

Приложения

П.1. Операции векторного анализа	597
П.2. Интегральные формулы векторного анализа	599
П.3. Дифференциальные формулы векторного анализа	599
П.4(*). Четырёхмерные векторы	600
П.5. Дельта-функция Дирака	601
П.6. Цилиндрические функции	602
П.7. Решение двумерного уравнения Гельмгольца методом разделения переменных для координатных граничных задач	605

Приложения

Пусть имеются скалярная функция $\Phi(q_1, q_2, q_3)$ и векторная функция $\vec{A}(q_1, q_2, q_3)$. Переменные q_1, q_2 и q_3 представляют собой либо декартовы, либо ортогональные криволинейные (цилиндрические или сферические) координаты. В декартовой системе координат: $q_1 = x, q_2 = y, q_3 = z$; в цилиндрической системе координат: $q_1 = \rho, q_2 = \varphi, q_3 = z$; в сферической системе координат: $q_1 = r, q_2 = \theta, q_3 = \varphi$. Обозначим через $\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$ — единичные векторы декартовой системы; $\vec{\rho}_0, \vec{\varphi}_0, \vec{z}_0$ — единичные векторы цилиндрической системы; $\vec{r}_0, \vec{\theta}_0, \vec{\varphi}_0$ — единичные векторы сферической системы координат.

. Декартова система координат.

$$\text{grad } \Phi \equiv \nabla \Phi = \vec{x}_0 \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \vec{y}_0 \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \vec{z}_0 \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \quad (\text{П.1.1})$$

. Цилиндрическая система координат.

$$\text{grad } \Phi \equiv \nabla \Phi = \vec{\rho}_0 \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} + \vec{\varphi}_0 \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \vec{z}_0 \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \quad (\text{П.1.2})$$

. Сферическая система координат.

$$\text{grad } \Phi \equiv \nabla \Phi = \vec{r}_0 \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \vec{\theta}_0 \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + \vec{\varphi}_0 \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}. \quad (\text{П.1.3})$$

. Декартова система координат.

$$\text{div } \vec{A} \equiv \nabla \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}. \quad (\text{П.1.4})$$

. Цилиндрическая система координат.

$$\text{div } \vec{A} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}. \quad (\text{П.1.5})$$

. Сферическая система координат.

$$\text{div } \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}. \quad (\text{П.1.6})$$

. Декартова система координат.

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{A} \equiv \nabla \times \vec{A} = \vec{x}_0 \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \\ + \vec{y}_0 \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \vec{z}_0 \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (\text{П.1.7})$$

. Цилиндрическая система координат.

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{A} = \vec{\rho}_0 \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) + \vec{\varphi}_0 \left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) + \\ + \vec{z}_0 \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\varphi) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} \right). \end{aligned} \quad (\text{П.1.8})$$

. Сферическая система координат.

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{A} = \vec{r}_0 \left\{ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\varphi) - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi} \right\} + \\ + \vec{\theta}_0 \left\{ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi) \right\} + \vec{\varphi}_0 \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{П.1.9})$$

$$\nabla^2 \equiv \operatorname{div} \operatorname{grad}$$

. Декартова система координат.

$$\Delta \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}. \quad (\text{П.1.10})$$

. Цилиндрическая система координат.

$$\Delta \Phi = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}. \quad (\text{П.1.11})$$

. Сферическая система координат.

$$\Delta \Phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2}. \quad (\text{П.1.12})$$

. Поток вектора \vec{A} , являющегося непрерывной функцией радиус-вектора $\vec{r}(x, y, z)$ точки через произвольную замкнутую поверхность S , равен интегралу от дивергенции этого вектора по объёму V , ограниченному данной поверхностью:

$$\oint_S \vec{A} d\vec{S} = \int_V \operatorname{div} \vec{A} dV, \quad (\text{П.2.1})$$

где $d\vec{S} = \vec{n}_0 dS$; \vec{n}_0 — единичный вектор внешней нормали к поверхности S .

. Циркуляция произвольного вектора \vec{A} по замкнутому контуру L равна потоку ротора данного вектора через произвольную поверхность S , опирающуюся на данный контур:

$$\int_S \text{rot } \vec{A} \, d\vec{S} = \oint_L \vec{A} \, d\vec{l}, \quad (\text{П.2.2})$$

где $d\vec{l} = \vec{\tau}_0 \, dl$; $\vec{\tau}_0$ — единичный вектор касательной к элементу dl .

$$\int_V (\nabla \Psi \nabla \Phi + \Psi \nabla^2 \Phi) \, dV = \oint_S \Psi \frac{\partial \Phi}{\partial n} \, dS, \quad (\text{П.2.3})$$

где Ψ, Φ — скалярные функции; n — нормальная координата.

$$\text{grad}(\Phi\Psi) = \Phi \text{grad } \Psi + \Psi \text{grad } \Phi, \quad (\text{П.3.1})$$

$$\text{div}(\Psi\vec{A}) = \vec{A} \text{grad } \Psi + \Psi \text{div } \vec{A}, \quad (\text{П.3.2})$$

$$\text{div}[\vec{A} \times \vec{B}] = \vec{B} \text{rot } \vec{A} - \vec{A} \text{rot } \vec{B}, \quad (\text{П.3.3})$$

$$\text{div rot } \vec{A} = 0, \quad (\text{П.3.4})$$

$$\text{rot grad } \Phi = 0, \quad (\text{П.3.5})$$

$$\text{rot rot } \vec{A} = \text{grad div } \vec{A} - \nabla^2 \vec{A}, \quad (\text{П.3.6})$$

$$\text{rot}(\Psi\vec{A}) = [\nabla\Psi \times \vec{A}] + \Psi \text{rot } \vec{A}. \quad (\text{П.3.7})$$

Формула для градиента сложной функции $\Phi(\xi)$:

$$\text{grad } \Phi(\xi) = \Phi'(\xi) \text{grad } \xi. \quad (\text{П.3.8})$$

. При релятивистском подходе к описанию электромагнитного поля базовым является математический аппарат тензорной алгебры в четырёхмерном псевдоевклидовом пространстве. Приведём основные положения этого аппарата.

Координаты точки в четырёхмерном пространстве нумеруются верхними индексами 0, 1, 2, 3 и определяются следующим образом:

$$x^0 = ct, \quad x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z, \quad (\text{П.4.1})$$

где c — скорость света.

Эти величины при переходе к другой системе координат преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned} x^{0'} &= x^0 \text{ch } \psi - x^1 \text{sh } \psi, & x^{1'} &= -x^0 \text{sh } \psi + x^1 \text{ch } \psi, \\ x^{2'} &= x^2, & x^{3'} &= x^3, \end{aligned} \quad (\text{П.4.2})$$

где $\text{th } \psi = v/c = \beta$.

Вектором в четырёхмерном пространстве (или 4-вектором) называется совокупность четырёх величин $\{A^0, A^1, A^2, A^3\}$, преобразующихся при переходе в другую систему отсчёта так же, как и 4-координаты (П.4.2):

$$\begin{aligned} A^0' &= A^0 \operatorname{ch} \psi - A^1 \operatorname{sh} \psi, & A^1' &= -A^0 \operatorname{sh} \psi + A^1 \operatorname{ch} \psi, \\ A^2' &= A^2, & A^3' &= A^3. \end{aligned} \quad (\text{П.4.3})$$

Для того, чтобы определить квадрат 4-вектора и скалярное произведение двух 4-векторов, вводят в рассмотрение два типа компонент одного и того же 4-вектора — ковариантные и контравариантные. Контравариантные компоненты обозначаются индексом сверху A^i ; ковариантные — индексом снизу A_i . Ковариантные и контравариантные компоненты связаны между собой следующим образом:

$$A_0 = A^0, \quad A_1 = -A^1, \quad A_2 = -A^2, \quad A_3 = -A^3. \quad (\text{П.4.4})$$

Преобразования Лоренца для ковариантного вектора имеют вид:

$$\begin{aligned} A_0' &= A_0 \operatorname{ch} \psi + A_1 \operatorname{sh} \psi, & A_1' &= A_0 \operatorname{sh} \psi + A_1 \operatorname{ch} \psi, \\ A_2' &= A_2, & A_3' &= A_3. \end{aligned} \quad (\text{П.4.5})$$

Квадрат 4-вектора определяется как

$$A_i A^i = A_0 A^0 + A_1 A^1 + A_2 A^2 + A_3 A^3 \quad (\text{П.4.6})$$

и является инвариантом преобразования.

Скалярное произведение 4-векторов A и B определяется следующим образом:

$$A_i B^i = A_0 B^0 + A_1 B^1 + A_2 B^2 + A_3 B^3. \quad (\text{П.4.7})$$

Несложно заметить, что в скалярном произведении (П.4.7) безразлично, какой вектор ковариантный, а какой — контравариантный.

Выражения (П.4.6) и (П.4.7) являются инвариантами преобразования Лоренца. Заметим, что суммы, аналогичные правым частям (П.4.6) и (П.4.7), но составленные только из ковариантных или контравариантных компонент, не имеют смысла.

Дельта-функцией Дирака $\delta(x - x')$ называется обобщённая математическая функция, для которой справедливо следующее интегральное соотношение:

$$\int_L f(x) \delta(x - x') dx = \begin{cases} 0 & \text{при } x' \text{ вне } L, \\ f(x') & \text{при } x' \text{ внутри } L, \end{cases} \quad (\text{П.5.1})$$

где $f(x)$ — некоторая произвольная необобщённая функция.

Если интегрирование в соотношении (П.5.1) распространить на бесконечный интервал $(-\infty; +\infty)$, то результатом будет $f(x')$.

Важным соотношением является формула для интегрирования дельта-функции:

$$\int_L \delta(x - x') dx = \begin{cases} 0 & \text{при } x' \text{ вне } L, \\ 1 & \text{при } x' \text{ внутри } L. \end{cases} \quad (\text{П.5.2})$$

Соотношения (П.5.1) можно обобщить на случай трёхмерных областей:

$$\int_L f(\vec{r}) \delta(\vec{r} - \vec{r}') dV = \begin{cases} 0 & \text{при } M(\vec{r}') \text{ вне } V, \\ f(\vec{r}') & \text{при } M(\vec{r}') \text{ внутри } V, \end{cases} \quad (\text{П.5.3})$$

где M — некоторая точка пространства.

Аналогично можно обобщить на трёхмерный случай и формулу (П.5.2):

$$\int_L \delta(\vec{r} - \vec{r}') dV = \begin{cases} 0 & \text{при } M(\vec{r}') \text{ вне } V, \\ 1 & \text{при } M(\vec{r}') \text{ внутри } V. \end{cases} \quad (\text{П.5.4})$$

Для дельта-функции справедливо следующее дифференциальное представление:

$$\delta(\vec{r} - \vec{r}') = -\frac{1}{4\pi} \nabla^2 \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right). \quad (\text{П.5.5})$$

. Уравнение Бесселя и цилиндрические функции. Обыкновенное дифференциальное уравнение вида

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + \left(1 - \frac{n^2}{x^2} \right) y = 0 \quad (\text{П.6.1})$$

называется *уравнением цилиндрических функций*, или *уравнением Бесселя n -го порядка*. Его решения, называемые *цилиндрическими функциями*, можно записать в одном из двух видов:

$$y(x) = A J_n(x) + B Y_n(x), \quad (\text{П.6.2})$$

или

$$y(x) = C H_n^{(1)}(x) + D H_n^{(2)}(x), \quad (\text{П.6.3})$$

где присутствуют следующие цилиндрические функции:

- $J_n(x)$ — функция Бесселя 1-го рода n -го порядка;
- $Y_n(x)$ — функция Бесселя 2-го рода n -го порядка (функция Неймана);
- $H_n^{(1)}(x)$ — функция Ханкеля 1-го рода n -го порядка;
- $H_n^{(2)}(x)$ — функция Ханкеля 2-го рода n -го порядка.

Для функций Ханкеля справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} H_n^{(1)}(x) &= J_n(x) + i Y_n(x), \\ H_n^{(2)}(x) &= J_n(x) - i Y_n(x). \end{aligned} \quad (\text{П.6.4})$$

Обычно требуется, чтобы решение (П.6.2) было ограниченным. Поэтому если в рассматриваемую область входит точка $x = 0$, в которой функция Неймана $Y_n(x) \rightarrow -\infty$, решение (П.6.2) должно записываться следующим образом:

$$y(x) = A J_n(x). \quad (\text{П.6.5})$$

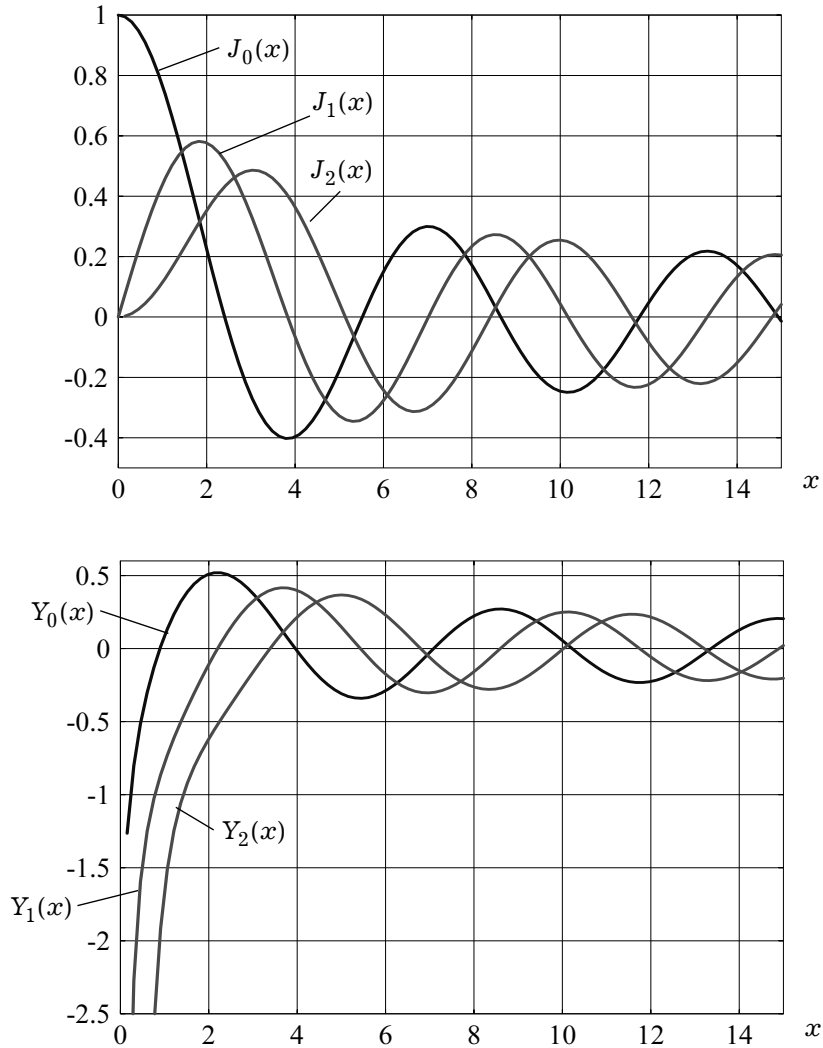


Рис. П.1

При рассмотрении процессов во внешней области (например, в задачах об излучении) необходимо, чтобы решение представлялось только в виде расходящейся волны. В этом случае решение (П.6.3) необходимо записать, положив постоянную $C = 0$ (зависимость от времени $\exp(i\omega t)$):

$$y(x) = D H_n^{(2)}(x). \quad (\text{П.6.6})$$

На рис. П.1 представлены графики цилиндрических функций 0-го, 1-го и 2-го порядков.

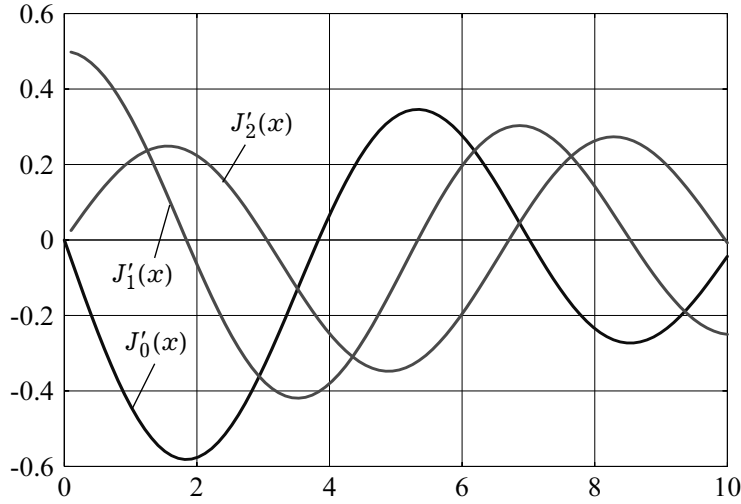


Рис. П.2

. Асимптотические представления цилиндрических функций. При неограниченном возрастании аргумента цилиндрические функции переходят в тригонометрические или, соответственно, в экспоненциальные:

$$\begin{cases} J_n(x) \\ Y_n(x) \end{cases} = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases} \left[x - \frac{\pi}{2} \left(n + \frac{1}{2} \right) \right] + O[x^{-3/2}], \quad (\text{П.6.7})$$

$$\begin{cases} H_n^{(1)}(x) \\ H_n^{(2)}(x) \end{cases} = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \exp \left[\begin{cases} \pm \\ \mp \end{cases} i x \right] \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases} \left[x - \frac{\pi}{2} \left(n + \frac{1}{2} \right) \right] + O[x^{-3/2}]. \quad (\text{П.6.8})$$

. Функциональные соотношения для цилиндрических функций.

Обозначим через $Z(x)$ любую из упомянутых выше четырёх цилиндрических функций. Для натурального n справедливы следующие функциональные соотношения:

$$Z_{-n}(x) = (-1)^n Z_n(x), \quad (\text{П.6.9})$$

$$\frac{dZ_n(x)}{dx} = -\frac{n}{x} Z_n(x) + Z_{n-1}(x) = \frac{n}{x} Z_n(x) - Z_{n+1}(x), \quad (\text{П.6.10})$$

$$Z_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} Z_n(x) - Z_{n-1}(x), \quad (\text{П.6.11})$$

$$\frac{d}{dx} [x^{-n} Z_n(\alpha x)] = -\alpha x^{-n} Z_{n+1}(\alpha x), \quad (\text{П.6.12})$$

$$\frac{d}{dx} [x^n Z_n(\alpha x)] = \alpha x^n Z_{n-1}(\alpha x), \quad (\text{П.6.13})$$

$$\frac{dZ_0(x)}{dx} = -Z_1(x), \quad \frac{dZ_1(x)}{dx} = Z_0(x) - \frac{Z_1(x)}{x}, \quad (\text{П.6.14})$$

$$\int x^{n+1} Z_n(x) dx = x^{n+1} Z_{n+1}(x), \quad (\text{П.6.15})$$

$$\int x^{-n+1} Z_n(x) dx = -x^{-n+1} Z_{n+1}(x). \quad (\text{П.6.16})$$

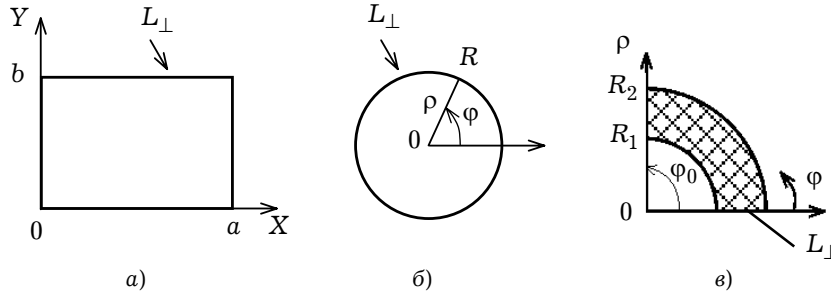


Рис. П.3

На рис. П.2 представлены графики производных функций $J'_0(x)$, $J'_1(x)$ и $J'_2(x)$, рассчитанные с использованием соотношения (П.6.10).

При рассмотрении линий передачи приходится находить решения двумерного уравнения Гельмгольца и решать соответствующие краевые задачи на этом уравнении. Ниже на примерах линий передачи с простейшей геометрией поперечного сечения проиллюстрируем *метод разделения переменных*.

В декартовых координатах двумерное уравнение Гельмгольца имеет вид

$$\frac{\partial^2 \Psi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_i}{\partial y^2} + \chi^2 \Psi_i = 0, \quad (\text{П.7.1})$$

где через Ψ_i обозначена одна из составляющих векторов \vec{e} или \vec{h} ; χ — поперечное волновое число. Применение метода разделения переменных подразумевает, что неизвестное решение Ψ_i можно представить в виде произведения функций разных координат:

$$\Psi_i = X(x)Y(y). \quad (\text{П.7.2})$$

Подстановка решения (П.7.2) в уравнение (П.7.1) приводит к соотношению:

$$-\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = \frac{1}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \chi^2. \quad (\text{П.7.3})$$

Так как слева и справа стоят функции различных аргументов, то они должны быть независимы, а, следовательно, левая и правая часть равны одной и той же постоянной, которую мы обозначим через постоянную r_x^2 . Тогда вместо (П.7.3) получаем два дифференциальных уравнения:

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + r_x^2 X = 0, \quad \frac{d^2 Y}{dy^2} + r_y^2 Y = 0, \quad (\text{П.7.4})$$

в которых

$$r_y^2 = \chi^2 - r_x^2. \quad (\text{П.7.5})$$

Общие решения уравнений (П.7.4) можно выразить, например, в тригонометрической форме:

$$\begin{aligned} X &= A \cos(r_x x) + B \sin(r_x x), \\ Y &= C \cos(r_y y) + D \sin(r_y y), \end{aligned} \quad (\text{П.7.6})$$

где A, B, C, D — неизвестные постоянные.

Поставим *краевую задачу Дирихле* для волновода с поперечным сечением в виде прямоугольника: $0 \leq x \leq a$; $0 \leq y \leq b$. (рис. П.3а). Граничное условие $\Psi_i =$ на L_\perp (то есть при $x = 0, a$; $y = 0, b$) приводит к решению

$$\Psi_i = N \sin(r_x x) \sin(r_y y), \quad (\text{П.7.7})$$

где

$$r_x = \frac{m\pi}{a}; \quad m = \overline{1, \infty}, \quad r_y = \frac{n\pi}{b}; \quad n = \overline{1, \infty}, \quad (\text{П.7.8})$$

N — новая неизвестная постоянная.

Таким образом, мы получили систему решений краевой задачи Дирихле на двумерном уравнении Гельмгольца в случае прямоугольной области. Решениями являются собственные функции $\Psi_{imn}^{(1)}$ с собственными значениями χ_{mn}^2 :

$$\begin{aligned} \Psi_{imn}^{(1)} &= N_{mn}^{(1)} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right), \\ \chi_{mn}^2 &= \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2, \quad (m = \overline{1, \infty}, n = \overline{1, \infty}), \end{aligned} \quad (\text{П.7.9})$$

где $N_{mn}^{(1)}$ — неопределенные постоянные.

В случае *краевой задачи Неймана* на решение (П.7.6) следует наложить граничные условия:

$$\frac{\partial \Psi_i}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = 0, a; \quad \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} = 0 \quad \text{при } y = 0, b. \quad (\text{П.7.10})$$

В результате получим систему решений краевой задачи Неймана для прямоугольной области в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Psi_{imn}^{(2)} &= N_{mn}^{(2)} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right), \\ \chi_{mn}^2 &= \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2, \quad (m = \overline{0, \infty}, n = \overline{0, \infty}), \end{aligned} \quad (\text{П.7.11})$$

где $N_{mn}^{(2)}$ — неопределенные постоянные.

Двумерное уравнение Гельмгольца в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \Psi_i}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Psi_i}{\partial \varphi^2} + \chi^2 \Psi_i = 0. \quad (\text{П.7.12})$$

Решение будем искать в виде произведения $\Psi_i = R(\rho)\Phi(\varphi)$, после подстановки которого в (П.7.12), имеем:

$$\frac{\rho^2}{R} \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \frac{\rho}{R} \frac{dR}{d\rho} + \rho^2 \chi^2 = -\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2}. \quad (\text{П.7.13})$$

Так как слева и справа в соотношении (П.7.13) стоят функции разных аргументов, то они должны быть независимы, а, следовательно, левая и правая часть равны одной постоянной, которую мы обозначим через ν^2 . Тогда вместо (П.7.13) получаем два дифференциальных уравнения

$$\frac{d^2 R}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dR}{d\rho} + \left(\chi^2 - \frac{\nu^2}{\rho^2} \right) R = 0, \quad (\text{П.7.14})$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + \nu^2 \Phi = 0, \quad (\text{П.7.15})$$

где ν — некоторая постоянная, в общем случае не целое число.

Дифференциальное уравнение (П.7.14) — это уравнение Бесселя типа (П.6.1). Его общее решение можно записать в одном из возможных видов (см. П.6):

$$\begin{aligned} R(r) &= A J_\nu(\chi\rho) + B Y_\nu(\chi\rho), \\ R(r) &= \tilde{A} H_\nu^{(1)}(\chi\rho) + \tilde{B} H_\nu^{(2)}(\chi\rho), \end{aligned} \quad (\text{П.7.16})$$

где $J_\nu(\chi\rho)$, $Y_\nu(\chi\rho)$ — функции Бесселя соответственно первого и второго родов; $H_\nu^{(k)}(\chi\rho)$ — функции Ханкеля; $A, B, \tilde{A}, \tilde{B}$ — неопределенные постоянные.

Решение уравнения (П.7.15) имеет вид:

$$\Phi(\varphi) = C \cos(\nu\varphi) + D \sin(\nu\varphi), \quad (\text{П.7.17})$$

где C, D — неизвестные постоянные.

Итак, найден общий вид решения $\Psi_i = R\Phi$ уравнения (П.7.12) в цилиндрической системе координат, содержащий ряд неопределенных постоянных.

Перейдем к решению краевых задач Дирихле и Неймана для круговой области (рис. П.3б). Так как $\Psi_i(\rho, \varphi) = \Psi_i(\rho, \varphi + \pi n)$, то ν в уравнениях (П.7.14), (П.7.15) — целое число или нуль: $\nu \equiv n (n = 0, \infty)$.

Рассмотрим вначале краевую задачу Дирихле. Выбирая решение уравнения (П.7.14) в первой формуле (П.7.16), мы должны положить $B = 0$, так как при $\rho \rightarrow Y_n(\rho) \rightarrow -\infty$, а мы будем искать ограниченное решение при $\rho = 0$. Таким образом,

$$\Psi_i(\rho, \varphi) = J_n(\chi\rho)\Phi(\varphi). \quad (\text{П.7.18})$$

Из граничного условия $\Psi_i = 0$ на L_\perp ($\rho = R$) следует, что

$$J_n(\chi R) = 0, \quad (\text{П.7.19})$$

то есть

$$\chi = \mu_{nm} / R, \quad (\text{П.7.20})$$

где μ_{nm} — m -корень уравнения $J_n(\mu) = 0$ ($m = 1, 2, 3, \dots$).

В результате мы можем записать собственные функции краевой задачи Дирихле в одной из следующих форм:

$$\begin{aligned} \Psi_{inm}^{(1)} &= N_{nm}^{(1)} J_n\left(\frac{\mu_{nm}}{R} \rho\right) \cos(n\varphi), & \Psi_{imn}^{(1)} &= N_{nm}^{(1)} J_n\left(\frac{\mu_{nm}}{R} \rho\right) e^{in\varphi}, \\ \Psi_{inm}^{(1)} &= N_{nm}^{(1)} J_n\left(\frac{\mu_{nm}}{R} \rho\right) \sin(n\varphi), & \Psi_{imn}^{(1)} &= N_{nm}^{(1)} J_n\left(\frac{\mu_{nm}}{R} \rho\right) e^{-in\varphi}, \end{aligned} \quad (\text{П.7.21})$$

и $\chi_{nm}^2 = (\mu_{nm} / R)^2$, $N_{nm}^{(1)}$ — неопределенные постоянные.

Решая для той же области граничную задачу Неймана, опять приходим к формуле (П.7.18). Однако постоянная χ теперь определяется из условия $\partial\Psi_i / \partial\rho = 0$ при $\rho = R$:

$$J'_n(\chi R) = 0. \quad (\text{П.7.22})$$

Откуда следует, что $\chi_{nm} = \lambda_{nm} / R$, λ_{nm} — m -корень уравнения $J'_n(\lambda) = 0$.

Окончательно получаем систему собственных функций для краевой задачи Неймана в виде:

$$\begin{aligned} \Psi_{inm}^{(2)} &= N_{nm}^{(2)} J_n\left(\frac{\lambda_{nm}}{R} \rho\right) \cos(n\varphi), & \Psi_{imn}^{(2)} &= N_{nm}^{(2)} J_n\left(\frac{\lambda_{nm}}{R} \rho\right) e^{in\varphi}, \\ \Psi_{inm}^{(2)} &= N_{nm}^{(2)} J_n\left(\frac{\lambda_{nm}}{R} \rho\right) \sin(n\varphi), & \Psi_{imn}^{(2)} &= N_{nm}^{(2)} J_n\left(\frac{\lambda_{nm}}{R} \rho\right) e^{-in\varphi}, \end{aligned} \quad (\text{П.7.23})$$

где $\chi_{nm}^2 = (\lambda_{nm} / R)^2$, $N_{nm}^{(2)}$ — неопределенные постоянные.

В качестве второго примера рассмотрим краевые задачи для области, представляющей собой часть сектора с углом φ_0 (рис. П.3в). В этом случае решение отличается от решения (П.7.18) для круга тем, что нет оснований отбрасывать член с функцией $Y_\nu(\chi\rho)$. Кроме того, параметр ν не может быть целым числом, так как структура поля в линии передачи с поперечным сечением в виде сектора неинвариантна при повороте на угол $2\pi n$ ($n = 1, \infty$).

Таким образом, вместо (П.7.18) имеем

$$\Psi_i = [A J_\nu(\chi\rho) + B Y_\nu(\chi\rho)] \Phi(\varphi). \quad (\text{П.7.24})$$

Рассмотрим вначале краевую задачу Дирихле. Для нее справедливы граничные условия:

$$\begin{aligned} \Psi_i &= 0 \quad \text{при} \quad \rho = R_1, & \Psi_i &= 0 \quad \text{при} \quad \rho = R_2, \\ \Psi_i &= 0 \quad \text{при} \quad \varphi = 0, & \Psi_i &= 0 \quad \text{при} \quad \varphi = \varphi_0, \end{aligned} \quad (\text{П.7.25})$$

Два последних граничных условия при $\varphi = 0; \varphi_0$ из (П.7.25) определяют вид функции $\Phi(\varphi)$:

$$\Phi(\varphi) = D \sin\left(\frac{n\pi\varphi}{\varphi_0}\right), \quad \nu = \frac{n\pi}{\varphi_0}; \quad n = \overline{1, \infty}. \quad (\text{П.7.26})$$

Первые два граничных условия из (П.7.25) приводят к системе алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} A J_\nu(\chi R_1) + B Y_\nu(\chi R_1) &= 0, \\ A J_\nu(\chi R_2) + B Y_\nu(\chi R_2) &= 0, \end{aligned} \quad (\text{П.7.27})$$

где параметр ν определяется из (П.7.26). Выполняя условие совместимости этой системы уравнений, обратим в нуль её главный определитель:

$$J_\nu(\chi R_1) Y_\nu(\chi R_2) - J_\nu(\chi R_2) Y_\nu(\chi R_1) = 0. \quad (\text{П.7.28})$$

Из (П.7.28) можно определить собственные значения параметра χ . Обозначим через χ_{vm} корни уравнения (П.7.28) ($m = \overline{1, \infty}$). Тогда, подставив их в первое уравнение (П.7.16) и найдя отношение коэффициентов A и B из первого уравнения в системе (П.7.27), получим:

$$R(\rho) = A \left[J_\nu(\chi_{vm}\rho) - \frac{J_\nu(\chi_{vm}R_1)}{Y_\nu(\chi_{vm}R_1)} Y_\nu(\chi_{vm}\rho) \right], \quad (\text{П.7.29})$$

где χ_{vm} определяются из уравнения (П.7.28). Окончательно, собственные функции краевой задачи Дирихле для геометрии, представленной на рис. П.3в, записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Psi_{inm}^{(1)} &= N_{nm}^{(1)} \left[J_\nu(\chi_{vm}\rho) - \frac{J_\nu(\chi_{vm}R_1)}{Y_\nu(\chi_{vm}R_1)} Y_\nu(\chi_{vm}\rho) \right] \times \\ &\times \sin\left(\frac{n\pi\varphi}{\varphi_0}\right), \quad (n = \overline{1, \infty}), \end{aligned} \quad (\text{П.7.30})$$

где $\nu = n\pi/\varphi_0$; собственные значения χ_{vm} определяются из уравнения (П.7.28); $N_{nm}^{(1)}$ — неопределенные постоянные.

Рассмотрим краевую задачу Неймана для геометрии, показанной на рис. П.3в. Решение по-прежнему представляется в виде (П.7.24). Для определения неизвестных постоянных в данном случае необходимо воспользоваться граничными условиями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi_i}{\partial \rho} &= 0 \quad \text{при} \quad \rho = R_1, & \frac{\partial \Psi_i}{\partial \rho} &= 0 \quad \text{при} \quad \rho = R_2, \\ \frac{\partial \Psi_i}{\partial \varphi} &= 0 \quad \text{при} \quad \varphi = 0, & \frac{\partial \Psi_i}{\partial \varphi} &= 0 \quad \text{при} \quad \varphi = \varphi_0, \end{aligned} \quad (\text{П.7.31})$$

Два последних условия (П.7.31) при $\varphi = 0$; φ_0 определяют вид функции $\Phi(\varphi)$:

$$\Phi(\varphi) = C \cos\left(\frac{n\pi\varphi}{\varphi_0}\right), \quad (\text{П.7.32})$$

$$\nu = \frac{n\pi}{\varphi_0}; \quad n = \overline{0, \infty}. \quad (\text{П.7.33})$$

Из двух первых граничных условий (П.7.31) следует система однородных линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} A J'_\nu(\chi R_1) + B Y'_\nu(\chi R_1) &= 0, \\ A J'_\nu(\chi R_2) + B Y'_\nu(\chi R_2) &= 0. \end{aligned} \quad (\text{П.7.34})$$

Равенство нулю главного определителя системы (П.7.34) соответствует уравнению для определения собственных значений χ :

$$J'_\nu(\chi R_1) Y'_\nu(\chi R_2) - J'_\nu(\chi R_2) Y'_\nu(\chi R_1) = 0. \quad (\text{П.7.35})$$

В результате собственные функции краевой задачи Неймана для геометрии на рис. П.3в имеют следующий вид:

$$\Psi_{inm}^{(2)} = N_{nm}^{(2)} \left[J_\nu(\chi_{\nu m} \rho) - \frac{J'_\nu(\chi_{\nu m} R_1)}{Y'_\nu(\chi_{\nu m} R_1)} Y_\nu(\chi_{\nu m} \rho) \right] \cos\left(\frac{n\pi\varphi}{\varphi_0}\right), \quad (\text{П.7.36})$$

где $\nu = n\pi/\varphi_0$, ($n = \overline{0, \infty}$), собственные значения $\chi_{\nu m}$ определяются из уравнения (П.7.35) ($m = \overline{1, \infty}$); $N_{nm}^{(2)}$ — неопределенные постоянные.

Список литературы

-
- Баскаков С.И.*
- Борн М., Вольф Э.* *Г.П. Мотулевича*
- Бредов М.М., Румянцев В.В., Топтыгин И.Н.*
И.Н. Топтыгина. —
- Бреховских Л.М.*
Бухгольц Г.
М.С. Рабиновича и Л.Л. Сабсовича
Вайнштейн Л.А.
Вайнштейн Л.А.
Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.
- Вольман В.И., Пименов Ю.В.*
- Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В.*
- Джексон Дж.* *Э.Л.*
Буриштейна
Духов В.М.
Завадский В.
- Зоммерфельд А.*
- Калитеевский Н.И.*
- Каценеленбаум Б.Э.*
Ковалёв И.С.
- Кравченко И.Т.*

Кугушев А.М., Голубева Н.С., Митрохин В.Н.

Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.

Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.

Лебедев А.Н.

Марков Г.Т., Петров Б.М., Грудинская Г.П.

Матвеев А.Н.

Миролюбов Н.Н., Костенко М.В., Левинштейн М.Л., Тиходеев Н.Н.

Морс Ф.М., Фешбах Г.

Неганов В.А., Нефедов Е.И., Яровой Г.П.

Неганов В.А., Нефедов Е.И., Яровой Г.П.

В.А. Неганова

Неганов В.А., Раевский С.Б., Яровой Г.П.

В.А. Неганова

Неганов В.А., Раевский С.Б., Яровой Г.П.

В.А. Неганова С.Б. Раевского

Никольский В.В.

Никольский В.В., Никольская Т.И.

Пановский В., Филипс М.

С.П. Капицы

Петров Б.М.

Пименов Ю.В., Вольман В.И., Муравцов А.Д.

Ю.В. Пименова

С.И. Баскакова

Семенов А.А.

Стреттон Дж.А.

С.М.

Рытова

Тамм И.Е.

Терлецкий Я.П., Рыбаков Ю.П.

Фёдоров Н.Н.

Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.

Я.А. Смородинског

Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.

Я.А. Смородинского

Вайнштейн Л.А.

Голин Г.М., Филонович С.Р.

Григорьян А.Т., Вяльцев А.Н.

Карцев В.

Каценеленбаум Б.З.

Кугушев А.М., Голубева Н.С., Митрохин В.Н.

Максвелл Дж.К.

Матвеев А.Н.

Неганов В.А., Раевский С.Б., Яровой Г.П.

В.А. Неганова.

Никольский В.В., Никольская Т.И.

Пименов Ю.В., Вольман В.И., Муравцов А.Д.

Ю.В. Пименова

Суханов А.Д.

Тамм И.Е.

Терлецкий Я.П., Рыбаков Ю.П.

Туров Е.А.

Борн М., Вольф Э.

Г.П. Матулевича

Вайнштейн Л.А.

Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П

Горелик Г.С.

Каценеленбаум Б.З.

Кравченко И.Т.

Неганов В.А., Раевский С.Б., Яровой Г.П.

В.А. Неганова.

Никольский В.В., Никольская Т.И.

Петров Б.М.

Пименов Ю.В., Вольман В.И., Муравцов А.Д.

Ю.В. Пименова.

Вайнштейн Л.А.

Марков Г.Т., Чаплин А.Ф.

Митра Р., Ли С.

Г.В. Воскресенского

Неганов В.А., Раевский С.Б., Яровой Г.П.

В.А. Неганова.

Никольский В.В., Никольская Т.И.

Петров Б.М.

Пименов Ю.В., Вольман В.И., Муравцов А.Д.

Ю.В. Пименова.

Вайнштейн Л.А.

М. Барноски

Веселов Г.И., Раевский С.Б.

Взятыйшев В.Ф.

Гвоздев В.И., Нефедов Е.И.

Гроднев И.И., Ларин Ю.Т., Теумин И.И.

Гуревич А.Г.

Дерюгин Л.Н.

Диденко А.Н.

Егоров Ю.В.

Ефимов И.Е.

Ефимов И.Е., Шермина Г.А.

Заргано Г.Ф., Ляпин В.П., Михалевский В.С.

Заргано Г.Ф., Лерер А.М., Ляпин В.П., Синявский Г.П.

Иларионов Ю.А., Раевский С.Б., Сморгонский В.Я.

Т. Тамира

Кисунько Г.В.

Когтев А.С., Раевский С.Б.

И.С. Ковалё-

ва

Маркузе Д.

- Г.И. Веселов, Е.Н. Егоров, Ю.Н. Алехин* *Г.И.*
- Веселова*
- Митра Р., Ли С.*
Г.В. Воскресенского
Михалевский В.С.
- Неганов В.А.*
- Неганов В.А., Нефёдов Е.И., Яровой Г.П.*
- Неганов В.А., Нефёдов Е.И., Яровой Г.П.*
- Неганов В.А., Раевский С.Б., Яровой Г.П.*
В.А. Неганова С.Б. Раевского.
- Нефёдов Е.И., Саидов А.С., Тагилаев А.Р.*
- Нефёдов Е.И., Сивов А.Н.*
- Нефёдов Е.И., Фиалковский А.Т.*
- Раевский С.Б.*
- Силин Р.А., Сазонов В.П.*
- Содха М.С., Гхатак А.К.*
В.А. Киселёва
- С.И. Бахарев, В.И. Вольман, Ю.Н. Либ* *В.И. Вольмана*
- Унгер Х.Г.*
- Чео П.К.*
Шевченко В.В.
- Вайнштейн Л.А.*

Григорьев А.Д., Янкевич В.Б.

нов М.Е. Ильченко
Кисунько Г.В.

М.Е. Ильченко, В.Ф. Взятыйшев, Л.Г. Гаспанов
М.Е. Ильченко
Кисунько Г.В.

Неганов В.А., Раевский С.Б., Яровой Г.П.
В.А. Неганова С.Б. Раевского.

Нефёдов Е.И.

Нефёдов Е.И., Козловский В.В., Згурский А.В.

Вайнштейн Л.А.

Каценеленбаум Б.З.

Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И.

Краснов М.Л.
Забрейко П.П., Кошелев А.И.

Б.З. Каценеленбаума и В.В. Шевченко
Морс Ф.М., Фешбах Г.

Тихонов А.Н., Самарский А.А.

Марков Г.Т., Чаплин А.Ф.

Нефёдов Е.И., Козловский В.В., Згурский А.В.

Никольский В.В., Никольская Т.И.

Петров Б.М.

Сазонов Д.М.

Фелсен Л., Маркувиц Н.

Сазонов Д.М.

Воскресенский Д.И., Гостюхин В.Л., Максимов В.М., Пономарев Л.И.

Д.И. Воскресенского

Р. Митры

Э.Л. Бурштейна

Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.

Неганов В.А., Осипов О.В., Раевский С.Б., Яровой Г.П.

В.А. Неганова и С.Б. Раевского

Неганов В.А., Матвеев И.В., Медведев С.В.

Неганов В.А., Матвеев И.В.

Неганов В.А., Нефёдов Е.И., Яровой Г.П.

В.А. Неганова

Неганов В.А., Павловская Э.А., Яровой Г.П.

В.А. Неганова.

Неганов В.А.

Неганов В.А., Клюев Д.С., Ефремова А.А.

Неганов В.А.

Неганов В.А.

Неганов В.А., Лемжин М.И., Святкин Н.М.

Неганов В.А.

Харченко К.П., Сухарев В.Н.

Вайнштейн Л.А.

Неганов В.А., Раевский С.Б., Яровой Г.П.
В.А. Неганова С.Б. Раевского

Никольский В.В., Никольская Т.И.

Семенов А.А.

С.Б. Бутаковой

Бабич В.А., Булдырев В.С.

Борн М., Вольф Э.

Г.П. Мотулеви-

ча

Боровиков В.А., Кинбер Б.Е.

Ваганов Р.Б., Каценеленбаум Б.З.

Вайнштейн Л.А.

Вайнштейн Л.А.

Васильев Е.Н.

Иванов Е.А.

Ильинский А.С., Кравцов В.В., Свешников А.Г.

Нефёдов Е.И.

Потехин А. И.

Уфимцев П.Я.

Фелсен Л., Маркувиц Н.

Фок В.А.

Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К.

Г.Д. Малюжинца

Валберский М.В., Абрамов В.П., Казанцев В.И.

Гинзбург В.Л.

Гуревич А.Г.

Гуревич А.Г.

Гуревич А.Г., Мелков Г.А.

Курушин Е.П., Нефёдов Е.И.

Лакс Б., Баттон К.

А.Г. Гуревича

Микаэлян А.Л.

Неганов В.А., Раевский С.Б., Яровой Г.П.

В.А. Неганова

Сул Г., Уокер Л.

Lindell I.V., Sihvola A.H., Tretyakov S.A., Viitanen A.J.

Каценеленбаум Б.З., Коршунова Е.Н., Сивов А.Н., Шатров А.Д.

Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V.

Шевченко В.В.

Неганов В.А., Осипов О.В.

Федоров Ф.И.

Альперт Я.Л.

Андрушко Л.М., Вознесенский В.А., Катох В.Б.

Г.А. Ерохин, Д.В. Чернышев, И.Д. Козырев, В.Г. Кочержевский
Г.А. Ерохина

Басс Ф.Г., Фукс И.М.

Бреховских Л.М., Годин О.А.

Бутусов М.М., Верник С.Л., Галкин В.Н.

Введенский Б.А.

Гроднев И.И., Верник С.М.

Грудинская Г.П.

Б.А. Введенского, М.А. Колосова, А.И. Калинина, А.С. Шифрина

Долуханов М.П.

Долуханов М.П.

Егоров Е.И., Калашников Н.И., Михайлов А.С.

Захаров Е.В., Пименов Ю.В.

М.В. Максимова

Зуев В.Е., Кабанов М.В

Зуев В.Е., Кабанов М.В

Зуев В.Е., Фадеев В.Я.

Ипполито Л.Дж.

Калинин А.И.

Кашировский В.Е., Кузубов В.А.

*Козанне А., Флере Ж., Мэтр Г., Руссо М.
В.К. Соколова*

Колосов М.А., Арманд Н.А., Яковлев О.И.

Колосов М.А., Шабельников А.В.

Корсунский Л.Н.

Кравцов Ю.Л., Орлов Б.И.

Краснушкин П.Е.

Михайлов М.И., Разумов И.Д., Соколов С.А.

*Неганов В.А., Раевский С.Б., Яровой Г.П.
В.А. Неганова.*

Е.М. Диа-

нова

А.Д. Фор-

туненко, Г.Б. Аскинази, В.Л. Быков

Пономарев Г.А., Куликов А.Н., Тельпуховский Е.Д.

Ю.М. Казаринова

М.С. Ярлыкова М.В. Чернякова

Семенов А.С., Смирнов В.Л., Шмалько А.В.

Л.Я. Кантора

Ю.А. Феокистова

*Унгер Г.Г.
Фейнберг Е.Л.*

Фок В.А.

Фок В.А.

Хмельницкий Е.А.

Черенкова Е.Л., Чернышев О.В.

Черный Ф.Б.

Щукин А.Н.

Н.М. Царькова

О.А. Зенкевича

Яковлев О.И.

Ямпольский В.Г., Фролов О.П.

Неганов В.А., Яровой Г.П.

В.А. Неганова

Будурис Ж., Шеневье П.

А.Л. Зиновьева

Альтман Дж. Л.

И.В. Лебедева

Неганов В.А., Нефёдов Е.И., Яровой Г.П.

В.А. Неганова

Сазонов Д.М.

*Сазонов Д.М., Гридин А.Н., Мишустин Б.А.
Д.М. Сазонова.*

Чернушенко, Б.В. Петров, Л.Г. Малорацкий А.М.
А.М. Чернушенко

Г.И. Веселов, Е.Н. Егоров, Ю.Н. Алехин Г.И.
Веселова
Воскресенский Д.И., Гостюхин В.Л., Максимов В.М., Пономарев Л.И.

Д.И. Воскресенского

Гупта К., Гардис Р., Чадха Р.

Хелзайн Дж. А.С.
Галина

Д.И. Воскресенского

Гупта К., Гардис Р., Чадха Р.

В.Г. Шейкмана

В.В. Никольский, В.П. Орлов, В.Г. Феоктистов В.В. Никольского

Ильин В.Н., Коган В.Л.

Норенков И.П.

Неганов В.А., Нефёдов Е.И., Яровой Г.П.

В.А. Неганова

Колмогоров А.Н., Фомин С.В.

Канторович Л.В., Крылов В.И.

Цлаф Л.Я.

Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И.

Верлань А.Ф., Сизиков В.С.

Краснов М.Л.

Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.

Неганов В.А., Нефёдов Е.И., Яровой Г.П.

Бу Чень-пан.

Р. Мит-

ры

Веселов Г.И., Темнов В.М.

Гахов Ф.Д.

Мухелишвили Н.И.

Левин Л.

В.И. Вольмана.

Егоров Ю.В.

Неганов В.А.

Неганов В.А.

Сазонов Д.М.

Воскресенский Д.И., Гостюхин В.Л., Максимов В.М., Пономарев Л.И.

Д.И. Воскресенского

Р. Митры

Э.Л. Бурштейна

Неганов В.А., Осипов О.В., Раевский С.Б., Яровой Г.П.

В.А. Неганова и С.Б. Раевского

Неганов В.А., Матвеев И.В., Медведев С.В.

Неганов В.А., Матвеев И.В.

*Неганов В.А., Павловская Э.А., Яровой Г.П.
В.А. Неганова*

Неганов В.А.

Неганов В.А., Клюев Д.С., Ефремова А.А.

Неганов В.А.

Неганов В.А.

Неганов В.А., Лемжин М.И., Святкин Н.М.

Неганов В.А.

Харченко К.П., Сухарев В.Н.

Веселов Г.И., Раевский С.Б.

Воскресенский Д.И., Гостюхин В.Л., Максимов В.М., Пономарев Л.И.

Иванов А.Б.

Неганов В.А., Нефедов Е.И., Яровой Г.П.

Иларионов Ю.А., Раевский С.Б., Сморгонский В.Я.

Курушин Е.П., Нефёдов Е.И.

Беланов А.С.

Беланов А.С., Дианов Е.М.

Беланов А.С., Белов А.В., Дианов Е.М., Кривенков В.В., Раевский А.С., Харитонова К.Ю.

λ

Горячев Ю.А., Раевская О.И.

Веселов Г.И., Марчев А.Г., Раевский С.Б., Щербаков В.В.

Раевский С.Б.

Раевская О.И., Калмык В.А., Горячев Ю.А.

А.С. Раевский, С.Б. Раевский, О.Т. Цинин.

Наймарк М.А.

Никольский В.В.

Раевский С.Б.

Раевский С.Б.

Веселов Г.И., Любимов Л.А.

Clarricoats P.J.B. Taylor B.C.

Раевский С.Б., Сморгонский В.Я.

Tsandonlas G.H., Inc.W.J.

Веселов Г.И., Платонов Н.И., Семенов С.Г.

Веселов Г.И., Семенов С.Г., Благовещенский В.А.

Веселов Г.И., Раевский С.Б.

Краснушкин П.Е., Федоров Е.Н.

Веселов Г.И., Раевский С.Б.

Моденов В.П.

Раевский С.Б.

Моденов В.П.

Шевченко В.В.

Моденов В.П.

Моденов В.П.

Моденов В.П.

Соболев С.Л.

Митра Р., Ли С.

Никольский В.В., Никольская Т.И.

*Г.И. Веселова**Нефёдов Е.И., Фиалковский А.Т.**Литвиненко Л.Н., Просвирнин С.Л.**Васильев Е.Н.**Барина В.Ф., Раевский С.Б., Рудоясова Л.Г.**Раевский С.Б., Рудоясова Л.Г.**Раевский С.Б., Рудоясова Л.Г.**Раевская О.И.**Балабанова Т.Н., Кужушкин А.В., Раевский С.Б.**Гвоздев В.И., Нефёдов Е.И.**Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М.**Тихонов А.Н., Самарский А.А.**Маделунг Э.**Г. Сул, Л. Уокжер**Rhodes J.D.**Вайнштейн Л.А.**Когтев А.С., Раевский С.Б.**Раевский С.Б.*

Веселов Г.И., Калмык В.А., Раевский С.Б.

Веселов Г.И., Раевский С.Б.

Раевский С.Б.

Калмык В.А., Раевский А.С.

Баринаова В.Ф., Павловская Г.В., Раевский С.Б.

Калмык В.А., Раевский С.Б., Угрюмов В.П.

Неганов В.А., Раевский С.Б., Яровой Г.П.

Виприцкий Д.Д., Назаров А.В., Раевский С.Б.

Раевский А.С.

Раевский А.С., Раевский С.Б.

Раевский А.С., Раевский С.Б.

Веселов Г.И., Калмык В.А., Раевский С.Б.

Бударагин Р.В., Раевский С.Б., Титаренко А.А.

Раевский А.С., Раевский С.Б., Титаренко А.А.

Бейтмен Г., Эрдейи А.

Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.

Верлань А.Ф., Сизиков В.С.

Верлань А.Ф., Сизиков В.С.

Р. Митры

Э.Л. Буриштейна

Гахов Ф.Д.

Градиштейн И.С., Рыжик И.Н.

Двайт Г.Б.

Н.В. Леви

Канторович Л.В., Крылов В.И.

Князев П.Н.

Ф.Д. Гахова

Колмогоров А.Н., Фомин С.В.

Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И.

Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И.

Лебедев Н.Н.

Л.А. Люстерника А.Р. Янпольского
Михлин С.Г.

Мусхелишвили Н.И.

Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.

Рихтмайер.

М. Абрамовица

И. Стигана

Г. Стренг, Дж. Фикс

В.И.

Агошкова

Г.И. Марчука

Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.

Тихонов А.Н., Самарский А.А.

Янке Е., Эмде Ф., Лем Ф.

Предметный указатель

- Амплитуда
 комплексная 87
- Антенна 297
 апертурная 326
 поверхностная 386
 идеальная 386
 рупорная 360
аффино́р «импедансов» 147
- Базис
 Трефца 586
- Баланс
 фаз 283
- Бинормаль
 кристалла 439
- Вектор
- Герца
 магнитный 85, 123
 электрический 84
 напряжённости
 магнитного поля 53
 электрического поля 28
 Умова-Пойнтинга 63
 электрического смещения 51
 электрической индукции 50
 электрической поляризации 49
- Ветвь
 магнитостатическая 462
- Взаимодействие
 магнитокристаллическое 447
 магнитоупругое 447
 обменное 447
- Вибратор
 активный 333
 Герца 297
- пассивный 333
 проволочный
 криволинейный 325
 трубчатый 643
 щелевой
 элементарный 320
 электрический
 элементарный 325
- Возбуждение
 волн линий передачи 350
 колебаний резонаторов 357
 открытых направляющих структур 366
- Волна
 Е (ТМ) - типа 171
 Н (ТЕ) - типа 171
 LE-типа 171
 LM-типа 171
 бегущая 174
 Бриллюэна 281
 гибридная 171
 затухающая 97
 земная 479
 Зоммерфельда 219
 ионосферная 479
 комплексная 668
 магнитная 111, 306
 магнитостатическая 71
 медленная 461
 необыкновенная 438, 460
 неоднородная 95
 плоская 115, 172
 нормальная 456
 обыкновенная 438
 однородная 95
 основная 171, 187
 поверхностная 479, 507
 поперечная 73
 поперечно магнитная 306
 поперечно электрическая 306
 продольная 73
 рассеянная 480
 собственная 171
 классификация 171
 стоячая 105, 237
 сферическая 133
 расходящаяся 311
 Т-типа 171
 типа Е 171, 178, 306

- типа EH 171
- типа H 171, 178, 306
- типа HE 171
- типа LE 171
- типа LM 171, 201
- типа TE 171
- типа TM 171
- типа T 171, 195
- фронт 174
- Ценнека 507
- цилиндрическая 122
- "шепчущей галерей" 263
- электрическая 306
- Волновод 169
 - G-образный 612
 - запредельный 176
 - круглый
 - E-волны 189
 - H-волны 192
 - металлический 188
 - оптический
 - градиентный 207
 - плоский 202
 - прямоугольный 180
 - E-волны 181
 - H-волны 184
 - с плоскопараллельными слоями 199
 - электрическая прочность 188
- Волокно
 - оптическое
 - SM 216
 - многомодовое 215
 - одномодовое 216
- Восприимчивость
 - диэлектрическая 51, 56
 - магнитная 53, 56
 - магнитная, динамическая 448
- Вырождение колебаний
 - двухкратное 248
- Гамильтониан
 - магнитной системы 447
- Гиротропия 451
- Глубина проникновения 115, 240
- Граница
 - порядка сингулярности
 - верхняя 145
 - экранирующая 62
- Диаграмма
 - направленности по мощности
 - нормированная 312
 - направленности по полю
 - нормированная 312
- Диполь
 - Герца 314
 - магнитный 316
 - электрический 314
- Директор 332
- Дисперсия 175
 - временная 57
 - межмодовая 207, 215
 - направляемой волны 175
 - нормальная 121
 - отрицательная 220
 - пространственная 57
- Диссипация 455
- Дифракция 369
 - Фраунгофера 373
 - Френеля 388
- Длина
 - волны 93, 97
 - в волноводе 175
 - критическая 176
- Длина волны 175
- Добротность
 - резонатора 232, 244
 - внешняя 233
 - нагруженная 233
 - ненагруженная 232
 - собственная 232, 237
- Задача
 - Зоммерфельда 503
 - краевая 65
 - Гильберта 607
 - Дирихле 178, 181, 189
 - Неймана 179, 184, 192
 - Римана 606

- Римана-Гильберта 604
 самосопряженная 657
 линейного программирования 575
 электродинамики
 внешняя 66
 внутренняя 66
- Закон
 Био-Савара 70
 для прямолинейного
 бесконечного тока 37
 Гаусса 30, 31
 в дифференциальной форме 41
 инвариантный 31
 Кулона 27
 Снеллиуса 108
 сохранения 23
 числа частиц 24
 электрического заряда 25
 сохранения заряда 427
 Фарадея 44
 в дифференциальной форме 45
 электромагнитной индукции 44
- Замыкание
 короткое 544
- Заряд
 закон сохранения 25, 31
 инвариантность 30
 плотность 25
- Зеркало
 фокусирующее 284
- Зона
 ближняя 313
 видимости РЛС 491
 дальняя. См. Зона: Фраунгофера
 запыления 222
 Фраунгофера 310
 Френеля 487, 312, 390
- Излучатель
 Гюйгенса
 элементарный 322
 магнитный
 элементарный 316
- Излучение
 условие 66
- электромагнитное 39, 295
- Импеданс
 среды 95
- Инвариант 39
- Индекс
 преломления 497
- Индукция
 электромагнитная 45
- Интеграл
 типа Коши 605
 Френеля 389
- Интенсивность 373
- Интерференция 371
- Ионосфера 477
- Источник
 когерентный 369
 положительный 21
- Кабель
 оптический 210
- Калибровка
 Кулона 80
 Лоренца 79, 296
- Канал
 волновой 561
- Картина
 дифракционная 373
- Каустика 288
- Киральность 467
- КНД. См. Коэффициент: направленного
 действия
- Колебание 73
 вынужденное 231
 вырожденное 231
 намагниченности, однородное 448
 намагниченности, свободное 448
 намагниченности, собственной 448
 собственное 448
- Колебания
 магнитные, малые 450
- Коррекция
 фазовая 282, 284
- Коэффициент
 задачи Римана 606
 затухания 89, 97, 174
 направленного действия 489
 направленности действия 489, 387

- распространения 174
связи 233
усиления
 антенны 489
 фазы 174
Френеля 112
Кривая
 Берроуза 514
Кристалл
 оптически отрицательный 437
 оптически положительный 437
- Лемма
 Лоренца 530
Линия
 зеркальная 270, 277
 линзовая 270, 275
 передачи 169
 коаксиальная 195
 однородная 169
 открытая 169
 регулярная 169
 экранированная 169
Линия передачи
 волноводно-щелевая 620
 коаксиальная 169
 однородная 169
 открытая 169
 регулярная 169
 экранированная 169
Луч 492, 369
- магнитные волны 306
Магнитостатика 70
Матрица
 передачи 545
 проводимостей 528
 нормированная 565
 рассеяния 527, 538, 545, 564
 сопротивлений 528
 нормированная 565
Мезопауза 478
Мезосфера 477
Метод
 Бубнова-Галеркина 584
 Галёркина. См. Метод: моментов
 Гюйгенса-Кирхгофа 381
 комплексных амплитуд 87
 Мейкснера 143
 моментов 582, 599
 разделения переменных 411
 Ритца 620
 сингулярных интегральных
 представлений 652
 слабой регуляризации. См. Метод:
 Тихонова
 Тихонова 601
 Трефца. См. Процесс: Трефца
 физической оптики 369
 частичных областей 587, 199
Микроплотность
 заряда 48
 тока 48
Множитель
 интерференционный 518
 поляризации 436, 444
 радиационный 272
 системы излучателей 329
Мода
 волноводная 204
 излучательная 204
 подложки 204
 спиральная 215
Модель
 двух сред 50
Молекула
 полярная 50
Момент
 магнитный 52
Мощность
 излучения
 антенны 489
Намагниченность 52, 447
 насыщения 447
 равновесная 450
Напряжённость
 магнитного поля 53
Напряженность
 электрического поля 28

- Насыщение
ферромагнетика 462
- Область
доминантная
радиолинии 484
промежуточная. См. Зона:
Френеля
реактивного ближнего поля 315
- Объект
единый физический
инвариантный 39
- Оператор
регуляризующий 611
симметричный 580
электродинамический
самосопряженный 654
несамосопряженный 654
- Оптика
геометрическая 492, 369
- Отражение
полное внутреннее 109
- Параметр
киральности 468, 470
- Пауза 478
- Переменная
Швингера 626
- Период
колебания 87
- Плоскость
отсчета фаз 525, 537
- Плотность
заряда 25
магнитного момента 447
энергии
электромагнитного поля 65
- Площадь
приёмной антенны
эффективная 490
рассеяния
эффективная 490
- Плунжер 250, 260
- Поверхность
эквипотенциальная 18
- Показатель
преломления 94
эффективный 205
эффективный нормированный 205
- Поле
безвихревое 22
вихревое 22
гармоническое 86
магнитное
стационарное 68
магнитное, эффективное 447
монокроматическое 86
потенциальное 22, 67
с источником 20
соленоидальное 20, 365
стационарное 66
физическое 17
электрическое 28
системы зарядов 29
электромагнитное 39
- Полином
Лежандра 135
присоединённый 135
Эрмита 208, 276
- Полнота 581
- Полуширина
резонансной кривой 455
- Поляризация
вещества 49
ионная 50
ориентационная 50
электронная 50
волны 100
вертикальная 103
горизонтальная 103
круговая 101
линейная 100
параллельная 111
перпендикулярная 111
типа E 111
- Поляризованность
вещества 49
- Поляризуемость
магнитоэлектрическая 469
электромагнитная 469
- Постоянная
Гельдера 604

- распространения 97, 172, 174
 фазовая 97
 электрическая 51
 Постоянная распространения 174
 Потенциал
 магнитоэлектростатический 70
 электродинамический 78
 векторный 78
 скалярный 78
 электростатический 67
 Поток
 векторного поля 18
 мощности 64
 Преломление
 двойное 461
 Преобразование
 Фурье-Бесселя 133
 Приближение
 Гюйгенса-Кирхгофа 369, 397
 Кирхгофа 397
 лучевое. См. Оптика:
 геометрическая
 Принцип
 Бабине 387
 вариационный 616
 взаимности 325
 Гюйгенса 322, 370
 двойственности 317
 декомпозиции 559
 параметрического синтеза 574
 Проводимость
 удельная
 тензор 56
 Проводник
 магнитный 301
 электрический 301
 Проектирование
 автоматическое 557
 Проницаемость
 абсолютная диэлектрическая 51
 абсолютная магнитная 54
 диэлектрическая
 тензор 56
 магнитная
 тензор 56
 магнитная, эффективная 458
 относительная диэлектрическая
 51
 относительная магнитная 54
 Процесс
 Трефца 585
 Пучность
 стоячей волны 105
 Радиоволна 476
 диапазоны 476
 Радиоприемная линия
 доминантная область 484
 Радиус Земли
 эквивалентный 497
 Разность хода
 лучей 310
 Разрежение
 спектра 233
 Рамка
 элементарная 318
 Распространение
 дальнее тропосферное 480
 Рассеяние
 дифракционное 369
 Расстояние
 численное 514
 Регуляризация 611
 Режим
 отсечки 176
 Резольвента 594
 Резонанс
 в режиме бегущей волны 265
 ферромагнитный 452, 460
 ферромагнитный, поперечный 461
 ферромагнитный, продольный 459
 Резонатор
 волноводно-диэлектрический 260, 265
 на основе запертого волновода
 266
 волноводный
 ферритовый 268
 диэлектрический
 закрытый 260
 на азимутальных типах колебаний 262
 на низших типах колебаний 261
 открытый 260

- экранированный 260
 закрытый 234
 коаксиальный 254
 Е-колебания 257
 Н-колебания 258
 Т-колебания 254
 конфокальный 283
 круглый 250
 Е-колебания 252
 Н-колебания 253
 металлодиэлектрический 260
 объёмный 230
 открытый 230, 280
 прямоугольный 244
 Е-колебания 246
 Н-колебания 247
 с двугранными отражателями 288
 с цилиндрическими зеркалами 284
 Рефлектор 332
 Рефракция 479, 493
 критическая 497
 нормальная 496
 отрицательная 497
 положительная 497
 пониженная 497
 тропосферная 497
 Решётка
 дифракционная 378
 Рупор 360
 Ряд
 ортогональный 581
 Фредгольма 595
 Фурье 581

 Сверхрефракция 498
 Световод
 волоконный 210
 канальный 209
 плёночный 209
 планарный 209
 полосковый 209
 Сечение
 критическое 291
 рассеяния
 эффективное поперечное 416
 Система
 уравнений
 магнитостатики 70
 Максвелла 46, 54
 Скин-эффект 116
 Скорость
 групповая 121, 175
 фазовая 93, 97, 174
 Сопротивление
 волновое 552, 553, 95
 поверхностное
 металла 239
 характеристическое 95
 Составляющие
 циркулярные 453
 Способ
 Карлемана–Векуа 611
 Среда
 анизотропная 56
 диамагнитная 53
 диспергирующая 57
 диэлектрическая
 неоднородная 493
 изотропная 56
 киральная 467
 кусочно-однородная 57
 нелинейная 57
 неоднородная 56
 однородная 56
 парамагнитная 53
 стационарная 24
 ферритовая, продольно намагниченная 458, 460
 ферромагнитная 53
 Стенка
 магнитная 422
 Стратопауза 478
 Стратосфера 477
 Сходимость
 относительная 603
 Сшивание
 полей 199

 Тензор
 входного адмитанса 622

- комплексной диэлектрической проницаемости 427
 - Теорема
 - Кирхгофа–Гельмгольца интегральная 396
 - Умова–Пойнтинга 529
 - Фостера 532
 - Термосфера 477
 - Ток
 - магнитный 298
 - намагничивания 52
 - поверхностный
 - в стенках волновода 187
 - смещения 41
 - стационарный 26
 - сторонний 298
 - электрический 25
 - Тройник
 - волноводный 549
 - Тропапауза 478
 - Тропосфера 477

 - Угол
 - Брюстера 114
 - диэлектрических потерь 89
 - магнитных потерь 89
 - полной поляризации 114
 - Узел
 - стоячей волны 105
 - Упорядочение
 - антиферромагнитное 447
 - гелиомагнитное 447
 - спиральное 447
 - ферромагнитное 447
 - Уравнение
 - баланса
 - в дифференциальной форме 24
 - в интегральной форме 23
 - энергии 63, 65
 - Бесселя 125, 190
 - волновое 74
 - неоднородное 78
 - Вольтерра 592
 - Гельмгольца
 - обобщённое для гиротропной среды 434
 - однородное 90
 - Даламбера
 - векторное 78
 - движения, вынужденное 450
 - движения, линеаризированное 450
 - интегральное
 - адмитансное 588
 - второго рода с вырожденным ядром 592
 - импедансное 588
 - сингулярное 604, 609
 - каустических поверхностей 288
 - Ландау–Лившица 447
 - Лапласа 68, 70
 - непрерывности 24, 40, 427, 150
 - параболического типа 286
 - переноса 492
 - Пуассона 67
 - радиолокации 490
 - телеграфное 169
 - Уокера 463
 - Фредгольма
 - второго рода 591
 - первого рода 592
 - третьего рода 592
 - Фредгольма 1-го рода
 - интегральное 410
 - Фредгольма 2-го рода
 - интегральное 406
 - Шредингера 208
 - эйконала 492
 - эллиптического типа 286
- Уравнения
 - Максвелла 46
 - для электростатики 67
 - с магнитными токами 297
 - Максвелла–Лоренца 48
 - материальные 56
 - для киральной среды 470
 - телеграфные 169
- Уровень
 - электродинамический 169
- Условие
 - Гельдера 604
 - граничное 58
 - импедансное 509
 - Леонтовича–Щукина 508, 116

- излучения 138
 - Зоммерфельда 66
- излучения Зоммерфельда 397
- квазистационарности 74
- Липшица 604
- на ребре 65, 146
- ортогональности
 - собственных волн 347
 - собственных колебаний 356
- подобия 167
- поперечного резонанса 205
- самосогласования 205
- в цилиндрической системе координат 305
- для свободного пространства 304
- свободного пространства 644
- Матье 286
- ортогональная 580
- ослабления 508
- параболического цилиндра 287
- поверхностная 135
- потенциальная 343
- Риккати–Ханкеля 135
- сферическая
 - бесселевая 136
- Эрмита–Гаусса 208
- Ферромагнетизм 447
- Формула
 - Введенского 515
 - квадратичная 522
- Грина
 - векторная 400
 - вторая. См. Формула: Грина:
 - скалярная 394
 - третья 396
- интерференционная 518
- отражательная. См. Формула:
 - интерференционная
- Рэля–Джинса 233, 280
- Сохоцкого–Племеля 605
- Стреттона–Чу 402
 - интегральная 402
- Френеля 113
- Формулы
 - Полдера 451
- Фронт
 - волновой
 - геометрический 493
- Функция
 - Грина 366
- Функция
 - Бесселя
 - второго рода 125
 - первого рода 125
 - сферическая 135
 - Грина 602
- Характеристика
 - дисперсионная 175
 - направленности по мощности
 - нормированная 312
 - направленности по напряжённости
 - нормированная 312
- Ход
 - холостой 543
- Циркуляция 21
- Частица
 - электромагнитная 467
- Частота
 - критическая 171
 - максимальная применяемая 481
- частота
 - колебания 87
 - критическая 171
 - нормированная 205
 - резонансная 232
 - собственная 238
- Число
 - характеристическое 592
- число
 - волновое
 - поперечное 173
 - продольное 172

- Эйконал 491
- Экран
дополнительный 387
- Электростатика 67
- Элемент
Гюйгенса 323
потока 19
- Энергия
магнитная 64
магнитокристаллическая 448
- электрическая 64
- Эффект
Фарадея 444
- Явление
магнитострикции 448
продольного ферромагнитного
резонанса 459
Фарадея 459
- Ядро
вырожденное 592
интегрального уравнения 591

Оглавление

Предисловие ко второму изданию	3
Предисловие к первому изданию	4
Введение	6
Список используемых сокращений	11
Список используемых обозначений	12
1.1. Корпускулярный и континуальный подходы в описании материальных объектов. Физические поля	16
1.2. Характеристики физических полей. Понятие о потоках и циркуляциях	18
1.3. Уравнения непрерывности в модели сплошной среды. Законы сохранения массы, числа частиц и электрического заряда	23
1.4. Переход от «дальнодействия» к «близкодействию» в системе неподвижных зарядов. Понятие об электрическом поле	26
1.5. Электрическое поле движущихся зарядов. Инвариантность закона Гаусса	29
1.6. Релятивистская природа магнитного поля	32
1.6.1. Сила взаимодействия между покоящейся заряженной нитью и покоящимся точечным зарядом	32
1.6.2. Преобразование плотности заряда	33
1.6.3. Необходимость существования магнитного поля в релятивистской физике	33
1.6.4. Закон Био-Савара для прямого бесконечного тока	37
1.6.5. Формулы преобразования полей	38
1.6.6. Единое электромагнитное поле и его инвариантные характеристики	38
1.7. Уравнение непрерывности и ток смещения	40
1.7.1. Уравнение непрерывности	40
1.7.2. Линии токов проводимости	40
1.7.3. Закон Гаусса в дифференциальной форме	41
1.7.4. Ток смещения	41

1.8. Система уравнений Максвелла в вакууме	42
1.8.1. Обобщение закона полного тока	42
1.8.2. Дифференциальная форма закона электромагнитной индукции	44
1.8.3. Уравнение Максвелла $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$	45
1.8.4. Система уравнений Максвелла в вакууме	46
1.8.5. Полнота системы	46
1.9. Векторы электромагнитного поля в сплошной среде	47
1.9.1. Микроскопические уравнения Максвелла–Лоренца. Макроскопические (усреднённые) электромагнитные поля	47
1.9.2. Приближённые представления средней плотности связанных зарядов. Поляризованность вещества	49
1.9.3. Приближённые представления для средней плотности тока. Намагниченность вещества	51
1.10. Система уравнений Максвелла для сплошной среды	54
1.11. Электродинамическая классификация материальных сред	55
1.12. Электромагнитные поля на границе раздела материальных сред	58
1.12.1. Граничные условия для нормальных компонент векторов поля	59
1.12.2. Граничные условия для тангенциальных компонент векторов поля	60
1.13. Уравнение баланса мощностей в электромагнитном поле. Энергия электромагнитного поля	62
1.14. Внутренние и внешние задачи электродинамики	65
1.15. Стационарное поле, электростатика и магнитостатика	66
1.15.1. Электростатика	67
1.15.2. Стационарное магнитное поле	68
1.15.3. Магнитостатика	70
2.1. Волновые процессы	73
2.1.1. Общие определения	73
2.1.2. Волновые уравнения	74
2.1.3. Гармонические волны	75
2.1.4. Плоские, цилиндрические, сферические волны	76
2.2. Волновые уравнения для однородной изотропной среды	77
2.3. Электродинамические потенциалы и вектор Герца	78
2.3.1. Электродинамические потенциалы	78

2.3.2. Векторы Герца	84
2.4. Метод комплексных амплитуд	86
2.5. Плоские однородные электромагнитные волны в однородной изотропной среде	90
2.6. Плоские однородные электромагнитные волны в однородной изотропной среде с потерями	96
2.7. Поляризация электромагнитных волн	100
2.7.1. Линейная поляризация	100
2.7.2. Круговая и эллиптическая поляризация волн	101
2.7.3. Вертикальная и горизонтальная поляризация	103
2.8. Стоячая электромагнитная волна	104
2.9. Электромагнитные процессы на границе раздела сред	106
2.9.1. Законы отражения и преломления	106
2.9.2. Преломление волн при наличии поглощения в среде	109
2.9.3. Формулы Френеля и структура электромагнитного поля	110
2.9.4. Поляризация волны при отражении и преломлении. Угол Брюстера	114
2.10. Падение электромагнитной волны на плоскую проводящую среду	115
2.10.1. Приближенные граничные условия Щукина–Леонтовича	115
2.11*. Распространение сигналов (волновых пакетов) в диспергирующей среде	116
2.11.1*. Краевая задача для распространения волнового пакета	117
2.11.2*. Распространение волнового пакета	120
2.11.3*. Групповая скорость	121
2.12*. Цилиндрические волны	122
2.12.1*. Решение волнового уравнения в цилиндрических координатах	122
2.12.2*. Построение цилиндрических волн из плоских	127
2.12.3*. Интегральные представления цилиндрических функций	129
2.12.4*. Представления плоской волны через цилиндрические функции	131
2.12.5*. Преобразование Фурье–Бесселя	133
2.13*. Сферические волны	133
3.1. Поведение волновых полей на бесконечности	138
3.2*. Условие на ребре для электромагнитного поля. Метод Мейкснера	142
3.3. Теоремы единственности	147

) Символом «» отмечены разделы и параграфы для самостоятельного и углубленного изучения материала.

3.4. Понятие магнитного тока	150
3.4.1. Уравнения Максвелла с магнитными токами	150
3.4.2. Уравнения Максвелла для комплексных амплитуд поля. Граничные условия	152
3.5. Лемма Лоренца для изотропных и анизотропных сред	154
3.6*. Теоремы (соотношения) взаимности	156
3.7*. Теоремы эквивалентности. Магнитные токи	159
3.8. Принцип двойственности	162
3.9*. Метод эквивалентных электрических и магнитных токов поляризации	165
3.10*. Принцип электродинамического подобия для материальных сред	166
4.1. Общие сведения о регулярных линиях передачи	169
4.1.1. Типы линий передачи	169
4.1.2. Классификация направляемых волн	171
4.2. Общий метод исследования собственных волн регулярных линий передачи	172
4.3. Основные характеристики волн в линии передачи	174
4.4. Особенности направляемых волн	175
4.4.1. Дисперсия направляемых волн	175
4.4.2. Условие распространения волны	175
4.4.3. Т-волны	176
4.4.4. Е- и Н-волны	178
4.5. Прямоугольный волновод	180
4.5.1. Е-волны	181
4.5.2. Н-волны	184
4.5.3. Поверхностные токи на стенках волновода	187
4.5.4. Электрическая прочность волновода	188
4.6. Круглый волновод	188
4.6.1. Е-волны	189
4.6.2. Н-волны	192
4.7. Коаксиальная линия передачи	195
4.7.1. Т-волна	195
4.7.2. Е- и Н-волны	196

4.8. Прямоугольные волноводы с плоскопараллельными слоями	199
4.9*. Плоские оптические волноводы	202
4.9.1*. Геометрическая оптика	202
4.9.2*. Электромагнитная теория плоских оптических волноводов	205
4.9.3*. Плоские диэлектрические волноводы с изменяющимся профилем показателя преломления	207
4.9.4*. Параболический профиль показателя преломления	208
4.9.5*. Типы плоских оптических волноводов	209
4.10*. Волоконные световоды	210
4.10.1*. Собственные волны круглого диэлектрического волновода	210
4.10.2*. Типы волоконных световодов	215
4.11*. Замедляющие системы	216
4.11.1*. Распространение электромагнитного поля вдоль импедансного цилиндра	216
4.11.2*. Периодические замедляющие системы	219
4.11.3*. Открытая гребенчатая направляющая структура	220
4.11.4*. Открытый спиральный волновод	224
5.1. Основные характеристики объёмных резонаторов	230
5.1.1. Общие сведения об объёмных резонаторах	230
5.1.2. Основные характеристики резонаторов. Тип колебания, структура электромагнитного поля и собственная частота	232
5.1.3. Разрежение спектра собственных частот	233
5.2. Свободные незатухающие колебания в объёмных закрытых резонаторах СВЧ	234
5.3. Свободные колебания в объёмных закрытых резонаторах СВЧ при наличии потерь	237
5.3.1. Собственная (ненагруженная) добротность резонатора. Понятие «комплексной» частоты	237
5.3.2. Колебания при наличии потерь в стенках резонатора	238
5.3.3. Колебания при наличии потерь в среде-заполнителе	240
5.3.4. Колебания при наличии потерь на излучение	241
5.3.5. Электромагнитное поле в реальном резонаторе с потерями	242
5.4. Общая электродинамическая теория объёмных резонаторов	242
5.5. Собственные колебания прямоугольного волноводного резонатора	244
5.6. Собственные колебания круглого волноводного резонатора	250
5.7. Коаксиальный резонатор	254

5.7.1. Т-колебания коаксиального резонатора	254
5.7.2. Е-колебания коаксиального резонатора	257
5.7.3. Н-колебания коаксиального резонатора	258
5.8*. Диэлектрические резонаторы	260
5.8.1*. Классификация диэлектрических резонаторов СВЧ	260
5.8.2*. Диэлектрические резонаторы, работающие на низших типах колебаний (ДР НК)	261
5.8.3*. Диэлектрические резонаторы, работающие на азимутальных высших типах колебаний (ДР АК)	262
5.8.4*. Волноводно-диэлектрические резонаторы (ВДР)	265
6.1*. Открытая линзовая линия (математический аппарат)	271
6.2*. Собственные волны линзовой линии	275
6.3*. Зеркальная линия	277
6.4*. Открытые резонаторы. Основные свойства	280
6.5*. Элементы теории открытых резонаторов с вогнутыми зеркалами	282
6.6*. Открытый резонатор с цилиндрическими зеркалами эллиптического профиля	284
6.7*. Открытые резонаторы с двугранными отражателями	288
7.1. Источники излучения электромагнитных волн. Вибратор Герца	295
7.2. Расчёт электромагнитных полей, создаваемых заданными электрическими и магнитными токами в однородной изотропной среде	297
7.2.1. Уравнения Максвелла с магнитными токами	297
7.2.2. Уравнения Максвелла для комплексных амплитуд поля. Граничные условия	300
7.2.3. Уравнения Гельмгольца и электродинамические потенциалы	301
7.2.4. Решение векторного уравнения Гельмгольца. Функции Грина	302
7.3. Электрические и магнитные волны в безграничной среде	305
7.3.1. Электрические и магнитные волны в декартовой системе координат	305
7.3.2. Электрические и магнитные волны в цилиндрической системе координат	306
7.3.3. Электрические и магнитные волны в сферической системе координат	308

7.4. Расчёт электромагнитных полей излучающих систем в дальней, промежуточной и ближней областях	309
7.4.1. Дальняя зона	310
7.4.2. Промежуточная область (зона Френеля)	312
7.4.3. Ближняя зона	313
7.5. Излучение электромагнитных волн элементарными излучателями	313
7.5.1. Элементарный электрический вибратор (диполь Герца)	314
7.5.2. Элементарный магнитный излучатель	316
7.5.3. Элементарная рамка	318
7.5.4. Элементарный щелевой вибратор (ЭЩВ)	320
7.5.5. Элементарный излучатель Гюйгенса	322
7.6*. Применение принципа суперпозиции к расчёту электромагнитных полей излучающих систем	325
7.6.1*. Тонкий криволинейный проволочный вибратор	325
7.6.2*. Длинная криволинейная узкая щель в металлическом экране	326
7.6.3*. Апертурная антенна	326
7.6.4*. Система идентичных излучателей	327
7.6.5*. Система из дискретных излучателей, одинаково ориентированных в пространстве	327
7.7*. Антенна из двух одинаковых линейных излучателей	331
7.8*. Самосогласованная постановка задач расчёта полей излучающих систем. Диполь Герца	333
7.8.1*. Тонкопроволочное приближение электрического вибратора	333
7.8.2*. Самосогласованная физическая модель электрического вибратора	335
7.8.3*. Сингулярное интегральное представление электромагнитного поля	336
7.8.4*. Сингулярное интегральное уравнение	337
7.8.5*. Диполь Герца	339
8.1. Ортогональность собственных функций краевых задач для экранированных волноводов	343
8.2. Ортогональность собственных волн в волноводах	344
8.3. Возбуждение волн в волноводах	350
8.4*. Ортогональность собственных колебаний объёмных резонаторов	355
8.5*. Возбуждение колебаний в объёмных экранированных резонаторах	357

8.6*. Возбуждение волн в рупорах	360
8.7*. О возбуждении колебаний, описываемых соленоидальными функциями	365
8.8*. О возбуждении открытых направляющих структур	366
9.1. Физическая оптика (приближение Гюйгенса–Кирхгофа)	369
9.1.1. Принцип Гюйгенса–Френеля в теории дифракции электромагнитных волн	370
9.1.2. Суперпозиция (интерференция) электромагнитных волн в дальней зоне от двух когерентных источников	371
9.1.3. Дифракция плоской волны на одной широкой одномерной щели	373
9.1.4. Дифракция плоской волны на двух параллельных широких одномерных щелях	377
9.1.5. Дифракция плоских волн на одномерных дифракционных решётках. Понятие о голографии	378
9.2. Дифракция Фраунгофера на отверстиях в непрозрачном экране	381
9.2.1. Метод Гюйгенса–Кирхгофа	381
9.2.2. Дифракция на отверстиях в экране	382
9.2.3. Применение метода Гюйгенса–Кирхгофа к расчёту поверхностных антенн	386
9.2.4. Принцип Бабинне	387
9.3. Дифракция Френеля на прямоугольном отверстии в экране	388
9.4*. Интегральная формула Кирхгофа–Гельмгольца	392
9.4.1*. Скалярная формула Грина	392
9.4.2*. Пример применения интегральной теоремы Кирхгофа–Гельмгольца. Условие излучения Зоммерфельда	396
9.5*. Интегральные представления электрического и магнитного полей	399
9.5.1*. Векторные формулы Грина	400
9.5.2*. Интегральные представления электрического и магнитного полей	401
9.5.3*. Интегральные формулы Стреттона–Чу	402
9.6*. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода в задачах дифракции, получаемые с помощью формул Грина	403
9.6.1*. Дифракция на идеально проводящем теле	404
9.6.2*. Дифракция на двумерном диэлектрическом цилиндре	406
9.7*. Интегральные уравнения первого рода в задачах дифракции	408
9.8. Метод разделения переменных в теории дифракции плоских электромагнитных волн на телах с координатными границами	411

9.8.1. Дифракция плоской волны на круговом идеально проводящем цилиндре	412
9.8.2. Дифракция плоской волны на круговом диэлектрическом цилиндре	416
9.8.3. Дифракция плоской волны на круговом идеально магнитном цилиндре	422
10.1. Общие закономерности анизотропных сред	426
10.1.1. Уравнения Максвелла	426
10.1.2. Уравнения для комплексных амплитуд	427
10.1.3. Общие свойства тензора комплексной диэлектрической проницаемости	428
10.1.4. Общие закономерности распространения электромагнитных волн в анизотропных средах	429
10.1.5. Дисперсионные уравнения для анизотропной среды	431
10.1.6. Обобщённые уравнения Гельмгольца для гиротропных сред в декартовой системе координат	431
10.2. Распространение плоских гармонических волн в кристаллических средах	435
10.2.1. Общие закономерности	435
10.2.2. Классификация кристаллических сред	437
10.3*. Распространение электромагнитных волн в магнитоактивной плазме	439
10.3.1*. Магнитоактивные среды	439
10.3.2*. Макроскопические модели магнитоактивной плазмы. Высокочастотное приближение	440
10.3.3*. Общий вид тензора диэлектрической проницаемости магнитоактивной плазмы	442
10.3.4*. Распространение плоских высокочастотных волн в магнитоактивной плазме	443
10.3.5*. Эффект Фарадея. Слабomagнитоактивная плазма	444
10.3.6*. Продольное распространение плоских волн в магнитоактивной плазме	445
10.3.7*. Поперечное распространение плоских волн в магнитоактивной плазме	446
10.4*. Макроскопические модели анизотропных магнитных сред	446
10.4.1*. Ферро- и ферримангнитные среды	447
10.4.2*. Тензор восприимчивости для изотропного ферромагнетика	448
10.4.3*. Вынужденные уравнения движения	450
10.4.4*. Высокочастотная магнитная восприимчивость	452

10.4.5*. Тензор магнитной проницаемости при наличии потерь в феррите	454
10.5. Нормальные волны в безграничной намагниченной ферритовой среде	456
10.5.1. Продольно намагниченная ферритовая среда	458
10.5.2. Поперечно намагниченная ферритовая среда	460
10.6*. Магнитостатические и спиновые волны в неограниченной изотропной среде	461
10.6.1*. Дисперсионные соотношения для магнитостатических волн	463
10.6.2*. Пределы применимости магнитостатического приближения	464
10.6.3*. Спиновые волны в неограниченном ферромагнетике	464
10.7*. Электромагнитные волны в киральных средах	467
10.7.1*. Понятие киральной среды	467
10.7.2*. Материальные уравнения для киральной среды	468
10.7.3*. Общие закономерности распространения электромагнитных волн в киральной среде	471
10.7.4*. Понятие биизотропной среды	473
11.1. Основные факторы, влияющие на распространение радиоволн	476
11.1.1. Радиоволны	476
11.1.2. Стрoение атмосферы	477
11.1.3. Механизмы распространения радиоволн	479
11.1.4. О возможностях постановки электродинамических задач	483
11.1.5. Доминантная область радиолинии	484
11.1.6. Расчёт поля с учётом рельефа местности	488
11.2. Зоны видимости радиолокационных станций в условиях свободного пространства	489
11.3. Волны в плавно неоднородной среде. Метод геометрической оптики	491
11.3.1. Уравнение эйконала	492
11.4. Распространение радиоволн в тропосфере и ионосфере	493
11.4.1. Рефракция радиоволн в тропосфере и ионосфере	493
11.4.2. Ионосферное распространение дециметровых волн. Критические частоты	500
11.5*. Распространение электромагнитных волн вдоль земной поверхности (задача А. Зоммерфельда)	503
11.6*. Структура поля вертикального диполя у поверхности Земли. Функция ослабления	508

11.6.1*. Функция ослабления	508
11.6.2*. Приближённые граничные условия Шукина-Леонтовича	508
11.6.3*. Структура поля радиоволны у поверхности Земли	509
11.7*. Поле низко расположенного излучателя над поверхностью Земли. Функция ослабления для вертикального диполя	512
11.8*. Поле высоко поднятого излучателя в освещённой зоне	516
11.8.1*. Интерференционные (отражательные) формулы	517
11.8.2*. Интерференционный множитель при малых углах скольжения	520
11.8.3*. Влияние интерференционного множителя на диаграмму направленности передающей антенны	520
11.8.4*. Поле горизонтального диполя	520
11.8.5*. Поле вертикального диполя	521
11.8.6*. Квадратичная формула Введенского	522
12.1*. Основные определения	525
12.1.1*. Многополюсник	525
12.1.2*. Матрицы многополюсников	526
12.1.3*. Матрица рассеяния	527
12.1.4*. Матрицы сопротивлений и проводимостей	528
12.2*. Основные теоремы цепей СВЧ и КВЧ диапазонов	528
12.2.1*. Теорема Умова-Пойнтинга	529
12.2.2*. Лемма Лоренца для многополюсников	530
12.2.3*. Теорема Фостера для недиссипативных многополюсников	532
12.2.4*. Первая эквивалентная схема	534
12.2.5*. Вторая эквивалентная схема	534
12.3*. Соотношения между характеристическими матрицами четырёх- полюсника (дескрипторами)	536
12.3.1*. Связь между матрицами Z , Y и S	536
12.3.2*. Зависимость матриц многополюсников от нумерации входов	537
12.3.3*. Сдвиг плоскостей отсчёта фаз на входах многополюсника	537
12.4*. Основные свойства матрицы рассеяния	538
12.4.1*. Физический смысл элементов матрицы рассеяния	538
12.4.2*. Симметричность матрицы рассеяния для взаимных устройств	538
12.4.3*. Унитарность матрицы рассеяния для недиссипативных многополюсников	539

12.4.4*. Коммутируемость матрицы рассеяния с матрицей симметрии для симметричных многополюсников	539
12.4.5*. Преимущества матрицы рассеяния	540
12.5*. Анализ четырёхполюсников каскадной структуры с помощью матриц передачи	540
12.6*. Метод симметричных восьмиполусников (метод синфазного и противофазного возбуждения)	543
12.6.1*. Режим холостого хода (синфазное возбуждение)	543
12.6.2*. Режим короткого замыкания (противофазное возбуждение)	544
12.6.3*. Общее решение	544
12.6.4*. Связь между матрицами	544
12.6.5*. Схема анализа	545
12.7*. Матрицы передачи и рассеяния для некоторых широко используемых типов четырёхполюсников	545
12.8*. Пример использования матрицы рассеяния	549
12.8.1*. Двойной волноводный тройник	549
12.8.2*. Свойства двойного волноводного тройника	549
12.8.3*. Пример	550
12.9*. Вычисление волновых сопротивлений линий передачи	551
12.9.1*. Волновое сопротивление линии с Т-волной	552
12.9.2*. Волновое сопротивление линии с Е-, Н- или гибридной волной	553
12.9.3*. «Энергетическое» определение волнового сопротивления	554
12.9.4*. Резюме	555
13.1*. Основные термины и определения	557
13.2*. Принцип декомпозиции в системах машинного проектирования	559
13.3*. Формализация устройств СВЧ и антенн	561
13.3.1*. Волновой канал	561
13.3.2*. Устройство СВЧ как «чёрный ящик»	562
13.3.3*. Y- и Z-дескрипторы и соотношения между ними	565
13.3.4*. Ключевые задачи электродинамики и парциальные режимы	566
13.4*. Расчёт дескрипторов сложных схем СВЧ и антенн	566
13.4.1*. Схемы, состоящие из четырёхполюсников	566
13.4.2*. Произвольное соединение четырёхполюсников	568
13.4.3*. Метод определения параметров схем с произвольными внутренними связями	570

13.5*. Принцип многоуровневой модели базового элемента в системах машинного проектирования	571
13.5.1*. Физические и математические модели базовых элементов	571
13.5.2*. Многоуровневость математических моделей базовых элементов	572
13.6*. Принцип параметрического синтеза в системах машинного проектирования	574
13.7*. Роль вычислительной электродинамики в системах машинного проектирования	575
13.7.1*. Способы представления электромагнитного поля в численных методах расчёта базовых элементов	576
13.7.2*. О значении сингулярных интегральных уравнений в математических моделях базовых элементов	577
14.1*. Проекционные методы решения электродинамических задач	580
14.1.1*. Ортогональные ряды	580
14.1.2*. Метод моментов (метод Галеркина)	582
14.1.3*. Метод Бубнова-Галеркина	584
14.1.4*. Метод Ритца	584
14.2*. Интегральные уравнения электродинамики, связанные с базисами Трефца (адмитансные и импедансные интегральные уравнения)	585
14.2.1*. Проекционное наложение граничных условий: процесс Трефца	585
14.2.2*. Процесс Трефца как метод частичных областей	587
14.2.3*. Адмитансные и импедансные интегральные уравнения	588
14.3*. Общие сведения об интегральных уравнениях	591
14.3.1*. Уравнения Фредгольма	591
14.3.2*. Интегральные уравнения второго рода с вырожденным ядром	592
14.3.3*. Решение уравнений второго рода с помощью резольвенты	594
14.3.4*. Метод определителей Фредгольма	595
14.4*. Приближенные методы решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода	596
14.4.1*. Замена интегрального уравнения конечной системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	596
14.4.2*. Метод замены произвольного ядра вырожденным	597
14.4.3*. Метод моментов	599
14.5*. Интегральные уравнения Фредгольма первого рода. Некорректные задачи в электродинамике	600

14.5.1*. Интегральные уравнения Фредгольма первого рода	600
14.5.2*. Определение	600
14.5.3*. Методы регуляризации	601
14.5.4*. Относительная сходимость. Проблема анализа	602
14.6*. Сингулярные интегральные уравнения	604
14.6.1*. Аналитические функции. Интегралы типа Коши. Формулы Сохоцкого-Племеля	604
14.6.2*. Краевая задача Римана для многосвязной области. Сведение к сингулярным уравнениям	606
14.6.3*. Краевая задача Гильберта. Интегральное уравнение задачи. Связь краевых задач Гильберта и Римана	607
14.6.4*. Сингулярные интегральные уравнения. Регуляризация сингулярных уравнений	609
14.6.5*. Регуляризация решением характеристического уравнения (способ Карлемана-Векуа)	611
14.7*. Метод частичных областей расчета продольно-однородных линий передачи	612
14.7.1*. Г-образный волновод с продольно-однородным заполнением	612
14.7.2*. Сингулярное интегральное уравнение	614
14.8*. Вариационный метод расчета постоянных распространения сложных частично заполненных волноводов	616
14.8.1*. Вариационные принципы для регулярных волноводов	616
14.8.2*. Прямоугольный волновод с диэлектрическим стержнем	618
14.9*. Волноводно-щелевая линия передачи. Метод сингулярных интегральных уравнений	620
14.9.1*. Постановка задачи	620
14.9.2*. Тензор входного адмитанса области для m -Фурье-гармоники	622
14.9.3*. Адмитансное интегральное уравнение	625
14.9.4*. Сингулярные интегральные уравнения	626
14.10*. Дифракция основной волны прямоугольного волновода на индуктивной диафрагме, расположенной на стыке двух диэлектриков. Метод ортогонализирующей подстановки	632
14.10.1*. Постановка задачи	632
14.10.2*. Коэффициенты отражения и прохождения	633
14.10.3*. Интегральное уравнение	634
14.10.4*. Реактивная проводимость	635
14.10.6*. Метод ортогонализирующей подстановки	636
14.10.7*. Квазистатика	637
14.11*. Дифракция основной волны прямоугольного волновода на индуктивной полоске, расположенной на стыке двух диэлектриков. Метод сингулярного интегрального уравнения	638

14.11.1*.	Схема анализа	638
14.11.2*.	Сингулярное интегральное уравнение	640
14.11.3*.	Квазистатическое решение	640
14.11.4*.	Реактивное сопротивление	641
14.12*.	Электродинамическая теория трубчатого электрического вибратора. Уравнение Поклингтона	642
14.13*.	Вывод сингулярного интегрального уравнения для трубчатого электрического вибратора	645
14.14*.	Электродинамический анализ электромагнитного поля в проме- жуточной и ближней зонах полуволнового электрического вибратора	651
14.15*.	Несамосопряженные краевые задачи электродинамики	654
14.15.1*.	Самосопряженные и несамосопряженные электродинамические операторы	654
14.15.2*.	Классификация краевых электродинамических задач	657
14.15.3*.	Определение типов электродинамических операторов, описывающих поперечно-неоднородные направляющие структуры	659
14.15.4*.	Условия существования в направляющих структурах КВ	668
14.15.5*.	Свойства собственных комплексных волн	669
14.15.6*.	Комплексные волны неоднородных экранированных направляющих структур	671
14.15.7*.	Комплексные волны круглого открытого диэлектрического волновода	678
		682
П.1.	Операции векторного анализа	683
П.2.	Интегральные формулы векторного анализа	684
П.3.	Дифференциальные формулы векторного анализа	685
П.4*.	Четырёхмерные векторы	685
П.5.	Дельта-функция Дирака	686
П.6.	Цилиндрические функции	687
П.7.	Решение двумерного уравнения Гельмгольца методом разделения переменных для координатных граничных задач	690
П.7.1.	Метод в декартовой системе координат	690
П.7.2.	Метод в цилиндрической системе координат	692
П.7.3.	Краевые задачи для круговой области	692
П.7.4.	Краевые задачи для части секториальной области	693
П.7.5.	Краевая задача Неймана для части секториальной области	694
	Список литературы	696

Основная литература	696
Литература к главе 1	698
Литература к главе 2	699
Литература к главе 3	699
Литература к главе 4	700
Литература к главе 5	701
Литература к главе 6	702
Литература к главе 7	702
Литература к главе 8	704
Литература к главе 9	704
Литература к главе 10	705
Литература к главе 11	706
Литература к главе 12	708
Литература к главе 13	709
Литература к главе 14	709
Справочники и математическая литература	716
Предметный указатель	718

*Вячеслав Александрович Неганов
Олег Владимирович Осипов
Сергей Борисович Раевский
Геннадий Петрович Яровой*

**Электродинамика и распространение
радиоволн**

В авторской редакции.
Компьютерный набор и верстка – *О. В. Осипов*.
Дизайн обложки – *О. В. Осипов*.

Формат 70x100/16. Бумага офсетная.
Гарнитура original. Печать офсетная. Печ. л. 46,5.
Тираж 1000 экз. Зак. № 1962.

Издательство «Радиотехника».
107031, Москва, К-31, Кузнецкий мост, д. 20/6.
Тел./факс: (495)621-48-37; 625-78-72, 625-92-41.
E-mail: info@radiotec.ru
www.radiotec.ru

Отпечатано в типографии ОАО
«Издательство «Самарский Дом печати»
443080, Самара, пр. К. Маркса, 201.