проектирования между проектировщиком и техническими средствами.

Процесс создания АТ, АП, САТД и САПР основывается на следующих принципах:

- декомпозиции;
- многоуровневой физической и математической моделей;
- параметрического синтеза;
- формализованного входа и неформализованного выхода (только в САПР).

13.2(*). Принцип декомпозиции в системах машинного проектирования

Предварительно необходимо подчеркнуть, что реальные устройства СВЧ конфигурационно сложны и могут быть относительно велики в волновом масштабе. Известно, что при любом способе алгоритмизации краевой задачи усложнение формы области и увеличение её размеров быстро ведут к росту вычислительных трудностей. Не только при современном состоянии вычислительных средств, но и в будущем всегда найдутся такие реальные устройства, формализация которых посредством решения единой краевой задачи окажется совершенно бесперспективной. Поэтому математическое моделирование устройств СВЧ невозможно без такого подхода к сложным объектам, который позволяет сводить их к совокупности относительно простых элементов, допускающих независимый анализ.

Таким образом, при проектировании сложного устройства СВЧ неизбежно возникает необходимость его формального расчленения, то есть *декомпозиции* на более простые объекты, получившие название *базовых элементов* (БЭ). Причём, под БЭ будем понимать электродинамическую структуру (открытую, закрытую) или СВЧ-многополюсник, для которых известен их *дескриптор*, например, матрица рассеяния. Типичными представителями БЭ могут, например, служить: отрезки и различные виды соединений линий передачи, переключатели и циркуляторы, фазовращатели и фильтры, которые входят в состав сложного тракта. Заметим, что электродинамической структуре при определённых физических допущениях всегда можно поставить в соответствие некоторый эквивалентный СВЧ-многополюсник.

Принцип декомпозиции является наиболее перспективным для задач большой размерности. Применение декомпозиции позволяет решать задачи в приемлемые сроки при эффективном использовании всех ресурсов ЭВМ.

Отметим, что далеко не всегда легко расчленить устройство на простые БЭ. Например, в активных фазированных решётках (ФАР) имеется много узлов, входящих одновременно в приёмный и передающий тракты. Поэтому здесь одним из БЭ является достаточно сложный объект — приёмопередающий модуль решётки. В других случаях базовый элемент может конструктивно самостоятельно не существовать, но существенно влиять на физические процессы, протекающие в устройстве, например, нерегулярность, возникающая при соединении двух волноводных или полосковых линий передачи разного поперечного сечения. Вместе с тем, во всех случаях выходные параметры предыдущего БЭ обязательно входят в исходные данные для проектирования последующего БЭ.

Рассмотрим пример декомпозиции сложного устройства, показанного на рис. 13.1. Математическая модель считается построенной, если в конечном счёте полу-

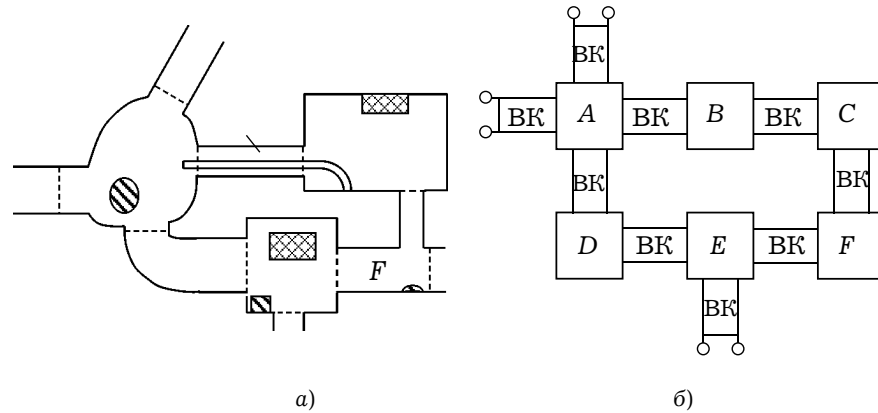


Рис. 13.1

чен её *дескриптор*, например матрица рассеяния. Очевидно, что непосредственно дескриптор этого устройства записать нельзя.

Посредством декомпозиции сложное устройство СВЧ расчленяется на автономные блоки (АБ), для которых могут быть решены соответствующие краевые задачи и определены дескрипторы (матрицы рассеяния, проводимостей и сопротивлений). Процедура нахождения дескриптора всего устройства сводится к процессу объединения матриц рассеяния БЭ с помощью методов теории цепей и описана в разделе 13.4.

Поясним принцип декомпозиции (рис. 13.1а). Штриховыми линиями на рисунке отмечены плоскости, рассекающие объект на части (блоки) A, B, C, \dots . Всякую смежную границу двух блоков можно рассматривать как поперечное сечение волнового канала (ВК), причём для волноводного устройства такое толкование тривиально; понятие ВК в общем случае вводится в разделе 13.3. Следовательно, декомпозиция приводит к следующей эквивалентной схеме сложного устройства (рис. 13.1а): совокупность БЭ A, B, C, D, E, F соединённых между собой волновыми каналами (рис. 13.1б). Причём, поперечным сечениям, показанным на рис. 13.1а штриховыми линиями, поставлены ВК, описывающие волновые процессы между соседними БЭ. На рис. 13.1б показана эквивалентная схема устройства, показанного на рис. 13.1а. Будем считать, что выделенные блоки A, B, C, \dots имеют дескрипторы, построенные по отношению к указанным каналам, например, в виде матриц рассеяния S_A, S_B, S_C, \dots . Если последние известны, то нетрудно получить дескриптор устройства в целом без всякой потери информации о связи выделенных блоков. Иными словами, части A, B, C, \dots являются *автономными блоками* (АБ).

Возможно использование двух уровней декомпозиции:

- расчленение устройства на укрупнённые БЭ и применение затем специальных алгоритмов их объединения;
- расчленение укрупнённых элементов на простые БЭ, процессы в которых можно анализировать, решая соответствующую краевую задачу для уравнений Максвелла, или с помощью тех или иных эквивалентных схем.

Например, при анализе некоторых ИС СВЧ целесообразно использовать так называемые схемы замещения БЭ, состоящие только из отрезков соединительных линий и сосредоточенных R , C и L элементов. Подобные БЭ удобно характеризовать матрицей их параметров (рассеяния, проводимостей, сопротивлений). Объединение двух или более таких элементов сводится к определению методами теории цепей эквивалентной матрицы параметров, рассчитываемой по известным матрицам простейших БЭ.

Таким образом, принцип декомпозиции при машинном проектировании СВЧ устройств и антенн сводится к процедуре их разбиения на БЭ с известными дескрипторами, соединённые между собой ВК.

13.3(*). Формализация устройств СВЧ и антенн

Выше было показано, что любое сложное устройство СВЧ может быть представлено в виде совокупности БЭ, соединённых между собой ВК. Следовательно, о формализации можно говорить как на уровне БЭ, так и на уровне всего устройства СВЧ или антенны.

В основе формализации устройств СВЧ и антенн лежат такие понятия как *волновой канал*, «чёрный ящик» и *дескриптор*.

13.3.1. Волновой канал. Понятие ВК вводится для описания связи между соседними БЭ при декомпозиции сложного устройства или антенны. Будем использовать понятие о ВК в широком смысле слова. Примером обычного ВК может служить любая линия передачи, например, полый прямоугольный волновод. Под ВК в широком смысле слова будем понимать формальную операцию при построении математической модели электродинамической системы. Наиболее распространённым типом ВК является продольно-однородная электродинамическая система, то есть та, которая не изменяет своей структуры вдоль некоторого направления (обозначаемого здесь символом z).

Простейшей продольно-однородной электродинамической системой (ВК) может служить продольно-однородная изотропная среда. Электромагнитное поле, распространяющееся вдоль некоторого направления z в виде плоской волны общего вида описывается следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{z}_0 E_z + \frac{1}{\chi^2} \nabla_{\perp} \frac{\partial E_z}{\partial z} - \frac{i\omega\mu\mu_0}{\chi^2} [\nabla_{\perp} H_z, \vec{z}_0] \\ \vec{z}_0 H_z + \frac{1}{\chi^2} \nabla_{\perp} \frac{\partial H_z}{\partial z} - \frac{i\omega\varepsilon\varepsilon_0}{\chi^2} [\vec{z}_0, \nabla_{\perp} H_z] \end{pmatrix}, \quad (13.3.1)$$

где $\chi^2 = k^2 - \gamma^2$, проницаемости ε , μ могут быть функциями поперечных координат, а символ « \perp » означает исключение дифференцирования по z в операторах.

При записи (13.3.1) подразумевается продольная зависимость типа бегущей волны: $\exp\{\pm i\gamma z\}$. Плоские неоднородные волны, описываемые (13.3.1), имеют как электрическую, так и магнитную продольные компоненты. Различают следующие частные классы: T -волны ($E_z = H_z \equiv 0$), E -волны ($H_z \equiv 0$), H -волны ($E_z \equiv 0$).

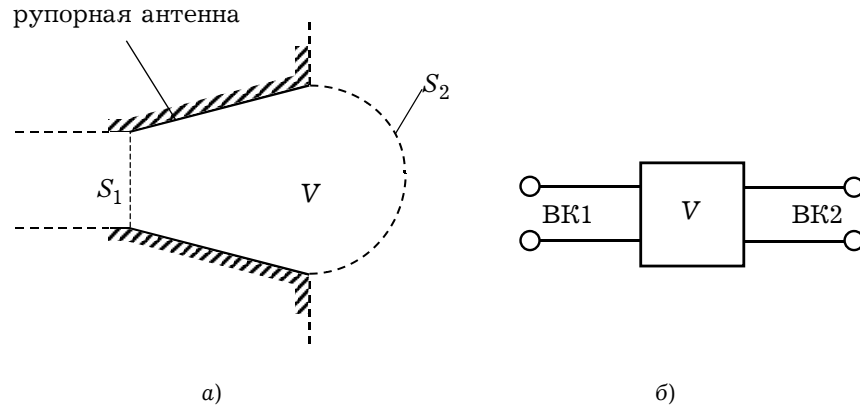


Рис. 13.2

Можно показать, что произвольное электромагнитное поле в ВК, удовлетворяющее однородным (источники отсутствуют) уравнениям Максвелла, представимо в виде суммы его собственных волн, то есть всех решений типа (13.3.1). Таким образом, под ВК будем понимать продольно-однородную электродинамическую систему, которая является волноведущей структурой вдоль некоторого направления z , имеющей в общем случае некоторый набор собственных волн.

Из вышеприведённого определения ВК следуют рекомендации для декомпозиции сложного устройства СВЧ. Так, например, плоскости (штриховые линии), расчленяющие объект на рис. 13.1а, должны быть проведены таким образом, чтобы в них (плоскостях) выполнялись соотношения (13.3.1), где под z понимается координата, перпендикулярная к соответствующей плоскости (штриховой линии). Если рассматривается устройство с излучением (например, антенна), необходимо формализовать внешнее пространство как волновой канал. В качестве примера формализации антенны на рис. 13.2а показано представление рупорной антенны: внутренняя область рупора V соединяется с полым волноводом через плоское сечение S_1 и с полусферическим волноводом, формализующим область излучения, через полусферическое сечение S_2 . На рис. 13.2б приведена эквивалентная схема рупорной антенны в виде одного БЭ, соответствующего области V , с двумя ВК: ВК1 описывает связь БЭ с полым волноводом, ВК2 — связь БЭ с внешним пространством через полусферическое сечение S_2 .

13.3.2. Устройство СВЧ как «чёрный ящик». Будем описывать некоторое устройство СВЧ в целом, либо его часть в виде следующей схемы. Представим устройство в виде основной области V с присоединёнными к ней полубесконечными ВК (рис. 13.3), которые граничат с V поперечными сечениями S_α ($\alpha = 1, P$). ВК определим таким образом, чтобы они не создавали никакого излучения, кроме прямой и обратной передачи энергии вдоль одного выделенного направления ξ_α . Область V должна иметь энергетические связи с внешним пространством только через ВК.

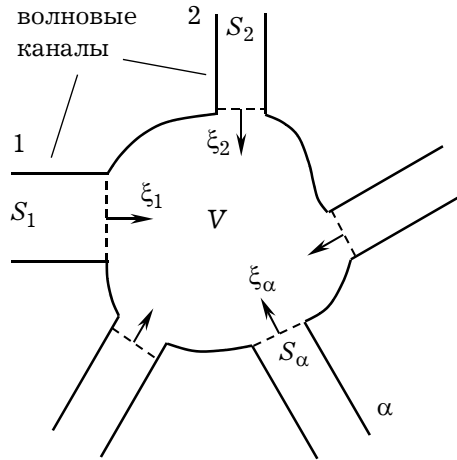


Рис. 13.3

Пусть по одному или нескольким (возможно, по всем) ВК к объекту V приходит «сигнал» в виде системы собственных волн; при этом в каналах распространяются и всевозможные обратные собственные волны, образующие «отклик» объекта. Речь идёт об одном из возможных дифракционных процессов (порождение отклика сигналом) или, можно сказать, об одном из мыслимых режимов рассматриваемого объекта.

Положим, что устройство — линейное, а электромагнитный процесс — монохроматический (круговая частота ω). Символами $c_{n(\alpha)}^\pm$ обозначим комплексные коэффициенты в выражениях для прямых (+) и обратных (-) волн каналов с номерами α , причём n — номер нормальной (собственной) волны в том или ином канале. Коэффициенты $c_{n(\alpha)}^\pm$ выбираются таким образом, чтобы на входных сечениях S_α поле сигнала $\vec{E}_\alpha^{n(\alpha)}, \vec{H}_\alpha^{n(\alpha)}$ и поле отклика $\vec{E}_\alpha^{(-)}, \vec{H}_\alpha^{(-)}$ в общем случае имеет вид следующих рядов:

$$\begin{pmatrix} \vec{E}_\alpha^\pm \\ \vec{H}_\alpha^\pm \end{pmatrix} = \sum_{n=1}^{+\infty} c_{n(\alpha)}^\pm \begin{pmatrix} \vec{e}_{\pm n(\alpha)} \\ \vec{h}_{\pm n(\alpha)} \end{pmatrix}; \quad \alpha = 1, 2, \dots, P, \quad (13.3.2)$$

где $\vec{e}_{\pm n(\alpha)}, \vec{h}_{\pm n(\alpha)}$ — поле n -ой нормальной (собственной) волны в α -волновом канале. Под прямыми «+» волнами, как обычно, понимают волны, входящие в многополюсник, под обратными «-» — волны, выходящие из многополюсника.

Соотношение (13.3.2) представляет собой разложение полей сигналов $\vec{E}_\alpha^{(+)}, \vec{H}_\alpha^{(+)}$ по собственным (нормальным волнам) прямым волнам $\vec{e}_{n(\alpha)}, \vec{h}_{n(\alpha)}$ ВК с индексом α , а поле сигнала $\vec{E}_\alpha^{(-)}, \vec{H}_\alpha^{(-)}$ — по собственным (нормальным) обратным волнам $\vec{e}_{-n(\alpha)}, \vec{h}_{-n(\alpha)}$. Разложения (13.3.2) записаны с учётом того, что ВК могут обладать невязимыми свойствами, так как в общем случае $\vec{e}_{n(\alpha)} \neq \vec{e}_{-n(\alpha)}, \vec{h}_{n(\alpha)} \neq \vec{h}_{-n(\alpha)}$.

При использовании в качестве ВК с индексом α обычной волноведущей структуры, например, прямоугольного волновода, под $\vec{e}_{n(\alpha)}, \vec{h}_{n(\alpha)}$ следует понимать собственные функции прямоугольного волновода.

В любом ВК имеет смысл учитывать конечное число членов собственных волн. Для определённости в ВК с индексом α будем учитывать N_α собственных волн ($\alpha = 1, P$). Тогда можно ввести два следующих вектора c^+ и c^- :

$$\begin{aligned} \bar{c}^+ &= \{c_{1(1)}^+, c_{2(1)}^+, \dots, c_{N_1(1)}^+, c_{1(2)}^+, c_{2(2)}^+, \dots, c_{N_2(2)}^+, \dots, c_{N_P(P)}^+\}^T, \\ \bar{c}^- &= \{c_{1(1)}^-, c_{2(1)}^-, \dots, c_{N_1(1)}^-, c_{1(2)}^-, c_{2(2)}^-, \dots, c_{N_2(2)}^-, \dots, c_{N_P(P)}^-\}^T, \end{aligned} \quad (13.3.3)$$

где символ «Т» обозначает операцию транспонирования вектора.

Процесс дифракции — формирование отклика под действием сигнала — характеризуется соотношением

$$\bar{c}^- = \tilde{S} \bar{c}^+, \quad (13.3.4)$$

где \tilde{S} — некоторый линейный оператор, называемый *матрицей рассеяния*. С учётом (13.3.2) и (13.3.3) матрица S имеет структуру:

$$\tilde{S} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} S_{11}^{11} & \dots & S_{1N_1}^{11} & | & | & S_{11}^{1P} & \dots & S_{1N_P}^{1P} \\ \dots & \dots & \dots & | & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{N_1 1}^{11} & \dots & S_{N_1 N_1}^{11} & | & \dots & S_{N_1 1}^{1P} & \dots & S_{N_1 N_P}^{1P} \\ \dots & \dots & \dots & | & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{11}^{P1} & \dots & S_{1N_1}^{P1} & | & | & S_{11}^{PP} & \dots & S_{1N_P}^{PP} \\ \dots & \dots & \dots & | & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{N_P 1}^{P1} & \dots & S_{N_P N_1}^{P1} & | & \dots & S_{N_P 1}^{PP} & \dots & S_{N_P N_P}^{PP} \end{array} \right], \quad (13.3.5)$$

то есть матрица \tilde{S} размерности P имеет блочную структуру; каждый из блоков, в свою очередь, является матрицей. Верхние индексы в (13.3.5) определяют номер матричного блока. Произвольный блочный элемент S_{lm} представляет собой следующую матрицу:

$$S_{lm} = \left[\begin{array}{ccc} S_{11}^{lm} & \dots & S_{1N_m}^{lm} \\ \dots & \dots & \dots \\ S_{N_l 1}^{lm} & \dots & S_{N_l N_m}^{lm} \end{array} \right],$$

где N_m определяет число собственных волн в ВК с индексом m , а N_l — число собственных волн в волновом канале с индексом l . Таким образом, элемент S_{lm} определяет элементы матрицы рассеяния \tilde{S} между каналами l (число учитываемых собственных волн — N_l) и m (число учитываемых собственных волн — N_m).

Матрица рассеяния \tilde{S} предопределяет любые возможные режимы описываемого линейного пассивного объекта. Поэтому, если она известна для некоторого устройства СВЧ этого класса, то, следовательно, устройство полностью формализовано без какого-либо учёта внутренней структуры, то есть рассматривается как

«чёрный ящик». Будем говорить, что матрица \bar{S} есть *дескриптор* устройства СВЧ.

Если устройство линейно, но активно, то вместо соотношения (13.3.4) необходимо записать:

$$\bar{c}^- = \bar{S}\bar{c}^+ + \bar{Q}\bar{c}^\Sigma, \quad (13.3.6)$$

где \bar{c}^Σ — вектор источников, \bar{Q} — матрица излучения. Вектор \bar{c}^Σ — набор комплексных чисел, характеризующих (в определённом базисе) внутренние источники или, например, факторы «накачки». В простейшем случае Q — просто формализация (тип представления) общего решения задачи о возбуждении объектами заданными источниками. Активное устройство формально отличается от пассивного тем, что создаёт расходящиеся волны ($\bar{c}^- \neq 0$) при отсутствии сигнала ($\bar{c}^+ = 0$).

13.3.3. Y и Z-дескрипторы и соотношения между ними. В подавляющем большинстве случаев бывают известны падающие волны на входах устройств СВЧ (а не полные электрические либо магнитные поля), то есть режимы имеют характер дифракции. Поэтому дескрипторы, являющиеся операторами над падающими волнами, обладают очевидным преимуществом адекватности. По этой причине в разделе 13.3.2 было дано описание матрицы рассеяния. Попутно отметим, что соотношения (13.3.4) и (13.3.6) требуют некоторого обобщения, когда рассматриваются сферические волны.

На практике встречаются и другие дескрипторы. Как следует из (13.3.1), полные (тангенциальные) поля на входных сечениях S_α представляются в виде

$$\begin{aligned} \bar{E}_\alpha &= \sum_{n=1}^{+\infty} (c_{n(\alpha)}^+ \bar{e}_{+n(\alpha)} + c_{n(\alpha)}^- \bar{e}_{-n(\alpha)}), \\ \bar{H}_\alpha &= \sum_{n=1}^{+\infty} (c_{n(\alpha)}^+ \bar{h}_{+n(\alpha)} + c_{n(\alpha)}^- \bar{h}_{-n(\alpha)}), \quad \alpha = 1, 2, \dots, P. \end{aligned} \quad (13.3.7)$$

Если ВК подчинены принципу взаимности (не содержат анизотропных включений), поперечные распределения полей собственных волн обоих направлений идентичны: взяв в этом случае $\bar{e}_{-n(\alpha)} = \bar{e}_{+n(\alpha)}$, имеем $\bar{h}_{-n(\alpha)} = -\bar{h}_{+n(\alpha)}$. Тогда вместо (13.3.7) можно записать

$$\bar{E}_\alpha = \sum_{n=1}^{+\infty} a_{n(\alpha)} \bar{e}_{n(\alpha)}, \quad \bar{H}_\alpha = \sum_{n=1}^{+\infty} b_{n(\alpha)} \bar{h}_{n(\alpha)}, \quad (13.3.8)$$

где $a_{n(\alpha)} = c_{n(\alpha)}^+ + c_{n(\alpha)}^-$, $b_{n(\alpha)} = c_{n(\alpha)}^+ - c_{n(\alpha)}^-$.

Подобно тому как ранее из коэффициентов $c_{n(\alpha)}^\pm$ по формулам (13.3.3) формировались векторы \bar{c}^\pm , построим из $a_{n(\alpha)}$ и $b_{n(\alpha)}$ векторы \bar{a} и \bar{b} .

Матрицей нормированной проводимости и *матрицей нормированного сопротивления* называют соответственно операторы $[\bar{Y}]$ и $[\bar{Z}]$ в линейных соотношениях

$$\bar{b} = [\bar{Y}]\bar{a}, \quad \bar{a} = [\bar{Z}]\bar{b}.$$

В качестве дескрипторов используют также матрицу передачи \vec{A} и волновую матрицу передачи \vec{T} .

13.3.4. Ключевые задачи электродинамики и парциальные режимы. Дескрипторы устройств СВЧ в инженерной практике в одномодовом приближении нередко можно измерить. Более точно дескрипторы определяются путём постановки и решения соответствующих задач электродинамики.

Ключевой задачей будем называть краевую задачу электродинамики, сформулированную таким образом, что её решение даст информацию о дескрипторе устройства. Для получения полной информации о дескрипторе устройства СВЧ необходимо решить набор ключевых задач, соответствующих различным режимам описываемого объекта. Эти решения называются *парциальными*.

S-задача. Для определения матрицы рассеяния \vec{S} (дескриптора S) рассматриваются парциальные режимы дифракции нормальных (собственных) волн всех учитываемых типов во всех волновых каналах. Каждая ключевая задача есть краевая задача для однородных (без источников) уравнений Максвелла при условии, что на один из входов S_j падает волна определённого типа n . На всех входах (включая S_j) задаются условия излучения: отсутствие прямых волн в отклике.

Для определения всех элементов матрицы \vec{S} устройства СВЧ (рис. 13.3) необходимо решить набор ключевых задач, варьируя сечение S_j ($j = 1, P$) и типы волн n в каждом канале (для S_1 — $n = 1, N_1$; для S_2 — $n = 1, N_2$; для S_P — $n = 1, N_P$).

Y-задача. Для определения матрицы нормированной проводимости $[\vec{Y}]$ парциальные режимы выбираются в виде «короткого замыкания» на всех входах, кроме одного (S_j): задаются граничные условия $\vec{E}_\tau = 0$ на всех входах, кроме S_j при $\vec{E}_\tau = \vec{e}_{n(j)}$ на S_j . Все элементы матрицы $[\vec{Y}]$ находятся при требуемом переборе j и n в постановке ключевой задачи, то есть в результате исследования серии парциальных режимов «короткого замыкания».

Z-задача. Для определения матрицы нормированного сопротивления $[\vec{Z}]$ ставится ключевая задача типа «холостого хода». В парциальном режиме на всех входах, кроме S_j , задаётся $\vec{H}_\tau = 0$, а на этом единственном входе $\vec{H}_\tau = \vec{h}_{n(j)}$.

13.4(*). Расчёт дескрипторов сложных схем СВЧ и антенн

При анализе сложных схем СВЧ и антенн применяется принцип декомпозиции, в соответствии с которым сложная система представляется в виде совокупности БЭ, соединённых между собой ВК. Ниже, считая дескрипторы БЭ заданными, рассмотрим различные методы определения характеристик сложных СВЧ-схем, то есть рассмотрим задачу объединения БЭ.

13.4.1. Схемы, состоящие из четырёхполюсников. Многие функциональные элементы, используемые в технике СВЧ, являются четырёхполюсниками. Более того, большинство СВЧ устройств и антенн может быть представлено в виде комбина-

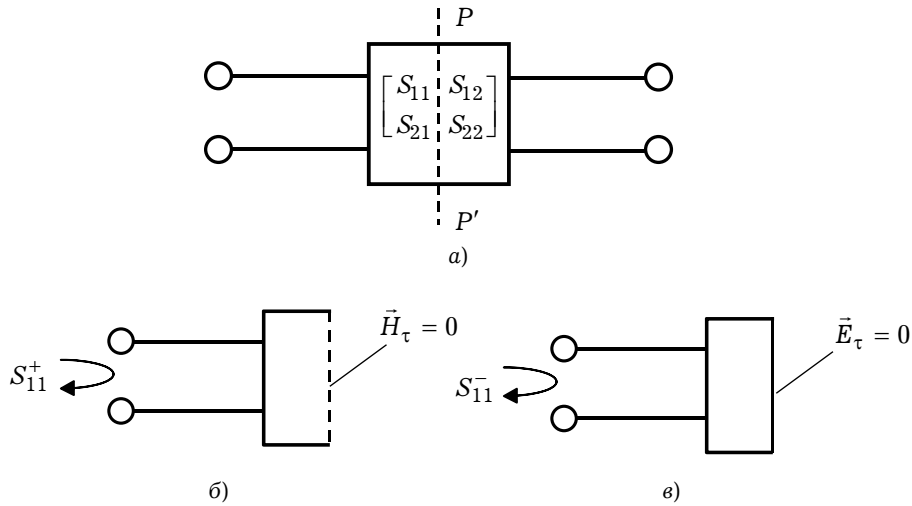


Рис. 13.4

ций только четырёхполюсников. Четырёхполюсники могут соединяться между собой каскадно; соединения могут быть последовательными, параллельными и гибридными. В результате различных последовательных и (или) параллельных соединений четырёхполюсников может быть получено большое число многополюсных устройств.

Использование симметрии при анализе схем. Расчёт многополюсных схем, обладающих симметрией относительно некоторой плоскости, может проводиться для двух более простых схем, являющихся половинами исходной схемы, при чётном и нечётном возбуждениях. При чётном возбуждении можно рассматривать только половину схемы с магнитной стенкой в плоскости симметрии. При нечётном возбуждении соответственно анализируется половина схемы с электрической стенкой в плоскости симметрии.

В качестве примера использования симметрии рассмотрим симметричный относительно плоскости PP' четырёхполюсник, показанный на рис. 13.4а. Половины симметричного четырёхполюсника с чётными (рис. 13.4б) и нечётными (рис. 13.4в) типами колебаний являются двухполюсниками. Эти два двухполюсника анализируются соответственно с магнитной (рис. 13.4б) и электрической (рис. 13.4в) стенками в сечении плоскости симметрии PP' . Коэффициенты отражения рассчитываются для разомкнутой и короткозамкнутой схем в сечении плоскости симметрии. Элементы матрицы рассеяния \vec{S} исходной схемы четырёхполюсника определяются по формулам:

$$\begin{aligned}
 S_{11} = S_{22} &= \frac{S_{11}^+ + S_{11}^-}{2}, \\
 S_{12} = S_{21} &= \frac{S_{11}^+ - S_{11}^-}{2}.
 \end{aligned}
 \tag{13.4.1}$$

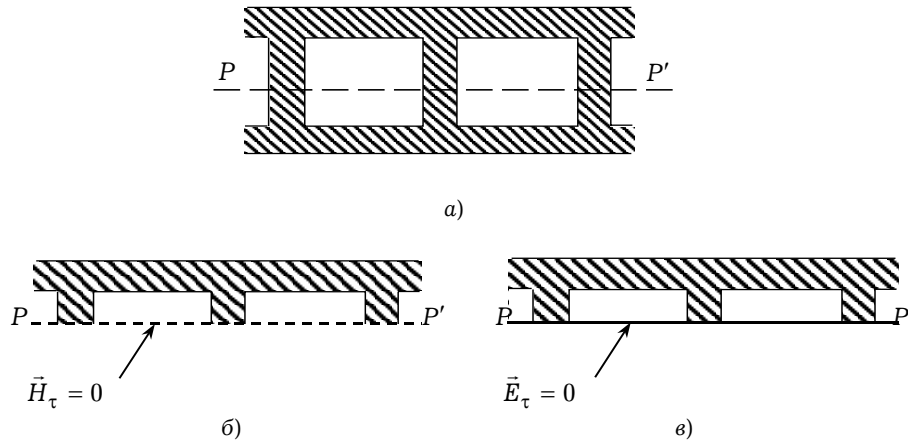


Рис. 13.5

Для симметричных восьмиполосников половины схем с чётными и нечётными возбуждениями обычно являются четырёхполосниками. В разделе 12.6 описан метод симметричных восьмиполосников (метод синфазного и противофазного возбуждения), позволяющий сводить анализ восьмиполосников к анализу более простых четырёхполосников. Ниже в качестве примера приведём декомпозицию шлейфного направленного ответвителя, который представляет собой металлизированный рисунок в виде токопроводящих полосок (рис. 13.5а), нанесённый на диэлектрическую подложку с односторонней металлизацией. Анализ симметричного восьмиполосника (рис. 13.5а) относительно плоскости PP' можно свести к анализу двух четырёхполосников при чётном (рис. 13.5б) и нечётном (рис. 13.5в) возбуждениях в плоскости симметрии.

Каскадное соединение четырёхполосников. При исследовании схем, состоящих из каскадно соединённых четырёхполосников, удобно использовать \vec{A} и \vec{T} -матрицы. Анализ четырёхполосников каскадной структуры с помощью \vec{A} и \vec{T} -матриц описан в разделе 12.5.

13.4.2. Произвольное соединение четырёхполосников. В результате некоторых соединений четырёхполосников может быть получена многополюсная схема. Некоторые примеры таких соединений показаны на рис. 13.6. Для исследования таких систем можно ввести некоторые фиктивные многополосники (на рис. 13.6 они изображены штриховыми линиями), определяющие необходимые соединения четырёхполосников. Затем можно использовать метод анализа соединений многополосников, описанный в разделе 13.4.3. Для этого необходима \vec{S} -матрица многополюсного соединения.

В результате последовательного или параллельного соединения четырёхполосников получается четырёхполосная схема (рис. 13.7). Для анализа этих схем могут использоваться $[\vec{Y}]$ и $[\vec{Z}]$ -матрицы. Например, при параллельно-парал-

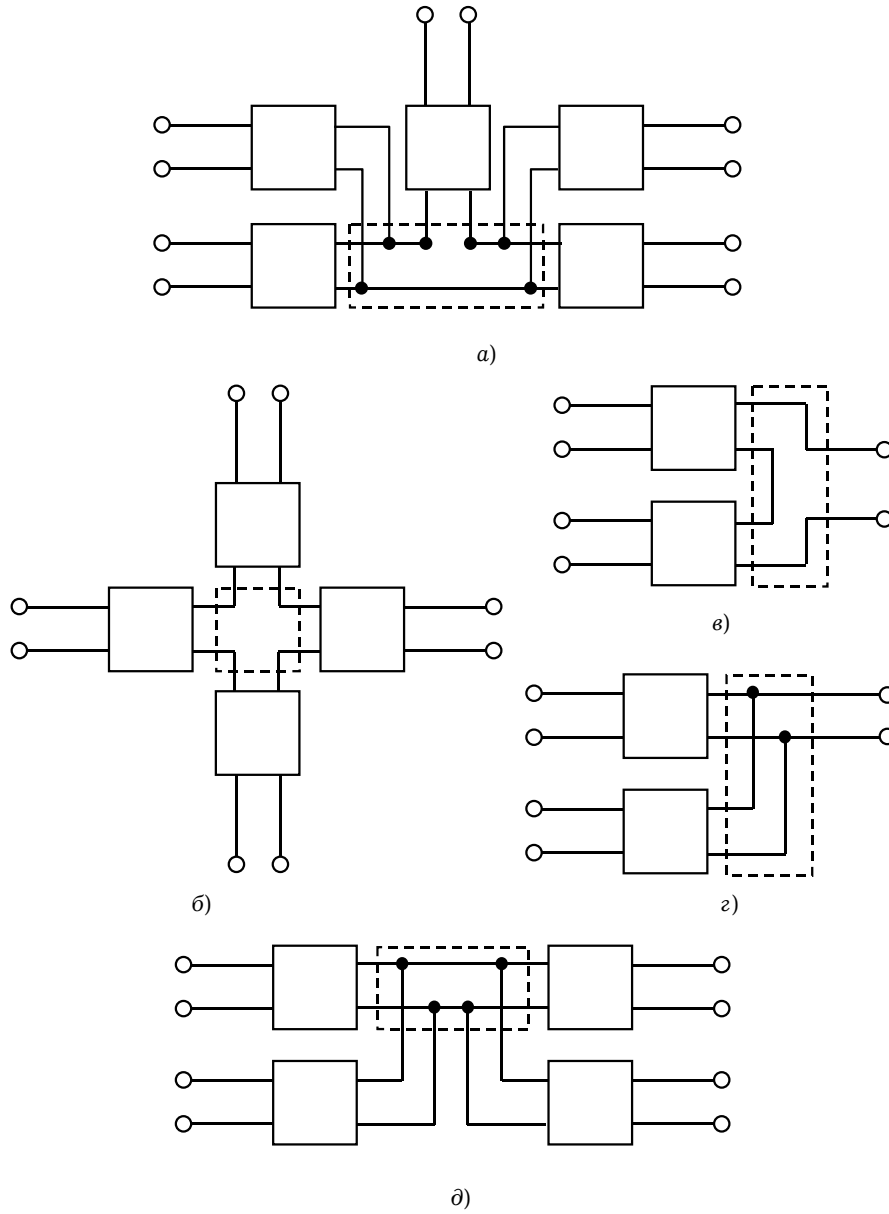


Рис. 13.6

лельном соединении четырёхполюсников (рис. 13.7,а) $[\bar{Y}]$ -матрица может быть получена простым сложением $[\bar{Y}]$ -матриц двух компонент. При последовательно-последовательном соединении (рис. 13.7б) общая $[\bar{Z}]$ -матрица получается сложением $[\bar{Z}]$ -матриц компонент. Кроме операций сложения матриц, необходимо ещё

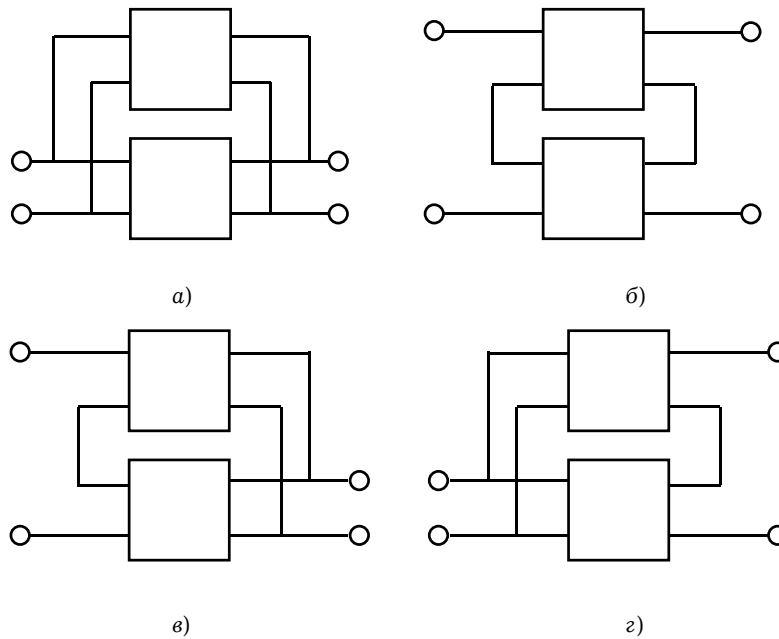


Рис. 13.7

выполнить однообразные, хотя и очень несложные действия, обеспечивающие получение $[\bar{Y}]$, $[\bar{Z}]$ -матриц из \bar{S} -матриц, и наоборот.

13.4.3. Метод определения параметров схем с произвольными внутренними соединениями. Рассмотрим метод расчёта $2P$ -полусника (рис. 13.6), который содержит q внутренних (соединяемых между собой) и p внешних входов. Под любым входом, как обычно, понимаем ВК, в каждом из которых учитываем N_α собственных волн ($\alpha = 1, P$). Аналогично (13.3.4) можно записать

$$\bar{c}^- = \bar{S} \bar{c}^+, \quad (13.4.2)$$

где \bar{c}^+ и \bar{c}^- определяются соотношением (13.3.3), а матрица рассеяния \bar{S} имеет блочный вид (13.3.5).

Перегруппируем строки и столбцы в (13.4.2) таким образом, чтобы волновые переменные разделялись на две группы: первая бы соответствовала p внешним входам, а вторая — q входам, соединённым внутри схемы. Тогда уравнение (13.4.2) можно записать в виде:

$$\begin{bmatrix} \bar{c}_p^- \\ \bar{c}_q^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{pp} & S_{pq} \\ S_{qp} & S_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{c}_p^+ \\ \bar{c}_q^+ \end{bmatrix}, \quad (13.4.3)$$

где \bar{c}_p^-, \bar{c}_p^+ — векторы, составленные из амплитуд обратных и прямых волн, соответствующих p внешним входам; \bar{c}_q^-, \bar{c}_q^+ — векторы, составленные из амплитуд обратных и прямых волн, соответствующих q внутренним входам.

Ограничения, накладываемые внутренними соединениями для q внутренних входов, запишем в виде:

$$\bar{c}_q^- = \bar{\Gamma} \bar{c}_q^+, \quad (13.4.4)$$

где $\bar{\Gamma}$ — матрица внутренних соединений, описывающая их топологию. Матрица $\bar{\Gamma}$ составляется следующим образом. В каждой строке матрицы $\bar{\Gamma}$ все элементы являются нулями, кроме единицы, записанной в столбце, соответствующем внутренним соединениям. Если элемент (j, k) в матрице $\bar{\Gamma}$ есть единица, то это означает, что вход j соединяется с входом k . При этом полагается, что нормирующие сопротивления каждого соединения одинаковы.

Из выражений (13.4.3) и (13.4.4) получаем

$$\bar{\Gamma} \bar{c}_q^+ = \bar{S}_{qp} \bar{c}_p^+ + \bar{S}_{qq} \bar{c}_q^+$$

или

$$\bar{c}_q = (\bar{\Gamma} - \bar{S}_{qq})^{-1} \bar{S}_{qp} \bar{c}_p^+. \quad (13.4.5)$$

Подставляя (13.4.5) в (13.4.3), находим, что

$$\bar{c}_p^- = \left[\bar{S}_{pp} + \bar{S}_{pq} (\bar{\Gamma} - \bar{S}_{qq})^{-1} \bar{S}_{qp} \right] \bar{c}_p^+, \quad (13.4.6)$$

откуда матрица рассеяния для внешних соединений определяется следующим образом:

$$\bar{S}_p = \bar{S}_{pp} + \bar{S}_{pq} (\bar{\Gamma} - \bar{S}_{qq})^{-1} \bar{S}_{qp}. \quad (13.4.7)$$

Матричные уравнения (13.4.5) и (13.4.4) могут быть использованы для определения векторов \bar{c}_q^- , \bar{c}_q^+ на внутренних входах для любого произвольного способа возбуждения p внешних входов.

Таким образом, используя материал этого раздела, можно рассчитать внутренние фиктивные многополюсники на рис. 13.6 (изображённые штриховыми линиями), определяющие внутренние соединения многополюсников, и тем самым определить матрицы рассеяния составных сложных многополюсных устройств.

13.5(*). Принцип многоуровневой модели базового элемента в системах машинного проектирования

13.5.1. Физические и математические модели базовых элементов. Расчёт любого БЭ начинается с построения его физической модели. Универсальной физической моделью любого устройства СВЧ или антенны (или их БЭ) является описание на электродинамическом уровне процесса распространения в них электромагнитного поля. Из-за сложности строгого электродинамического описания БЭ во многих случаях стремятся найти удовлетворительное приближение к универсальной физической модели, которое, сохраняя многие детали физического процесса в устройстве, позволит создать реализуемый на ЭВМ алгоритм его анализа. Таковы, например, модели анализа собственных волн и колебаний волноводов и полых резонаторов, не учитывающие потери в металлических стенках структур. При анализе неоднородно-

стей в волноведущих структурах СВЧ обычно учитывают конечное число высших типов, возникающих вблизи неоднородностей. Таким образом, под *физической моделью* БЭ или устройства будем понимать совокупность физических приближений, использованных при его расчёте.

Часто даже простые модели, учитывающие только основной тип волны, позволяют решить задачу расчёта неоднородностей в волноводе с достаточной для практики точностью.

Математическая модель представляет собой математическое описание физического процесса, протекающего в проектируемом устройстве, то есть физической модели. В рассматриваемом случае она характеризует процесс распространения электромагнитного поля БЭ устройств СВЧ и антенн. Естественно, что основой для определения универсальной математической модели любого БЭ является система уравнений Максвелла, удовлетворяющая известным для данного объекта краевым условиям.

13.5.2. Многоуровневость математических моделей базовых элементов. Согласно существующему уровню развития науки можно утверждать, что система уравнений Максвелла вполне определяет закономерности электромагнитных процессов. Имея в виду макроскопические объекты, можно сказать, что надо лишь правильно формулировать входящие в эту систему материальные уравнения. Решение электродинамической задачи, то есть некоторая совокупность математических операций (над уравнениями Максвелла при наложении тех или иных условий), даст при этом исчерпывающие сведения о конкретном физическом процессе. Иными словами, *математические модели электродинамики адекватны физической реальности* (разумеется, уточнение этого высказывания потребовало бы ряда оговорок). Поэтому может сложиться ошибочное мнение, что в области электромагнитных явлений нет необходимости экспериментировать или заниматься трудоёмкой обработкой технических конструкций при помощи измерений, если всё подлежит точному расчёту с единых позиций.

Однако строгая постановка задач электродинамики, отвечающих реальным объектам техники, приводит к серьёзным трудностям. Если под решениями понимать некоторые формулы (позволяющие вычислять требуемые величины), то можно утверждать, что для неидеализированных электродинамических задач они получаются крайне редко. Зато к настоящему времени разработаны методы, позволяющие получать решения весьма сложных задач при помощи вычислительных процессов на ЭВМ. В большинстве случаев электродинамическая задача сводится к системе алгебраических уравнений, порядок которой в принципе неограничен, а для реализации достаточной точности модели должен быть сделан настолько большим, что принципиально важно применение ЭВМ. Математические модели электродинамики, отвечающие сложным объектам техники, реализуются, как правило, в виде комплекса программ для больших ЭВМ.

В радиотехнике существуют и эвристические способы расчёта электродинамических структур, основанные на различных догадках и упрощающих предположениях. Такой подход сложился ещё в период отсутствия быстродействующих ЭВМ. Эвристические средства полезны, поскольку концентрируют инженерный опыт,

но полезность их ограничена. Тот или иной упрощённый подход оправдан в какой-то области применения параметров, которая известна весьма приблизительно. Поэтому он оказывается непригодным для применения в новых нетрадиционных условиях. В упрощённую модель уже заложено нечто ожидаемое, подсказанное предыдущим опытом. Нужно много времени, а порой и счастливое стечение обстоятельств, чтобы найти новый подходящий образ, который должен быть ещё опробован. Между тем, применение неупрощённых моделей электродинамики не нуждается в предварительных догадках, так как источник их — в фундаментальных положениях теории. Поэтому также результаты расчётов становятся источником информации. «Мысленный эксперимент», реализуемый на ЭВМ, во многом выгодно отличается от натурального: он может производиться гораздо быстрее, в несравненно более широких масштабах и без посторонних влияний.

Математические модели электродинамики создаются для целых классов объектов, к которым относятся и ещё не изобретённые технические устройства. Заранее разработанный программный комплекс может оказаться готовым к техническим идеям завтрашнего дня или даже способствовать их становлению.

Эффективное решение системы уравнений Максвелла для многих БЭ пока невозможно. Поэтому приходится довольствоваться тем или иным уровнем приближения к точному решению, определяющим уровень математической модели. Например, любой БЭ распределительной системы антенны можно характеризовать его матрицей рассеяния. Если эта матрица вычисляется на основе решения краевой задачи для уравнений Максвелла, то имеем математическую модель высшего уровня. При учёте только основного типа волны соответствующая математическая модель расчёта матрицы рассеяния БЭ будет более низкого уровня. В ряде случаев модель может представлять собой математическое описание результатов измерения матрицы рассеяния.

Чем ниже уровень математической модели, тем меньше затрат машинного времени требует реализация её алгоритма, но тем вероятнее, что спроектированное устройство окажется неоптимальным. Поэтому учитывая всё возрастающий прогресс в области быстродействия ЭВМ и увеличение её оперативной памяти, следует признать, что системы проектирования должны опираться на модели высшего (электродинамического) уровня, основанные на решении краевых задач для уравнений Максвелла. Тем более, что указанные модели помимо полного соответствия физическим процессам, протекающим в устройствах, как правило, обладают ещё и универсальностью, то есть пригодны при проектировании целых классов БЭ. Деление моделей по уровню весьма условно, так как для разных задач требуемый уровень модели может существенно изменяться.

Особого подхода требуют современные интегральные схемы СВЧ или, например, устройства оптоэлектроники, проектирование которых должно принципиально опираться на неупрощённые математические модели электродинамики, то есть, математические модели высшего уровня. Здесь следует заметить, что неидеализированные задачи электродинамики, отвечающие реальным объектам радиотехники, почти всегда являются задачами дифракции. Например, обычно передающую антенну представляют в виде излучения от заданных источников, а в

действительности необходимо найти распределение токов по антенне вследствие её возбуждения, например, волноводом, а это уже задача дифракции. Любое устройство СВЧ, волноводное или построенное в виде интегральной схемы, соединяется с другим посредством каких-либо направляющих структур (например, полых волноводов или коаксиальных кабелей). Опять-таки речь должна идти о дифракции соответствующих направляемых волн.

Разумеется, при построении математических моделей БЭ приходится решать различные промежуточные задачи. К ним относятся задачи о собственных волнах направляющих структур и о собственных колебаниях резонаторов.

Реальным объектам отвечают *граничные задачи* электродинамики: решения уравнений Максвелла должны удовлетворять известным условиям на границах раздела сред или некоторых подобластей. Простейшие граничные задачи в этой книге неоднократно рассматривались. При этом обычно использовался метод разделения переменных, а система координат соответствовала конфигурации области пространства, в которой искалось решение. Так, например, было получено решение задачи о собственных волнах прямоугольного волновода (см. раздел 4.5) в декартовой системе координат, при этом граница прямоугольной области описывается как совокупность некоторых координатных поверхностей (линий). Казалось бы, в задаче о полом волноводе Н-образного поперечного сечения выполняются подобные условия, но здесь уже не удаётся получить решение задачи в явном виде. Следует также иметь в виду, что существует небольшое число систем координат, в которых этот метод может быть применён. Важнейшие из них: декартовая, цилиндрическая, сферическая, эллиптическая, эллипсоидальная, параболическая и параболоида вращения. При этом переход к новой системе координат требует введения аппарата специальных функций. Построение, исследование и, наконец, табулирование различных специальных функций составило целую эпоху в развитии математической физики. Достиженные при этом успехи важны и сейчас. Однако этот подход в настоящее время не позволяет решать граничные задачи, соответствующие реальным устройствам СВЧ.

13.6(*). Принцип параметрического синтеза в системах машинного проектирования

На рассмотренных выше принципах осуществляется АП любого устройства, при этом параметры проектируемого объекта выбирают в процессе параметрического синтеза. Он может осуществляться как в режиме «пользователь — ЭВМ» (интерактивный режим), что соответствует АП, так и в режиме, когда такой «диалог» отсутствует, а все функции оптимального выбора параметров передаются ЭВМ. Естественно, что его реализация в АП является творческой задачей, поскольку должен быть разработан алгоритм, не просто формально заменяющий «диалог» пользователя с ЭВМ, а обеспечивающий, с одной стороны, все практические требования формализованного задания на проектирование, а с другой — оптимизацию параметров устройства по заданным критериям.

Это означает необходимость разработки для нормального функционирования АП *прикладной математической модели*, которая описывает не только физический процесс, протекающий в устройстве, но также учитывает в математической форме все практические требования к его параметрам. Например, математические модели волноводно-целевых решёток, излучающие мощности различных порядков (десятки ватт, сотни киловатт), ничем не отличаются друг от друга, так как описывают один и тот же физический процесс распространения электромагнитной волны независимо от требуемого закона распределения тока в апертуре антенны. Однако решётки, предназначенные для излучения сотен киловатт (особенно в условиях низкого давления окружающего пространства), могут функционировать не при любом законе амплитудного распределения тока в раскрыве. Это практическое требование в математической модели волноводно-целевой решётки не содержится, а оно принципиально необходимо, так как сужает класс допустимых формальных решений задачи.

Включение в математическую модель устройства СВЧ или антенны тем или иным способом (методом) математического описания практических и иных требований переводит её в *прикладную математическую модель* устройства. Например, прикладная математическая модель интегральной схемы СВЧ, как правило, представляет собой так называемую целевую функцию, которую необходимо минимизировать или максимизировать при определённых ограничениях, описывающих различные требования к параметрам и характеристикам интегральной схемы — амплитудно-частотным и фазочастотным характеристикам, ограничениям по мощности, массо-габаритным характеристикам и т.п. Подобные задачи оптимизации целевой функции (в общем случае нелинейной) при наличии (возможно, и отсутствии) нелинейных ограничений, задаваемых в виде равенств и неравенств, получили название *задач нелинейного программирования*. В частном случае, когда целевая функция и ограничения являются линейными функциями относительно искомых параметров и характеристик, говорят о *задаче линейного программирования*.

13.7(*). Роль вычислительной электродинамики в системах машинного проектирования

Перейдём к обсуждению современных электродинамических методов, позволяющих строить математические модели БЭ устройств СВЧ и антенн. Подробно вычислительные методы в электродинамике будут рассмотрены в главе 14. Ниже мы остановимся только на ключевых моментах.

Электродинамические методы расчёта БЭ можно условно разбить на три группы. Содержание первой группы составляет анализ БЭ на основе приближённых моделей, основанных на тех или иных эвристических предположениях о характере волновых процессов. В качестве эвристической модели, например, расчёта открытой микрополосковой линии передачи может служить модель Олинера, которая заключается в анализе собственных волн прямоугольного волновода с боковыми магнитными стенками. Применение эвристических подходов позволяет записывать простые расчётные соотношения, но полученные результаты имеют очень узкую

область применения. Кроме того, установить адекватность выбранной эвристической модели реальному БЭ удаётся далеко не всегда, а оценка при этом неизбежных приближений зачастую оказывается более сложной и трудоёмкой, нежели решение самой задачи.

Численные методы, предусматривающие минимальную аналитическую обработку задач, составляют содержание второй группы работ. К таким методам следует отнести проекционные и дискретизационные методы. Указанные подходы являются наиболее универсальными; границы применимости метода обычно определяются мощностью ЭВМ.

13.7.1. Способы представления электромагнитного поля в численных методах расчёта базовых элементов. Центральным моментом любого численного метода является способ представления электромагнитного поля в задаче. Применяя метод разделения переменных (например, в упоминавшейся уже задаче о прямоугольном волноводе), мы получаем некоторые выражения для векторных функций, которые точно удовлетворяют уравнениям Максвелла и граничным условиям. В таких случаях иногда говорят, что решение получено в *замкнутой форме*. Хотя в большинстве технически интересных задач это недостижимо, метод разделения переменных оказывается полезным как средство построения систем функций, служащих для представления полей в различных более сложных случаях.

Пусть, например, методом разделения переменных получена система решений уравнений Максвелла $\{\vec{E}_n, \vec{H}_n\}$ ($n = 1, 2, \dots$), каждая из которых удовлетворяет граничным условиям на некоторой простой границе, являющейся частью более сложной границы, для которой необходимо решить краевую задачу. В ряде случаев, пользуясь этой системой, можно построить приближение решения для области со сложной границей:

$$\vec{E}^N = \sum_{n=1}^N c_n \vec{E}_n, \quad \vec{H}^N = \sum_{n=1}^N c_n \vec{H}_n, \quad (13.7.1)$$

где c_n — неизвестные пока коэффициенты.

Удовлетворяя тем или иным способом (например, в системе точек) функции \vec{E}^N и \vec{H}^N требуемым граничным условиям на сложной границе, можно прийти к системе N линейных алгебраических уравнений относительно N коэффициентов c_n . Чем выше N , тем лучше удаётся удовлетворить граничным условиям, если система $\{\vec{E}_n, \vec{H}_n\}$ обладает нужными свойствами.

Иногда в распоряжении имеются системы функций $\{\vec{E}_n\}$ и $\{\vec{H}_n\}$, не связанных уравнениями Максвелла, но удовлетворяющих граничным условиям. Решение представляется в виде:

$$\vec{E}^N = \sum_{n=1}^N a_n \vec{E}_n, \quad \vec{H}^N = \sum_{n=1}^N b_n \vec{H}_n, \quad (13.7.2)$$

где a_n и b_n — неизвестные коэффициенты.

Если системы функций $\{\vec{E}_n\}$ и $\{\vec{H}_n\}$ обладают некоторыми свойствами (частично обсуждаемыми в главе 14), то удаётся приблизить функции $\{\vec{E}_n\}$, $\{\vec{H}_n\}$ к ре-

шению уравнений Максвелла. Это опять-таки сводит задачу к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов a_n и b_n в суммах (13.7.2). С ростом N качество получаемого решения граничной задачи оказывается выше.

Сущность того или иного численного метода состоит в том, каким путём сводится граничная задача к системе алгебраических уравнений. В главе 14 особое внимание будет уделено так называемым *проекционным методам*. Представления полей в этом случае подчиняются системам интегральных соотношений. Производимые операции можно назвать *проецированием*, в том смысле, который обсуждается в разделе 14.1.1.

Другой важный класс численных методов составляют *дискретизационные методы*. Область, в которой ищут решение, при этом подвергается дискретизации, разбиению. Можно, например, рассматривать решение только на некотором множестве точек, выделенных в области. Образуя разности соседних значений, формируют аналоги производных, так что дифференциальный оператор задачи (например, оператор Лапласа) приближённо заменяется разностным оператором. Такой подход, называемый *разностным методом*, также сводит задачу к системе линейных алгебраических уравнений. Существуют другие дискретизационные методы, базирующиеся на выделении системы подобластей, а не точек; обычно они имеют черты проекционных.

К третьей группе относятся численно-аналитические методы расчёта БЭ, опирающиеся на учёт специфики структур и возможность существенного аналитического преобразования первоначального представления электромагнитного поля в задаче. К ним относятся метод сингулярных интегральных уравнений (СИУ) и метод ортогонализирующей постановки. Эти подходы позволяют часто получить приближённые решения ключевых задач в замкнутом (аналитическом) виде и оценить его погрешность. Поэтому в главе 14 рассмотрено достаточно большое число различных электродинамических задач, применение к анализу которых вышеуказанных методов позволило впервые получить приближённые аналитические решения.

13.7.2. О значении сингулярных интегральных уравнений в математических моделях базовых элементов. О значении СИУ в разработке строгих математических моделей БЭ можно говорить в двух аспектах: в широком и узком смысле. В широком смысле слова под значением СИУ будем понимать роль интегральных уравнений при построении математических моделей БЭ в целом. В узком смысле значение СИУ сводится к определению места и роли сингулярных интегральных уравнений в разработке математических моделей БЭ.

Случаи формулировки краевых задач в виде интегральных уравнений встречались уже в первой половине XIX века. В настоящее время существует определённый и достаточно обширный круг физических задач, для математического описания которых эффективно используются интегральные уравнения и преобразования. К ним следует отнести и краевые задачи о собственных волнах в полосковых и целевых структурах. Выбор интегральных уравнений как инструмента моделирования исследуемого явления может быть обусловлен такими факторами, как «не-

возможность составления других уравнений, необходимость снижения мерности (количества независимых переменных) при решении некоторых задач для сплошных сред, возможность компактной формулировки граничных задач, достижение упрощений при вычислениях, возможность простого и естественного перехода к конечным системам алгебраических уравнений. Практически может быть принята во внимание лишь часть этих факторов или один из них. Однако этого достаточно, чтобы сделать оправданным применение интегральных уравнений для описания исследуемого явления. Такими же соображениями можно объяснить и тот факт, что интегральные уравнения применяются всё чаще к таким типам задач, которые ранее описывались уравнениями в частных производных и обыкновенными дифференциальными уравнениями». Использование интегральных уравнений применительно к математическим моделям БЭ в отношении окончательно получаемых результатов эквивалентно применению дифференциальных уравнений, однако позволяет получить более компактные выражения для элементов матрицы рассеяния БЭ за счёт включения в них граничных условий. С точки зрения использования дифференциальных уравнений математические модели БЭ являются двух- и трёхмерными. Математические модели, сформулированные в виде интегральных уравнений, являются уже одномерными и двумерными. Кроме того, в некоторых случаях интегральные уравнения допускают аналитические решения.

Остановимся теперь на значении СИУ в разработках математических моделей БЭ. Здесь уместно отметить, что моделирование ключевых структур БЭ часто проводят на основе интегральных уравнений Фредгольма первого рода, которые получаются, как правило, в результате простого усечения рядов в функциях Грина интегральных уравнений адмитансного и импедансного типов, содержащих в неявном виде логарифмические особенности и сингулярности типа Коши. Нахождение решений интегральных уравнений Фредгольма первого рода является некорректно поставленной задачей. В результате остаётся открытым очень важный вопрос проверки истинности решения и установления его адекватности рассматриваемому БЭ. Выделение особенностей в интегральных уравнениях и последующее их решение с помощью аппарата теории СИУ даёт возможность математически обоснованно подойти к построению математических моделей БЭ.

Применение математического аппарата теории СИУ позволило получить приближённые аналитические решения для ряда ключевых задач. При этом оцениваются и погрешности полученных результатов. Эти решения могут стать основой для построения аналитических математических моделей БЭ.

Ценность полученных решений ключевых задач определяется и тем обстоятельством, что они имеют большое значение при установлении погрешностей численных методов расчёта БЭ и определении эффективности выбора того или иного базиса для представления электромагнитного поля в их математических моделях.